Chapitre II

LETTRE & GROUPE

MATIÈRE ET TÂCHE DE LA TOPOLOGIE DU SUJET; SES RAPPORTS AVEC LES CALCULS CONNEXES

(Usage arithmétique de la structure de groupe)

Capítulo II

LETRA Y GRUPO

MATERIA Y TAREA DE LA TOPOLOGÍA DEL SUJETO; SUS RELACIONES CON LOS CÁLCULOS CONEXOS

(uso aritmético de la estructura de grupo)

Il nous semble difficile d'entendre la doctrine du signifiant sans la logique étirable dont nous disons avec Lacan qu'il s'agit de la topologie du sujet. Il s'agit bien d'une topologie puisqu'elle s'obtient à partir la logique de Boole par adjonction d'un opérateur d'intérieur.[1]

Nos parece difícil entender la doctrina del significante sin la lógica estirable , de la cual decimos con Lacan , que se trata de la topología del sujeto. Se trata, ciertamente, de una topología, ya que ella se obtiene a partir de la lógica de Boole, adjuntándole un operador de interior[1]

La matière de la topologie du sujet est constituée d'abord par des séries de lettres, qu'il s'agisse de celles dont l'ordre se résume à un graphe, comme nous venons d'en rencontrer ou bien de celles dont l'ordre se réduit à diverses structures algébriques ou topologiques. Ce sont des présentations axiomatiques de modes de composition de lettres.

La materia de la topología del sujeto está constituida en primer lugar por series de letras, ya sea que se trate de aquellas cuyo orden se resume en un grafo, tal como venimos de verlo, o bien, de aquellas cuyo orden se reduce a diversas estructuras algebraicas o topológicas. Son presentaciones axiomáticas de modos de composición de letras.

[1] NONS- La topología del sujeto- Fascículos de resultados n° 0.

La structure de groupe donne lieu à de telles compositions, ainsi que nous l'étudierons dans ce chapitre. Ce n'est pas tout: plusieurs registres se composent à l'occasion de l'articulation que nous pouvons dire signifiante. Nous en rendons compte au travers de leurs agencements. La tâche de la topologie du sujet sera:

La estructura de grupo da lugar a tales composiciones, que estudiaremos en este capítulo. No es todo: múltiples registros se componen en ocasión de la articulación que podemos llamar significante. Nos damos cuenta de esto, a través de sus agenciamientos . La tarea de la topología del sujeto será:

a) D'isoler les questions mathématiques élémentaires en apparence qui peuvent lui fournir des arguments.
b) D'esquisser les dimensions dont l'obstacle à la formalisation rend raison, de ses impossibilités même.
c) De se délimiter et de se définir elle-même.

a) Aislar las cuestiones matemáticas elementales en apariencia , que puedan suministrarle argumentos.

b) Esbozar las dimensiones cuyo obstáculo a la formalización da razón, incluso , de sus imposibilidades.

c) delimitarse y definirse a sí misma .

La topologie du sujet a des rapports trés étroits avec d'autres développements des mathématiques, qui tantôt lui empruntent des données, tantôt lui en fournissent. Les limites qui l'en séparent apparaissent toujours nettement.

Nous définirons dans un premier temps différents termes:

La topología del sujeto tiene relaciones muy estrechas con otros desarrollos de las matemáticas que tanto toman datos de ella, como se los proveen. Los límites que los separan aparecen siempre netamente.

Definiremos en un primer tiempo diferentes términos:

1. Groupe

Un groupe en mathématiques est un domaine présentant une structure algébrique.

La structure de groupe, bien qu'elle soit peut être connue, mérite cependant que nous y revenions. Nous en rappelons les axiomes en annexe de ce chapitre. Nous faisons un usage particulier de cette structure, différent de ceux couramment employés en mathématiques. Celui-ci s'impose à suivre la courbure des effets de lettres. Elle nous permet ensuite de ne pas accorder une preférence entre une intuition littérale et une intuition spatiale. Et de préserver le passage d'un registre à l'autre, de même qu'elle laisse leur place à d'autres occurrences.

1. Grupo

Un grupo en matemática es un dominio que presenta una estructura algebraica

La estructura de grupo, si bien puede ser conocida, amerita sin embargo que volvamos sobre ella. Recordamos sus axiomas en el anexo de este capítulo. Hacemos un uso particular de esta estructura , diferente de aquellos corrientemente empleado en matemáticas. Esto nos impone a seguir la curvatura de los efectos de letras. Ella nos permite no otorgar preferencias a una intuición literal ni a una intuición espacial, y, preservar el pasaje de un registro a otro ,como así también, dar lugar a otras ocurrencias.

2. Structure algébrique

Une structure algébrique [1] consiste en principes de calculs. L'algèbre est bien, comme l'indique son étymologie arabe, la science du calcul avant de devenir science littérale. Elle comporte, par là et de toujours, les notions de contraintes et de réduction. Chacune de ses structures est spécifiée par des propriétés. Celles-ci sont rendues par des axiomes (schémas vides à remplir dans chaque cas).

Les structures algébriques sont toujours définies *pour* un type d'objet précis: un domaine et une loi de composition. Ensuite seulement, elles le sont par des axiomes. C'est dire que les axiomes varient avec les structures.

2. Estructura algebraica

Una estructura algebraica consiste en principios de cálculos. El álgebra es, como lo indica su etimología árabe ,la ciencia del cálculo, antes de devenir ciencia literal. Ella comporta por esto y siempre las nociones de coerciones y reducción. Cada una de sus estructuras está especificada por propiedades; ellas están dadas por axiomas (esquemas vacíos a llenar en cada caso).

Las estructuras algebraicas están siempre definidas **por** un tipo de objeto preciso: un dominio y una ley de composición; y solamente están definidas por axiomas: Es decir que los axiomas varían con las estructuras

Leurs propriétés sont attachées à des modes de composition d'éléments. Il faut au préalable définir le domaine où s'effectuent les combinaisons et les moyens d'obtenir le résultat de la composition, les mathématiciens appellent ces modes de composition, des lois.

Sus propiedades están ligadas a modos de composición de elementos Es preciso previamente definir el dominio en el que se efectúan las combinaciones, y los medios de obtener el resultado de la composición.

Los matemáticos llaman a estos modos de composición, leyes .

Nous insistons sur la loi de composition et son domaine d'effectuation propre, elle s'appelait auparavant une opération (la somme, le produit, par exemple dans les domaines numériques, mais la soustraction et le quotient vont se retrouver traités différemment).

Insistimos sobre la ley de composición y su dominio propio de efectuación ;ella , antes se llamaba operación (la suma, el producto, por ejemplo en los dominios numéricos; pero la sustracción y el cociente van a ser tratados de un modo diferente).

Ce n'est pas le seul sens du mot structure en mathématiques. En logique, chaque assignation aux variables de valeur de vérité sera appelée structure. Notre démarche nous rapproche de cet usage logique du mot structure.

