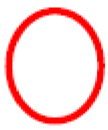
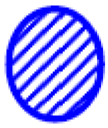
Circunferencia - Circulo
Recta Extendida - Recta Proyectiva - Recta Infinita
Falso Agujero- Verdadero Agujero

❖ Diferencia entre circunferencia y círculo .

Es habitual ,en las traducciones al castellano de los seminarios de Lacan, encontrar que se ha traducido "cercle" por círculo. Si bien la traducción literal de cercle es círculo, también se utiliza en forma coloquial para designar a la circunferencia a pesar de contar ellos con la palabra circonférence. Este problema presenta grandes inconvenientes porque hay una gran diferencia en matemática entre circunferencia y círculo.
En matemática, se llama circunferencia al conjunto de puntos que equidista de un punto llamado centro; por tanto, la circunferencia tiene dimensión 1; es una *línea cerrada (en rojo)* .
En cambio, el círculo se define como el conjunto de puntos formado por la circunferencia y los puntos interiores a la misma ; es decir que un círculo, tiene dimensión 2, es una superficie (en azul)

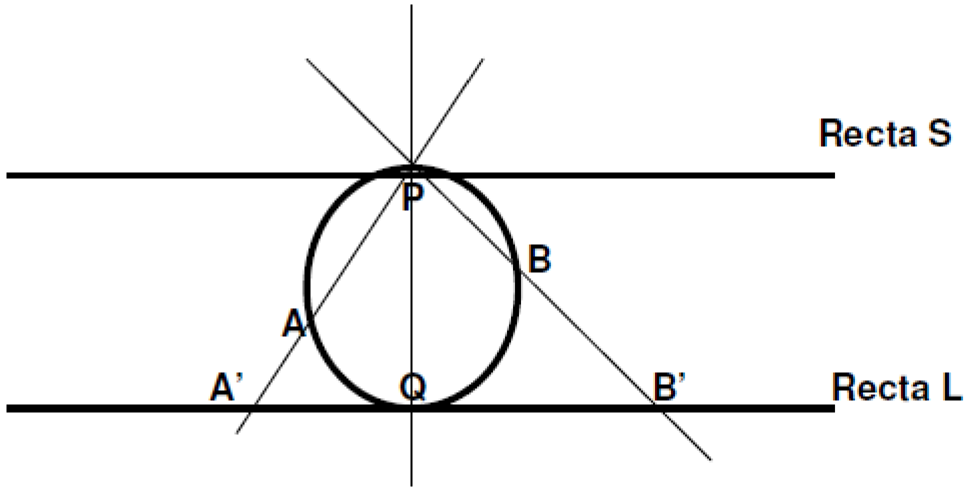

circunferencia


círculo

Las expresiones algebraicas de ambas figuras geométricas son:
Circunferencia de centro en el origen y radio R : $x^2 + y^2 = R^2$
Círculo de centro en el origen (0,0) y radio R : $x^2 + y^2 \leq R^2$
Para la circunferencia hay un igual en la fórmula, mientras que en el círculo hay un menor o igual .

❖ Desargues . Recta proyectiva

Voy a presentar de un modo mas bien coloquial, la operación que realizó Desargues para inaugurar la geometría proyectiva . Para eso, vamos a considerar una circunferencia , y una recta L . El punto de contacto entre ambas vamos a llamarlo Q. Sea P el punto diametralmente opuesto a Q.
Vamos a trazar el haz de rectas que pasa por el punto P . Y cada una de las rectas de ese haz la vamos a intersectar con la recta L



De esta forma es posible establecer una correspondencia entre cada punto de la circunferencia y un punto sobre la recta L . Al punto A sobre la circunferencia, le corresponde el punto A' sobre la recta L (intersección de L con la recta que pasa por P y por A); al punto B, le corresponde B'; a Q le corresponde el mismo Q .

$$\begin{array}{ccc} A & \rightarrow & A' \\ B & \rightarrow & B' \\ C & \rightarrow & C' \\ & & \\ Q & \rightarrow & Q \\ P & \rightarrow & ? \end{array}$$