Este no es el único sentido de la palabra estructura en matemáticas. En lógica, cada asignación de valor de verdad a las variables, será llamada estructura. Nuestro camino nos aproxima al uso lógico de la palabra estructura.

3. Usage arithmétique de la structure de groupe

Le terme de groupe est issu moins de l'arithmétique (l'étude des nombres) que de la théorie de la substitution qui se fait de la composition des permutations, ou elle s'est révélée trés éclairante. Nous la présentons à partir de calculs numériques et de la résolution d'équations simples, avant d'aborder son effet parmi des permutations élémentaires.

3. Uso aritmético de la estructura de grupo

Él termino grupo proviene menos de la aritmética (el estudio de los números) que de la teoría de la sustitución que se hace de la composición de las permutaciones, donde reveló ser muy esclarecedora. La presentamos a partir de cálculos numéricos y de la resolución de ecuaciones simples , antes de abordar los efectos entre permutaciones elementales.

Pour notre usage immédiat, nous montrerons la corrélation qui existe entre cette structure algébrique et un mode de calcul dans un domaine numérique puis dans un domaine littéral.

Para nuestro uso inmediato, mostraremos la correlación que existe entre esta estructura algebraica y un modo de cálculo en un dominio numérico; luego, en un dominio literal.

En effet le calculateur peut ne pas savoir distinctement que la possibilité du calcul dépend toujours d'une structure algébrique. Nous nous appuierons sur l'intuition numérique du lecteur en prenant des exemples fort simples. L'usage que nous en aurons par la suite dans des calculs locaux ne dépassera pas ce degré de difficulté.

En efecto, el calculista puede no saber fehacientemente que la posibilidad del cálculo depende siempre de una estructura algebraica Nos apoyaremos sobre la intuición numérica del lector tomando ejemplos bien simples. El uso que haremos de ellos seguidamente en cálculos locales ,no superará este grado de dificultad

Soit par exemple deux nombres. On veut en obtenir un troisième qui, ajouté au premier, donne le second. Des marchands n'hésitent pas à soustraire le premier au deuxième parce qu'ils n'ont pas encore oublié ce qu'ils ont appris de leurs maîtres sans aucune démonstration, ou bien parce qu'ils ont souvent fait l'expérience de cette opération sur des nombres très simples, ou bien en vertu de la démonstration à partir des axiomes de la structure de groupe. Mais pour des nombres très simples, on n'a nullement besoin de ces moyens.

Sean por ejemplo dos números. Se quiere obtener un tercero que agregado al primero dé el segundo. Los comerciantes no vacilan en sustraer el primero al segundo porque no han olvidado aun lo que aprendieron de sus maestros sin ninguna demostración, o bien , porque frecuentemente han hecho la experiencia de esta operación con números muy simples, o bien , en virtud de la demostración, a partir de los axiomas de la estructura de grupo. Pero para números muy simples, no hay necesidad alguna ,de estos medios.

Par exemple, soit 3 et 7: il n'est personne qui ne voie que le troisième nombre qui, ajouté à trois donne sept, est quatre, et cela beaucoup plus clairement car de la différence que nous saisissons d'un coup –(uno intuitio)– entre le premier et le second, nous concluons le troisième.

Ce calcul s'appelle en mathématiques, résoudre une équation: $x + 3 = 7$.

Por ejemplo: sean 3 y 7: no hay nadie que no vea que el tercer número que agregado al primero da 7, es 4, y esto mucho más claramente pues de la diferencia que captamos de golpe — (uno intuitio) — entre el primero y el segundo, concluimos el tercero.

Este cálculo se llama en matemática resolver una ecuación: $x+3=7$

La solution est simple, comme nous venons de le voir pour qui sait lire cette expression. Elle réclame que l'on trouve quel est cet x qui ajouté à trois donne sept. Nous verrons ainsi que le recours à la structure algébrique du groupe va devenir indispensable dans le cas de calcul de pure littéralité. Par exemple dans le cas qui se formule: x + a = b.

La solución es simple , tal como acabamos de verlo, para quien sepa leer esta expresión. Ella reclama que se encuentre cual es esta x que agregada a 3 da 7. Veremos así que el recurso a la estructura algebraica de grupo va a devenir indispensable en el caso de cálculo de pura literalidad, por ejemplo ,en el caso que se formula: $x + a = b$

Donnons maintenant le calcul de la solution de la première équation qui se présente comme une démonstration en théorie des groupes. Chaque étape du calcul doit être justifiée par le recours à un axiome ou un théorème (voir l'annexe de ce chapitre II).

Demos ahora el cálculo de la solución de la primer ecuación que se presenta como una demostración en teoría de grupos. Cada etapa del cálculo debe estar justificada por el recurso a un axioma o a un teorema (ver el anexo de este capítulo II).

$$x + 3 = 7$$

$$x + 3 - 3 = 7 - 3$$ Existencia del elemento opuesto

$$x + 0 = 7 - 3$$ Definición del elemento opuesto

$$x = 7 - 3$$ Definición del elemento neutro

$$x = 4$$ Tabla de la ley de composición interna , en este caso la adición

Le lecteur peut constater que cette équation est résolue grâce à l'existence d'une structure de groupe, vérifiée pour l'addition dans l'ensemble des nombres relatifs.

El lector puede constatar que esta ecuación se resolvió gracias a la existencia de una estructura de grupo verificada por la adición en el conjunto de los números enteros .

Donnons encore un exemple, multiplicatif cette fois. Lorsqu'il s'agit de résoudre l'équation: 3 x = 12.

Nous sommes obligés de nous placer dans l'ensemble des nombres fractionnaires afin d'être assurés de l'existence de l'élément symétrique de 3, appelé ici son inverse 1/3. Pour cet ensemble, le calcul-démontration se formule ainsi:

Demos todavía un ejemplo, multiplicativo esta vez. Se trata de resolver la ecuación: $3.x = 12$

Estamos obligados a ubicarnos en el conjunto de los números fraccionarios, a fin de asegurar la existencia del elemento simétrico de 3, llamado aquí su inverso $\frac{1}{3}$ .Para este conjunto el cálculo - demostración se formula así:

$$3.x = 12$$

$$3.x.\frac{1}{3} = 12.\frac{1}{3} \qquad \text{Existencia de un inverso}$$

$$1.x = \frac{12}{3} \qquad \text{Definición del elemento inverso}$$

$$x = \frac{12}{3} \qquad \text{Definición del elemento neutro}$$

$$x = 4 \qquad \text{Tabla de multiplicación en el conjunto de los fraccionarios}$$

Maintenant vient le problème plus délicat du calcul littéral. Il est effectue sur des expressions composées exclusivement de lettres, et donne lieu à la notion de groupe abstrait [1].

Nous ne nous occupons plus dans ce cas de la connaissance des tables spécifiques d'addition et de multiplication entre les nombres. La solution de l'équation: x + a = b s'écrit x = b – a, en vertu des axiomes de la structure de groupe. Il existe un élément symétrique pour chaque élément si le domaine dans lequel nous calculons présente cette structure. Donc, pour a, l'élément noté – a.

Ahora viene el problema más delicado del cálculo literal. Es efectuado sobre expresiones compuestas exclusivamente por letras y da lugar a la noción de grupo abstracto [1].

En este caso no nos ocupamos más del conocimiento de las tablas específicas de adición y de multiplicación entre los números. La solución de la ecuación $x + a = b$ se escribe $x = b - a$ en virtud de los axiomas de la estructura de grupo. Existe un elemento simétrico para cada elemento si el dominio en el cual calculamos presenta esta estructura. Entonces, para a, el elemento notado $-a$

Así :

$$x + a \quad = b$$

Deviene

$$x + a - a = b - a$$

y por definición del elemento simétrico

$a - a = 0$; la suma de a y de $-a$ es igual

$$x + \quad 0 \quad = b - a$$

al elemento neutro,notémosle aquí 0

La definition de l'élément neutre est d'être neutre, x + o = x. Elle permet de ne pas écrire cet élément. Nous réduisons notre expresion à:

La definición del elemento neutro es la de ser neutro: $x + 0 = x$. Ella permite no escribir este elemento. Reduce nuestra expresión a:

$$x \quad = b - a$$

Los cálculos a efectuar no serán más complicados en lo que concierne a la orientación que tomaremos.

Existe una dificultad para concebir estos cálculos de manera puramente literal. El pasaje de la aritmética al álgebra debe ayudar a adquirir una intuición algebraica que será una ayuda segura , en nuestra exploración de , ese muy poco de intuición geométrica que hay alrededor de un nudo.

La intuición geométrica parece reducirse a una combinatoria algebraica a la que , es posible plegarse, o no.

4. Rapport de la topologie du sujet avec les calculs connexes

La topologie du sujet doit être soigneusement distinguée de la logique classique (Booléenne) et de la science des énoncés réfutables (Popper), où la verité n'intervient qu'au titre de vrai. Il convient de la distinguer aussi de la psychologie que l'on peut considérer comme une version plus récente de la théologie. Une question originale se pose cependant: si la topologie traite de la question du sujet, faut-il alors l'incorporer à la philosophie? Quelle relation existe-t-il entre la topologie du sujet et la philosophie?

4. Relación de la topología del sujeto con los cálculos

conexos

La topología del sujeto debe ser cuidadosamente distinguida de la lógica clásica (booleana) y de la ciencia de los enunciados refutables (Popper) donde la verdad no interviene sino a título de verdadero. Conviene distinguirla también de la psicología , que puede considerarse, como una versión más reciente de la teología. Una cuestión original se platea sin embargo: si la topología trata de la cuestión del sujeto ¿ es preciso entonces incorporarla a la filosofía? ;¿qué relación existe entre la topología del sujeto y la filosofía?

Au fond, le problème posé est connexe à l'achèvement de la métaphysique, il ne peut être compris sans elle, ni sans sa cessation.

Si la topologie du sujet accomplit cet achèvement, ne fait elle pas corps avec ce qu'elle éclaire? Autant de questions que nous ne faisons qu'effleurer ici pour les reprendre plus loin.

En el fondo, el problema planteado es conexo al del acabamiento de la Metafísica; no puede ser comprendido sin ella ni sin su cesación.
Si la topología del sujeto cumple este acabamiento ¿ no hace acaso cuerpo con aquello que esclarece ? Cuestiones que no hacemos sino rozar aquí para retomarlas mas adelante .

Les rapports de la topologie du sujet avec les calculs, c'est-à-dire avec l'algèbre, ne sont pas si difficiles à débrouiller: la relation est unilatérale, en ce sens que cette topologie fournit des problèmes à la science du calcul, mais ne lui en demande aucun. La confusion entre les deux disciplines est impossible: l'essentiel des lettres de celui qui parle est étranger au caractère élégant et économique des calculs algébriques. S'exercer à leurs rudiments permet de se former aux notions élémentaires qu'impliquent ces calculs, afin d'approcher la suite.

Las relaciones de la topología del sujeto con los cálculos, es decir ,con el álgebra, no son tan difíciles de desbrozar. La relación es unilateral en el sentido de que esta topología provee de problemas a la ciencia del cálculo, pero no le pide ninguno. La confusión entre las dos disciplinas es imposible: lo esencial de las letras de quien habla es extraña al carácter elegante y económico de los cálculos algebraicos. Ejercitarse en sus rudimentos permite formarse en las nociones elementales que implican estos cálculos, a fin de aproximarse a lo que sigue .

Notre recours aux dessins de topologie est à articuler comme construction de mathèmes (éléments différentiels derniers des expressions mathématiques). Ils se prêtent à des calculs. Comme les expressions algébriques données en exemple. Ces dessins sont des symboles abréviateurs qui condensent de longues pages de calculs.

Nuestro recurso a los dibujos de topología es articular como construcción de matemas (elementos diferenciales últimos de las expresiones matemáticas), ellos se prestan a cálculos, tal como las expresiones algebraicas dadas como ejemplos, estos dibujos son símbolos abreviadores que condensan largas páginas de cálculos.

Avec le dessin, il s'agit ainsi d'une autre économie que celle du calcul. Elle n'est pas sans élégance, bien que son tour ne réponde pas du même idéalisme. Notre thèse est soutenue dans cette proposition qui dit: nos dessins sont propres à être lus comme des formules consistantes, c'est-à-dire dont aucune virgule ne peut manquer sans qu'elles ne se défassent. C'est affirmer ce vers quoi nous entraînons le lecteur: Le signifiant est articulé. Son étude se produit de l'ensemble articulé de différents éléments au lieu d'un seul.

Con el dibujo se trata así de otra economía distinta de la del cálculo. No es sin elegancia, aunque su recorrido no responde al mismo idealismo. Nuestra tesis está sostenida en esta proposición que dice: mis dibujos son aptos para ser leídos como fórmulas consistentes, es decir donde ninguna coma puede faltar sin que ellas se deshagan. Afirmar esto , es hacia donde nosotros llevamos al lector: el significante está articulado. Su estudio se produce del conjunto articulado de diferentes elementos en lugar de uno sólo.

Celle-ci diffère donc de la considération d'individus isolés dans une description en une taxinomie (classification): ici l'algèbre s'oppose aux listes.

Quant à la géométrie, nous sommes déjà fixés: elle est nettement distincte de la topologie, malgré les points de contact des deux disciplines et les services mutuels qu'elles se rendent. Nous y reviendrons dans l'appendice adjoint à ce volume (p. 143).

Este difiere entonces de la consideración de individuos aislados en una descripción, en una taxonomía (clasificación) . Aquí el álgebra se opone a las listas.