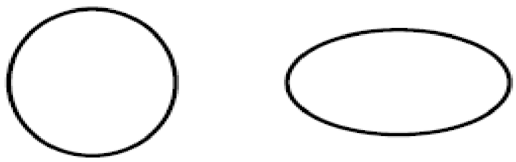
Ahora bien, nos damos cuenta que en geometría clásica , no hay modo de proyectar el punto P , ya que la recta S que debería intersectar a L, es paralela a L .Y en geometría euclidiana, dos rectas paralelas no se intersecan. Luego, a cada punto de la circunferencia , con EXCEPCIÓN DE P, le corresponde un único punto sobre L, con lo cual esta relación NO es una función, ya que hay un punto (P) que no tiene correspondencia .
¿Qué hizo Desargues?
Es como si hubiera razonado así: en geometría clásica, al punto P no le corresponde ningún punto sobre L, pero puedo inventar una función, que además será biyectiva , con sólo definir una correspondencia para P. Entonces, a P le hago corresponder un punto que **sólo existe en la escritura,** pero que va a tener el efecto de abrir un nuevo campo que es el de la geometría proyectiva .A ese punto con el que terminaría de proyectar toda la circunferencia, lo llamo P_∞ (P infinito).Quedó así, una función biyectiva:

$$\begin{array}{ccc} A & \rightarrow & A' \\ B & \rightarrow & B' \\ C & \rightarrow & C' \\ P & \rightarrow & P_\infty \end{array}$$

Y por medio de esta función biyectiva , ahora se puede decir que,en esta nueva geometría llamada geometría proyectiva, **<u>la circunferencia es equivalente a la recta L con el agregado de este punto al infinito .</u>** Desargues llamó a esta nueva recta, RECTA PROYECTIVA O RECTA EXTENDIDA . Y Lacan la llamó **RECTA INFINITA** para poder jugar en su lengua (francés), haciendo de "la droit infini", la D.I, que se lee "la dei" (ironiza la feminización de Dios?).
Este resultado es decisivo para Lacan, por las consecuencias que tiene en relación al borromeo. Hay varias referencias de esto en los Seminarios RSI y Le sinthome

- **<u>Verdadero agujero</u>**

En teoría de nudos, si consideramos una línea cerrada (no necesariamente una circunferencia, ni siquiera elipse o curva simétrica), eso que llamamos nudo trivial , es una línea que bordea un agujero (Lacan lo llama verdadero agujero) . En matemática no se predica la verdad o falsedad de un agujero. Simplemente estamos ante un agujero o no.

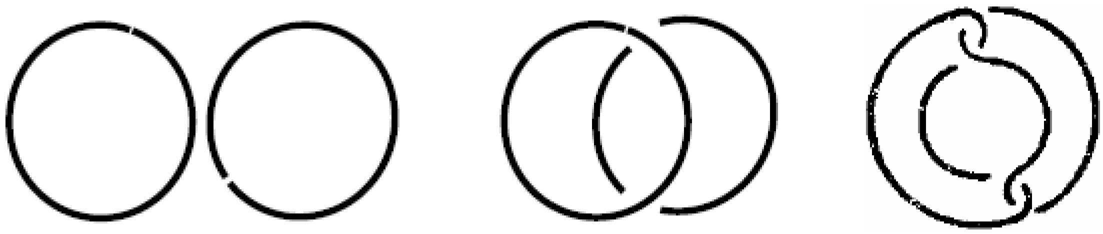


¿De que modo se pueden componer dos de estos nudos triviales o agujeros verdaderos como dice Lacan? . Pero atención que una cosa es el nudo (Lacan los llama llama redondel de hilo o cuerda) y otra cosa el agujero que sería el complemento del nudo .
En principio hay de dos maneras de componerlos:

a) Uno de estos redondeles atraviesa el agujero del otro .

Esta cadena de 2, también 2-cadena, (en matemática, hablamos de cadena cuando tenemos DOS o mas curvas cerradas), esta cadena se sostiene. A este tipo de cadena lo vamos a llamar ENLACE siguiendo la denominación que utilizaba Soury (referente central de Lacan en materia de nudos), quien a su vez seguía al matemático Milnor . Esta misma denominación es la que emplea Jean-Michel Vappereau.

b) Otra manera de componerlos es dejarlos apilados pero tensarlos hasta que aparezcan presentados así :



[1] [2] [3]