En cuanto a la geometría, ya hemos tomado posición : ella es netamente distinta de la topología a pesar de los puntos de contacto de las dos disciplinas y los de los servicios mutuos que se prestan . Volveremos sobre ello , en el apéndice adjunto a este volumen (p.143)

Quelle est l'utilité de la topologie du sujet? Bien peu de gens ont à ce propos des idées claires; ce n'est pas le lieu de les fixer. Il est évident, par exemple, que les questions topologiques intéressent tous ceux, historiens, linguistes, etc., qui ont à manier des textes. Plus évidente encore est son importance pour la culture générale: dans la vie des individus et des sociétés, la structure du langage est un facteur décisif. Il serait inacceptable que son étude restât l'affaire de quelques spécialistes; en fait, tout le monde s'en occupe peu ou prou; mais –conséquence paradoxale de l'intérêt qui s'y attache– il n'y a pas de domaine où aient germé plus d'idées absurdes, de préjugés, de mirages, de fictions.

¿Cuál es la utilidad de la topología del sujeto? Muy pocos tienen ideas claras al respecto ; no es el lugar para fijarlas. Es evidente, por ejemplo, que las cuestiones topológicas interesan a historiadores, lingüistas, etc., a todos aquellos que tienen que manejar textos; más evidente aun es su importancia para la cultura general: en la vida de los individuos y de las sociedades la estructura del lenguaje es un factor decisivo. Sería inaceptable que su estudio, permaneciese sólo como asunto de especialistas; de hecho todo el mundo se ocupa de eso poco o mucho, pero – consecuencia paradojal del interés ligado a ello – no hay dominio donde hayan germinado tantas ideas absurdas prejuicios, espejismos, y ficciones.

Du point de vue idéologique, ces erreurs ne sont pas négligeables.

La tâche de la topologie est de les dénoncer et de les dissiper aussi complètement que possible.

Desde el punto de vista ideológico, estos errores no son despreciables.

La tarea de la topología es denunciarlos y disiparlos lo más completamente posible.

Annexe au chapitre II
Éléments de théorie du groupes

ANEXO AL CAPITULO II
Elementos de teoría de grupos

1. *Axiomes de groupe*

Nous avons réuni ici les axiomes de la structure de groupe que nous rencontrerons dans leur usage. Ce sont eux qui spécifient cette structure; ils légifèrent sur les *opérations* qui s'effectuent dans un *domaine*.

1. Axiomas de grupo

Hemos reunido aquí los axiomas de la estructura de grupo que encontraremos en su uso. Son ellos los que especifican esta estructura; ellos legislan sobre las operaciones que se efectúan en un dominio.

Un groupe est un couple formé d'un ensemble (noté par une lettre G) et d'une loi de composition *interne* à cet ensemble. Un couple (X, Y) d'éléments de G se composent pour écrire XY, élément de G, sans préjuger du résultat de cette composition autrement qu'en écrivant comme résultat la composition elle-même (concaténation des deux éléments).

Un grupo es un par formado por un conjunto (notado por una letra G) y por una ley de composición *interna* a ese conjunto. Un par (X,Y) de elementos de G, se compone para escribir XY, elemento de G sin prejuzgar del resultado de esta composición ,otra cosa que no sea escribir como resultado ,la composición misma (concatenación de dos elementos)

Remarquez que nous restons dans la formulation littérale, à l'étape correspondant dans le cas particulier d'une opération numérique, aux expressions 5 + 2 ou 3 × 7 que l'écriture littérale ne permet pas d'effectuer. On perçoit ici la différence qu'il y a entre le calcul numérique et l'algèbre.

Observemos que nosotros permanecemos en la formulación literal en la etapa correspondiente en el caso particular de una operación numérica a las expresiones $5+2$ *ó* $3x7$ que la escritura literal no permite efectuar. Se percibe aquí la diferencia que hay entre el cálculo numérico y el álgebra.

Le couple ainsi formé, c'est l'ensemble G et la loi qui agit en lui, il vérifie les axiomes de groupe qui sont:

–*la loi est associative*. Cet axiome signifie que lorsqu'on connaît la loi qui permet de composer *deux* éléments, la composition de trois d'entre eux sera définie selon le même principe. La composition sera effectuée par deux, puis son résultat composé avec le troisième. Indifféremment pour 3 éléments X, Y et Z, par XY composé avec Z, ou X composé avec YZ. Plutôt que de poser le jeu de parenthèses (XY)Z = X(YZ) on pourra résumer ce calcul à un terme qui s'écrit: X Y Z.

El par así formado — el conjunto G y la ley que actúa en él — verifica los axiomas de grupo que son:

- ***la ley es asociactiva***: este axioma significa que cuando se conoce la ley que permite componer **dos** elementos, la composición de tres de ellos será definida según el mismo principio. La composición será efectuada por dos, luego su resultado será compuesto con el tercero :Dados 3 elementos cualesquiera X, Y y Z, para XY compuesto con Z o X compuesto con YZ. Antes que plantear el juego de paréntesis $(XY)Z = X(YZ)$ se podrá resumir este cálculo en un término que se escribe: XYZ

Une contrainte aura ainsi été allégée.

–la loi est assurée de l'existence d'un *élément neutre dans l'ensemble.*

Cet axiome signifie qu'il existe un élément dans l'ensemble dont la composition avec un quelconque des autres éléments de l'ensemble donne un résultat fait de cet autre élément et de rien d'autre. Dans chaque cas, les choses se passent comme si rien ne

Una coerción habrá sido así alivianada

- La ley que asegura la existencia de un ***elemento neutro en el conjunto***

Este axioma significa que existe un elemento en el conjunto cuya composición con uno cualquiera de los otros elementos del conjunto da un resultado hecho de este otro elemento y de ninguna otra cosa. En cada caso las cosa suceden como si nada

s'était produit. Si nous notons E cet élément neutre, sa composition avec un quelconque X donne X et se précise en: EX = XE = X Cette opération a un effet de réduction.

se hubiera producido. Si notamos con E este elemento neutro, su composición con cualquier X, da X, y se precisa en: $EX = XE = X$. Esta operación tiene un efecto de reducción.

—la loi est garantie de l'existence d'un *élément symétrique* mais cette fois-ci il est propre à chaque élément. Il s'agit à l'occasion de l'élément X, de l'existence d'un élément que nous notons X^{-1}. Ce dernier se trouve dans l'ensemble même si nous ne savons pas duquel il s'agit, et tel que composé avec X, il donne l'élément neutre (dont l'existence est annoncée par l'axiome précédent). Ainsi la composition $X X^{-1}$ ou de $X^{-1} X$ peut se réduire à l'écriture:

$X^{-1} X = X X^{-1} = E$ (l'élément symétrique est dit élément opposé noté $-X$ pour l'addition: élément inverse noté X^{-1} ou $\frac{1}{X}$ pour la multiplication). Nous obtenons encore une fois un effet de réduction.

- La ley es garantía de la existencia de un ***elemento simétrico*** pero esta vez él es propio de cada elemento. En ocasión del elemento X ,se tata de la existencia de un elemento que notamos X^{-1}. Este último se encuentra en el conjunto, incluso si no sabemos de cual se trata y tal que compuesto con X, da el elemento neutro (cuya existencia es anunciada por el axioma precedente). Así la composición XX^{-1} o $X^{-1}X$ puede reducirse a la escritura:

$X^{-1}X = XX^{-1} = E$ (el elemento simétrico es llamado : elemento opuesto, notado $-X$ para la adición; elemento inverso notado X^{-1} o $\frac{1}{X}$ para la multiplicación), Obtenemos una vez más un efecto de reducción.

Le lecteur qui n'est pas familiarisé avec ces notions va pouvoir les découvrir ou les redécouvrir dans cet ouvrage. Dans l'appendice, qui traite de la géométrie d'une manière définitive, nous donnerons la construction d'un tel groupe, conformément à cette définition.

En résumé, cette structure offre l'avantage quant aux contraintes et aux réductions qu'elle présente, d'être assez riche pour produire une vaste théorie, et assez légère pour permettre que les calculs y soient aisément praticables.

El lector que no está familiarizado con estas nociones podrá descubrirlas o redescubrirlas en esta obra. En el apéndice que trata de la geometría de una manera definitiva, daremos la construcción de un tal grupo conforme a esta definición

En resumen esta estructura ofrece la ventaja — en cuanto a las coerciones y reducciones que presenta — de ser bastante rica para producir una vasta teoría y bastante ligera para permitir que los cálculos sean así fácilmente practicables en ella.

Pour clore cette énumération, il faut prêter attention à une propriété que beaucoup rajoutent avec précipitation, *la commutativé* qui ne fait pas nécessairement partie de cette structure. Cet axiome définit les groupes commutatifs (abéliens), dont la propriété supplémentaire dit qu'à composer deux lettres selon un ordre, X suivi de Y pour donner X Y par exemple, le résultat sera le même si on écrit ces lettres dans l'ordre inverse Y X. Ainsi: X Y = Y X.

Il est difficile d'imaginer la facilité introduite par cette propriété supplémentaire avant de l'avoir éprouvée.

Para cerrar esta enumeración, es preciso prestar atención a una propiedad que muchos suelen agregar precipitadamente : la conmutativa que no necesariamente forma parte de esta estructura. Este axioma define los grupos conmutativos (abelianos) cuya propiedad suplementaria dice que al componer dos letras según un orden X seguido de Y para dar XY por ejemplo, el resultado será el mismo si se escriben estas letras en el orden inverso YX . Así $XY = YX$

Es difícil imaginar la facilidad introducida por esta propiedad suplementaria antes de haberla probado

Pour les opérations présentées dans ce fascicule, les groupes que nous aurons à considérer ne sont pas commutatifs. Cependant un autre type de réduction va parer à cette absence et rendre praticables nos compositions de lettres. Il s'agit des quotients de groupe par adjonction de relations (introduits dans la suite de cette annexe, ils seront d'un usage essentiel lorsque nous traiterons des surfaces relatives aux nœuds dans le fascicule n.° 2).

Para las operaciones presentadas en este fascículo los grupos que consideraremos no son conmutativos. Sin embargo otro tipo de reducción va a remediar esta ausencia y volver practicables nuestras composiciones de letras. Se trata de los cocientes de grupo por añadido de relaciones (introducidos en la continuación de este anexo, serán de un uso esencial cuando tratemos las superficies relativas a los nudos en el fascículo n°2).

Ajoutons encore la définition des applications cohérentes avec la structure du groupe. Le lecteur va découvrir cette exigence à la fin de ce manuel: elle consiste à accompagner chaque objet mathématique des applications qui lui sont cohérentes. Ce sont les applications ensemblistes qui font se correspondre deux ensembles présentant cette structure et qui mettent en relation les éléments de telle façon que l'image correspondante du composé de deux d'entre eux soit égale au composé des images correspondantes de ces deux éléments. Ceci se résume entre deux groupes G et G'

Agreguemos aun la definición de las aplicaciones coherentes con la estructura de grupo. El lector descubrirá esta exigencia al final de este manual: consiste en acompañar cada objeto matemático con las aplicaciones que le son coherentes. Son las aplicaciones conjuntistas que ponen en correspondencia dos conjuntos que presentan esta estructura y que ponen en relación los elementos de tal manera que la imagen correspondiente del compuesto de dos de ellos, sea igual al compuesto de las imágenes correspondientes de esos dos elementos. Esto se resume entre dos grupos G y G'

$$f: G \to G'$$

à la formule $f(XY) = f(X) f(Y)$, à laquelle s'ajoute $f(X^{-1}) = f(X)^{-1}$. On dit alors de ces applications qu'elles préservent la structure de groupe, ce sont des homomorphismes de groupe.

$$f : G \to G'$$

A la fórmula $f(XY) = f(X).f(Y)$ a la cual se agrega $f(X^{-1}) = [f(X)]^{-1}$

Se dice entonces de esas aplicaciones, que ellas preservan la estructura de grupo. Son **homomorfismos de grupo**.

2. *Complément de théorie des groupes*. Présentation d'un groupe par générateurs et relations.

(a) *Engendrement.*

A prendre *un tas de lettres*, il suffit de leur ajouter le tas de *leurs inverses*. Ceci peut se faire en choisissant un signe qui note pour une lettre ce qui s'en inverse: x^{-1}.

2. ***Complemento de la teoría de grupos. Presentación de un grupo por generadores y relaciones***

(a) . **Generación**

Al toman un *montón de letras*, basta agregarle el montón de ***sus inversas***. Esto se puede hacer, eligiendo un signo que denote para una letra, lo que en su inversa es X^{-1}.

Nous obtenons nécessairement un groupe. C'est le *groupe de mots* que l'on peut écrire avec ces lettres et leurs inverses.

L'ensemble des mots écrits grâce à ce vocabulaire (lettres et inverses), forme un groupe pour la *loi de composition* de mots qui consiste à les *écrire l'un à la suite de l'autre*. Cette loi de concaténation (c'est le nom de cette adjonction) donne bien, pour deux mots, un nouveau mot composé, le composé des deux mots en question.

Obtenemos necesariamente un grupo. Es *el* ***grupo de palabras*** que se puede escribir con estas letras y sus inversas.

El conjunto de palabras escritas gracias a este vocabulario ***(letras e inversas***) forma un grupo para la ***ley de composición*** de palabras, que consiste en ***escribir una a continuación de la otra***. Esta ley de concatenación (es el nombre de esta adjunción) da ,para dos palabras, una nueva palabra compuesta, el compuesto de las dos palabras en cuestión.

Par exemple, avec le vocabulaire: $V = \{a, b\}$ nous lui ajoutons les inverses, donc: $V' = \{a, b, a^{-1}, b^{-1}\}$

Nous formons les deux mots:

$b^{-1}abba^{-1}b$ et $baabba^{-1}b^{-1}$

Ces mots sont déjà la concaténation des lettres du vocabulaire, nous pouvons aussi les composer pour obtenir un troisième mot en les écrivants l'un à la suite de l'autre: $b^{-1}abba^{-1}bbaabba^{-1}b^{-1}$.