[1], [2] y [3],son tres presentaciones del mismo anudamiento que en verdad no anuda nada, pero se lo puede llamar así. Son tres presentaciones equivalentes, dado que es posible pasar de una presentación a la otra, utilizando únicamente movimientos de Reidemeister .
Ahora bien, la presentación [3] parece tener un "agujero", que Lacan llama "falso agujero" porque no están sostenidos los dos redondeles que lo componen .
Bien, ahora solo falta ver qué diferencia hay entre un enlace y un falso agujero y las consecuencias que extrae Lacan .Lo que voy a decir tiene un desarrollo algebraico preciso que se puede estudiar en el libro Essaim de Jean-Michel Vappereau [está en francés y en español en mi página web :www.alaletra.com]
¿Qué sucede cuando en una cadena de varios redondeles, y por tanto, de varios agujeros verdaderos, hay un enlace? Sucede que esa cadena **jamás será borromea** ¿por qué? La definición de cadena borromea es que si retiramos uno cualquiera de los redondeles de esa cadena, todo se deshace, se sueltan todos . Por ejemplo , si partimos de una cadena borromea de 3, sacando uno cualquiera, los tres quedan libres . Lo mismo vale para 4, para 5 ,etc .
Ahora bien , si en una cadena hay una enlace ¿Qué va a suceder? Que cuando suelte cualquier redondel de los que no forman el enlace , no se va a deshacer todo, porque siempre quedará el enlace sin romper. Obvio que si rompemos el enlace, todo se suelta .Pero la definición de borromeo es que cualquiera que suelte todo se deshace .Y eso no pasa con cualquiera en el caso que esté presente un enlace .
En otras palabras, la presencia de un enlace en una cadena oficia de elemento absorbente; el prototipo de elemento absorbente es el 0 en la multiplicación ¿Cómo es eso?

$0.1=0$

0.2=0
0.3=0

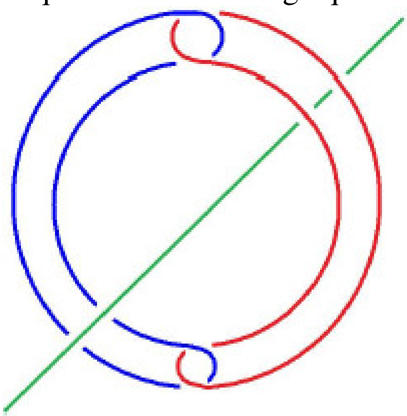
El numero 0 multiplicando a cualquier número, da como resultado 0; es como si se "fagocitara" todo lo que encuentra .Por eso se llama elemento absorbente .Bien , un enlace se "fagocita" la propiedad borromea , no permite que la cadena en la cual se inserta, sea borromea .

Pero, ahora miremos una tremenda curiosidad . Consideremos un FALSO AGUJERO , no un agujero, si confundimos este "falso agujero" con uno verdadero, y hacemos pasar un tercer redondel por el "falso agujero" ¿qué pasará? . Haciendo el enlace entre el "falso agujero" y la tercer consistencia oh!! sorpresa!! , se obtiene un nudo borromeo de tres. Todo esto , se puede verificar tanto en la "manipulación" con cuerdas , como con un desarrollo algebraico.

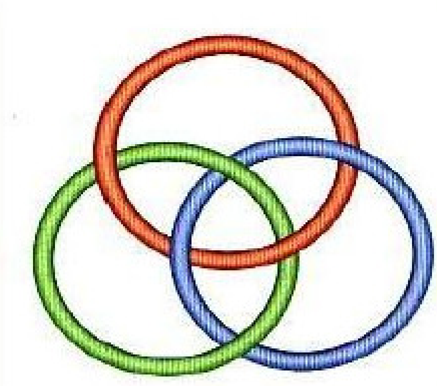
Quiere decir que : hacer pasar un redondel por el agujero de otro , nos da un enlace.

Hacer pasar un redondel, por el "falso agujero" (que formamos a partir de dos verdaderos agujeros),se obtiene una cadena borromea de 3 .

Y retomando lo dicho al comienzo , a partir de Desargues, una circunferencia [en topología una circunferencia es equivalente a cualquier curva cerrada o redondel], es equivalente a una D.I. Utilizando este resultado, Lacan afirma que si se hace pasar una D.I. por un falso agujero, lo que se obtiene es algo que se sostiene en forma borromea ; es decir , una cadena borromea .



[4]



[5]

A partir de Desargues , podemos decir que [4] y [5] son equivalentes , porque la recta infinita verde en [4] equivale al redondel verde en [5] Y el falso agujero formado por los redondeles rojo y azul en [4] equivale a los dos redondeles rojo y azul, que están superpuestos en [5].

Mónica Lidia Jacob
18-07-18
Revisión del texto : 24-05-2025