Pour s'assurer qu'il s'agit bien d'un groupe, il suffit de remarquer que l'absence même des parenthèses confirme le fait que la composition des mots entre eux peut se faire de différentes façons, (associativité), à condition de repecter l'ordre des lettres sur la ligne.

Por ejemplo, con el vocabulario: $V=\{a,b\}$, le agregamos las inversas; entonces : $V'=\{a,b,a^{-1},b^{-1}\}$

Formamos las dos palabras:

$$b^{-1}abba^{-1}b \quad \text{y} \quad baabba^{-1}b^{-1}$$

A estas palabras , que son ya la concatenación de las letras del vocabulario, podemos también componerlas para obtener una tercera palabra, escribiéndolas una a continuación de la otra: $b^{-1}abba^{-1}bbaabba^{-1}b^{-1}$

Para asegurarnos que se trata ciertamente de un grupo, basta señalar que la ausencia misma de paréntesis confirma el hecho de que la composición de las palabras entre ellas, puede hacerse de diferentes maneras (asociatividad), a condición de respetar el orden de las letras sobre la línea.

L'élément neutre est l'absence de mots. Cela permet d'effacer une lettre et son inverse, lorsqu'elles sont côte à côte. Avec le même vocabulaire, b b^{-1} s'efface dans la composition de ces deux mots,

bab et b^{-1}aab

soit babb^{-1}aab

El elemento neutro es la ausencia de palabras. Esto permite borrar una letra y su inversa cuando ellas están una al lado de otra. Con el mismo vocabulario, b b^{-1} se borra en la composición de estas dos palabras,

$$bab \quad \text{y} \quad b^{-1}aab$$

O sea: $babb^{-1}aab$

qui peut s'écrire baaab. Nous noterons l'élément neutre $bb^{-1} = 1$, cette lettre pouvant s'effacer.

Les mots inverses sont fait des mêmes lettres que celles du mot qu'ils inversent, les lettres écrites en ordre inverse, en inversant leur exposant.

Que puede escribirse $baaab$ Notaremos el elemento neutro $bb^{-1}=1$,pudiendo borrarse esta letra.

Las palabras inversas están hechas de las mismas letras que las de la palabra que ellas invierten, escribiendo las letras en orden inverso e invirtiendo su exponente.

L'inverse de $b^{-1}aab$

est $b^{-1}a^{-1}a^{-1}b$

car $(b^{-1}aab)(b^{-1}a^{-1}a^{-1}b) = 1$

en effet, cette composition donne:

$b^{-1}aabb^{-1}a^{-1}a^{-1}b$

soit $b^{-1}(a(a(bb^{-1})a^{-1})a^{-1})b$

$b^{-1}(a(aa^{-1})a^{-1})b$

$b^{-1}(aa^{-1})b$

$b^{-1}b = 1$

La inversa de $b^{-1}aab$

es $b^{-1}a^{-1}a^{-1}b$

Pues $b^{-1}aabb^{-1}a^{-1}a^{-1}b=1$

en efecto, esta composición da:

$$b^{-1}aabb^{-1}a^{-1}a^{-1}b$$

o sea $b^{-1}(a(a(bb^{-1})a^{-1})a^{-1})b$

$$b^{-1}(a(aa^{-1})a^{-1})b$$

$$b^{-1}(aa^{-1})b$$

$$b^{-1}b$$

Un tel groupe s'appelle un groupe libre. Le vocabulaire du départ s'appelle les générateurs du groupe.

A titre d'*Exercice*, on peut résoudre des équations dans cet ensemble muni d'une structure de groupe; et répondre à la question: Quel mot doit-on ajouter à $ab^{-1}aab^{-1}a$ pour obtenir $ba^{-1}b^{-1}aa$?

Quel est cet X, tel que: $Xab^{-1}aab^{-1}a = ba^{-1}b^{-1}aa$

La solution: $X = (ba^{-1}b^{-1}aa)(ab^{-1}aab^{-1}a)^{-1}$

$X = (ba^{-1}b^{-1}aa)(a^{-1}ba^{-1}a^{-1}ba^{-1})$

$X = ba^{-1}b^{-1}a(aa^{-1})ba^{-1}a^{-1}ba^{-1}$

$X = ba^{-1}b^{-1}aba^{-1}a^{-1}ba^{-1}$

Un tal grupo se llama un grupo libre; en el vocabulario de partida se lo llama "generadores del grupo".

A título de ***Ejercicio***, se pueden resolver ecuaciones en este conjunto munido de una estructura de grupo y responder a la pregunta: ¿qué palabra se debe agregar a $ab^{-1}aab^{-1}a$ para obtener $ba^{-1}b^{-1}aa$?

¿ Cual es esta X, tal que: $X.ab^{-1}aab^{-1}a=ba^{-1}b^{-1}aa$?

La solución: $X=(ba^{-1}b^{-1}aa).(ab^{-1}aab^{-1}a)^{-1}$

$$X=(ba^{-1}b^{-1}aa).(a^{-1}ba^{-1}a^{-1}ba^{-1})$$

$$X=ba^{-1}b^{-1}a(aa^{-1})ba^{-1}a^{-1}ba^{-1}$$

$$X=ba^{-1}b^{-1}aba^{-1}a^{-1}ba^{-1}$$

b) ***Relaciones***

Los grupos libres infinitos, presentan muy rápidamente una gran complejidad sintáctica. En cambio, dan lugar a la presentación de un grupo finito o infinito cualquiera. Encontramos más frecuentemente estos grupos libres en ocasión del cálculo en grupos menos vastos.

Les relations qui vont caractériser plus finement une diversité de groupe peuvent être vues comme des principes qui simplifient les calculs.

Donnons la forme d'une telle relation dans le groupe libre à deux générateurs: $V = \{a, b\}$ soit la relation R: $aba^{-1}b^{-1} = 1$.

Cette notation est faite d'un mot du groupe libre qui peut être trés divers et plus ou moins compliqué, égal de fait dans le groupe étudié, à l'élément neutre.

Las relaciones que caracterizarán más finamente una diversidad de grupos, pueden ser vistas como principios que simplifican los cálculos.

Demos la forma de una tal relación en el grupo libre de dos generadores: $V=\{a,b\}$, sea **la relación** $R{:}aba^{-1}b^{-1}=1$

Esta notación está hecha de una palabra del grupo libre, que puede ser muy diversa y más o menos complicada, igualada al elemento neutro, en el grupo estudiado.

Le chiffre 1 désigne le mot vide, et peut par conséquent être effacé. Certaines considérations ne sont pas sans intérêt à propos de l'élément neutre et des mots vides; nous laissons au lecteur le soin d'y réfléchir

$$babbaba^{-1}b^{-1}a.$$

Voici un mot qui a neuf lettres dans le groupe libre en question. Si nous nous plaçons dans le groupe qui admet la relation ci-dessus, il s'écrit:

$$babb\underline{aba^{-1}b^{-1}}a = babb\underline{1}a = babba$$

La cifra 1 designa la palabra vacía y puede ,en consecuencia ,ser borrada. Ciertas consideraciones no dejan de tener interés respecto del elemento neutro y de las palabras vacías. Dejamos al lector el cuidado de reflexionar sobre ello.

$$babbaba^{-1}b^{-1}a$$

He aquí una palabra que tiene nueve letras en el grupo libre en cuestión. Si nos ubicamos en el grupo que admite la relación escrita arriba, se escribe:

$$babbaba^{-1}b^{-1}a = babb1a = babba$$

Ce mot de neuf lettres devient un mot de cinq lettres. En effet, ce mot peut se lire avec une parenthèse. La mise entre parenthèses est d'un usage aisé pour indiquer la lecture, même si elle n'est pas un élément du groupe.

$$babb(aba^{-1}b^{-1})a = babba$$

Nous disposons ainsi de la présentation d'un groupe par générateurs et relations. Nous ne discutons pas des moyens d'obtenir cette présentation pour un groupe quelconque. Nous savons seulement qu'avec elle, nous obtenons un groupe.

Esta palabra de nueve letras deviene una palabra de cinco letras. En efecto, esta palabra puede leerse con un paréntesis. La puesta entre paréntesis es de fácil uso para indicar la lectura, incluso si ella no es un elemento del grupo.

$$babb(aba^{-1}b^{-1})a = babba$$

Disponemos así la presentación de un grupo por generadores y relaciones. No discutimos los medios de obtener esta presentación para un grupo cualquiera. Sabemos solamente que con ella obtenemos un grupo.

(c) *Quotient* (le groupe de Klein, par exemple)

Le groupe, présenté à partir d'un groupe libre à condition d'y ajouter des relations, est le résultat d'un quotient.

Par exemple, dans le groupe libre à deux générateurs, c'est-à-dire l'ensemble des mots construits sur le vocabulaire $V = \{a, b\}$, si nous ajoutons la relation prise comme exemple plus haut ($aba^{-1}b^{-1} = 1$), et les deux relations ($a^2 = 1$ et $b^2 = 1$), nous obtenons un groupe à 4 éléments dont voici la table de composition:

c) Cociente (el grupo de Klein por ejemplo)

El grupo, presentado a partir de un grupo libre, a condición de agregar allí relaciones, es el resultado de un cociente.

Por ejemplo en el grupo libre de dos generadores, es decir el conjunto de las palabras construidas sobre el vocabulario $V = \{a, b\}$, si adjuntamos la relación tomada como ejemplo más arriba $(aba^{-1}b^{-1} = 1)$ y las dos relaciones $(a^2 = 1 \;\; y \;\; b^2 = 1)$ obtenemos un grupo de 4 elementos cuya tabla de composición es la siguiente:

	e	a	b	ab
e	e	a	b	ab
a	a	e	ab	b
b	b	ab	e	a
ab	ab	b	a	e

Ce groupe est connu sous le nom de «Groupe de Klein». Il s'agit du plus petit groupe qui ne soit pas cyclique (un seul générateur) sa présentation par générateur et relation sera:

$K = \{a, b/aba^{-1}b^{-1} = 1 \text{ et } a^2 = 1 \text{ et } b^2 = 1\}$

Nous ne voulons pas ici entrer plus avant dans le calcul algébrique des groupes car l'usage que nous allons en avoir ne l'exige pas pour l'instant.

Este grupo es conocido con el nombre de" Grupo de Klein". Se trata del grupo no cíclico mas pequeño (un solo generador) ; su presentación por generadores y la relación será:

$$K=\{a,b/aba^{-1}b^{-1}=1 \ \wedge \ a^2=1 \ \wedge \ b^2=1\}$$

No queremos aquí avanzar más en el cálculo algebraico de los grupos pues el uso que haremos de ello no lo exige por el momento.

Nous laissons au lecteur qui connaît la théorie des groupes ou qui voudrait s'y exercer le soin de vérifier que cette présentation par générateurs et relations du groupe de Klein donne bien la table exhibée.

Remarquons simplement que la table comporte des informa-:ions redondantes et que la présentation *par générateurs et relations* :st le mode le plus succint mais nécessaire.

Nous pouvons le retenir au profit de ce mode de présenta-:ion.

Dejamos al lector que conoce la teoría de grupos o que quisiera ejercitarse en ella , el cuidado de verificar, que esta presentación por generadores y relaciones del grupo de Klein de exactamente la tabla exhibida.

Señalemos simplemente que la tabla comporta informaciones redundantes y que la presentación por generadores y relaciones es el modo más sucinto, pero necesario.

Podemos retenerlo aprovechando este modo de presentación.

(d) *Le graphe d'un groupe*

D'une manière à peine différente de celle rencontrée à propos des ponts de la ville de Koenigsberg, un tel jeu de lettres qu'est un groupe ainsi présenté, peut être représenté par un graphe.

d)
El grafo de un grupo

De una manera apenas diferente a la hallada a propósito de los puentes de la ciudad de Köenigsberg, un tal juego de letras que es un grupo así presentado, puede ser representado por un grafo.

Es el grafo coloreado de Cayley, de un grupo.

Basta con atribuir un color a cada ***generador,*** luego anotar las ***relaciones*** como ciclos en el plano, es decir , trayectos cerrados partiendo de un punto dado ,para volver a él luego de un cierto número de pasos coloreados.

Este grafo representa también una geometría en el sentido en que la entendemos en el apéndice final. Presenta la particularidad de ser la acción del grupo sobre sí mismo; es uno de sus cocientes tal como se ha indicado; sin duda, se puede decir que es un cociente impropio.

Dans les termes de l'appendice (annexe au Chapitre I), il s'agit de l'action de G sur $G/\{e\}$ dont nous pouvons construire le graphe. Nous omettons, simplement, d'écrire d'autres éléments que les générateurs parmi les flèches. Par contre, chaque élément paraît parmi les objets.

Pour plus de facilité, donnons l'exemple d'un tel graphe coloré dans le cas d'un groupe fini. Prenons le groupe de Klein, que nous venons de rencontrer.

En los términos del apéndice (anexo al cap 1), se trata de la acción de **G** sobre $G/\{e\}$ de la cual puede se construir el grafo. Omitimos simplemente escribir entre las flechas, otros elementos que no sean los generadores. En cambio, cada elemento aparece entre los objetos.

Para mayor facilidad demos el ejemplo de un tal grafo coloreado en el caso de un grupo finito. Tomemos el grupo de Klein que acabamos de ver.

Le graphe a autant de sommets que le groupe a d'éléments distincts. Partons donc d'une multiplicité, de quatre points dans notre exemple, en nous appuyant sur la table de composition de ce groupe.

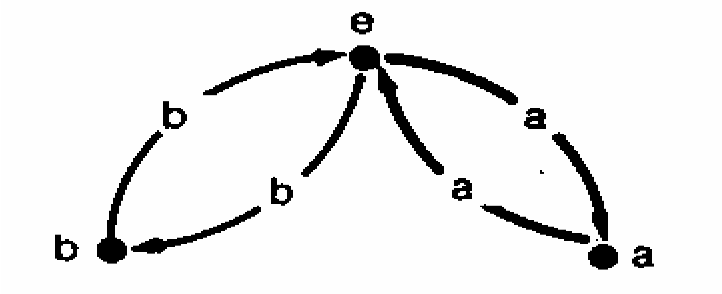
Table de groupe de Klein (voir p. 48).

Les relations $a^2 = 1$ et $b^2 = 1$ nous indiquent que les flèches colorées par la lettre a et les flèches colorées par la lettre b sont leurs propres inverses.

El grafo tiene tantos vértices como elementos distintos tiene el grupo . Partamos entonces de una multiplicidad de 4 puntos en nuestro ejemplo, apoyándonos sobre la tabla de composición de este grupo.

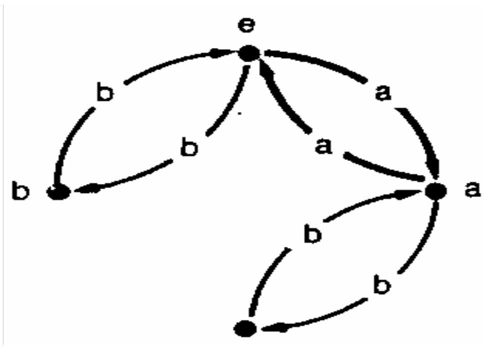
Tabla del grupo de Klein **(ver p. 30)**

Les relaciones $a^2 = 1$ y $b^2 = 1$ nos indican que las flechas coloreadas por la letra **a** y las flechas coloreadas por la letra **b** son sus propias inversas.

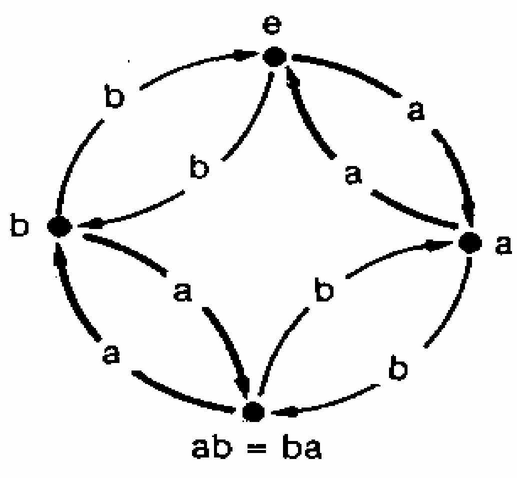


La table de composition nous indique que pour aller de a en tant qu'élément, au quatrième élément noté ab, il faut faire suivre a, en tant que flèche, de la flèche b.

La tabla de composición nos indica que para ir de e [2] en tanto que elemento, al cuarto elemento notado **ab,** es necesario hace seguir a **a** en tanto que flecha, de la flecha **b.**



Igualmente podemos alcanzar el punto **ab** en este grupo conmutativo (primera relación) tomando el trayecto **b** seguido de **a**, partiendo de **e**



[2] [NT] corrijo en error que hay en el texto original que pone a , en lugar de e

Es el grafo coloreado del grupo de Klein

Ce graphe coloré par les lettres génératrices est un schéma du groupe. Il donne une présentation de la structure de groupe comme défini à partir d'une loi de composition interne entre ses éléments, et montre l'action, par l'extérieur, de la structure de groupe sur l'ensemble des éléments sous-jacents. Ceci explique la double occurrence en place d'objet et en place de flèche, des seuls éléments générateurs.

Nous avons renoué avec les graphes dont nous étions partis pour faire un premier tour: une promenade en théorie des groupes.

Este grafo coloreado por las letras generatrices es un esquema del grupo. Da una presentación de la estructura de grupo en tanto definida a partir de una ley de composición interna entre sus elementos, y muestra la acción ,por el exterior, de la estructura de grupo sobre el conjunto de los elementos subyacentes. Esto explica la doble ocurrencia en el lugar de objeto y en el lugar de flecha solamente de elementos generadores

Retomamos así, los grafos, de los que habíamos partido, para hacer una primera vuelta : un paseo por la teoría de los grupos.

(e) *Nous proposons deux groupes dont le lecteur peut étudier le graphe coloré.*

Ils seront utilisés dans l'appendice de ce volume.

e)
proponemos dos grupos cuyo grafo coloreado podrá estudiar el lector

Serán utilizados en el apéndice de ese volumen.

Exercice 1: Donner le graphe coloré de Cayley du groupe de notre petite géométrie (appendice), dont la table est donnée p. 146. Sachant qu'il peut être engendré par deux d'entre les transpositions, et deux seulement. Sa présentation a la forme du groupe abstrait.

$$S_3 = \{a, b / a^2 = 1 \wedge b^2 = 1 \wedge (ab)^3 = 1\}$$

Ejercicio 1: Obtener el grafo coloreado de Cayley, del grupo de nuestra pequeña geometría (apéndice) cuya tabla ha sido dada (**p. 66**). Sabiendo que puede ser generado por dos y solamente dos de las transposiciones ; su presentación tiene la forma de grupo abstracto.

$$S_3 = \{a,b / a^2 = 1 \wedge b^2 = 1 \wedge (ab)^3 = 1\}$$

Exercice 2: Même exercice pour le groupe de la géométrie dont la représentation est demandée dans l'exercice de la page 161. Il s'agit de:

$$S_4 = \{a, b, c / a^2 = 1 \wedge b^2 = 1 \wedge c^2 = 1 \wedge (ab)^3 = 1 \wedge (ac)^2 = 1 \wedge (bc)^3 = 1\ (abc)^4 = 1\}$$

Ce groupe a 24 éléments.

Ejercicio 2:El mismo ejercicio, para el grupo de la geometría cuya representación es pedida en el ejercicio de la **página . 161** . Se trata de:

$$S_4 = \{a,b,c / a^2 = 1 \wedge b^2 = 1 \wedge c^2 = 1 \wedge (ab)^3 = 1 \wedge (ac)^3 = 1 \wedge (bc)^3 \wedge (abc)^4 = 1 = 1\}$$

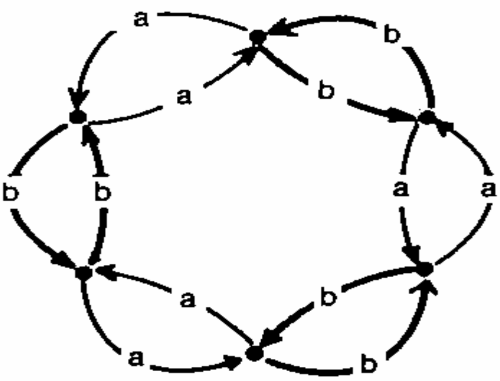
Es un grupo de 24 elementos.

Soluciones de los ejercicios:

Ejercicio 1 ***Ejercicio 2***

Solutions des exercices:

Exercice 1



Exercice 2