(3 ≠ 4)

Discursos entre grupos y masas
y el real del discurso establecido por
el *teorema principal de Lacan*

(Versión nº8 : esta versión anula las precedentes para el texto y para la demostración del teorema integrado aquí al texto; no está mas en el anexo)

Revisión el 25 de marzo de 2015

Resumen

Encontramos en un escrito[1] de Lacan, que él evoca lo real del discurso, Freud dice bien que hay lo imposible en cada caso : gobernar , educar, curar y ser analzado por alguien, a pesar del problema de aquellos que lo pretenden, en fin, ellos tienen horror de lo que son llevados a hacer e ignoran de hecho, servir de soporte a la lectura, introducir la dimesión del habla en el análisis de un otro .

Nosotros podríamos habernos contentado con eso, como todo el mundo que se contenta con ello. Pero no, nosotros fuimos a leer el seminario y allí se encuentra la exposición de ese real, esa imposibilidad de hacer girar el mundo bien aceitado de las biyecciones entre sí, módulo la suma artimética . Trampa de un breve instante sorprendente.

1.-Transcribimos esto, de la combinación de las letras, de los lugares y de los discursos a la expresión aritmética de este hecho literal, evitemos hablar de formalización pretenciosa y engañosa (la forma) por qué no la castración o la vagina, de hecho nosotros escribimos de otra manera, punto.

2. Esto da lugar a una conjetura que ….3. Nosotros demostramos para hacer de ella un teorema : El teorema mayor de Lacan. *El único que él formula en ocasión de su obra y no lo demuestra, solamente sobre un ejemplo cuando (n=4), pero no el único mathema como un ignorante hábil , un verdadero terco, lo pretende.*

En ese texto, un discurso es un lazo social . Esto significa que un discurso está definido por coordenadas prácticas, que delimitan el objeto, coordenadas de lugar (espacio y topos), de números (tiempos, monedas), de letras (textos, palabras trabajadas por la escritura).

En sus cruces políticos unos hablan a otros y también de otros .Esta palabra depende de la función dada a ciertos elementos primeros.

Estos elementos así puestos en funciones constituyen la intención de cada discurso.

Entonces, curiosamente, emanan necesariamente de cada uno de ellos, textos que los constituyen para el exterior y el futuro, dando materia a los archivos. Cuando caen en desuso sus significaciones - ya sea por agotamiento o debido a la disposición de sus sostenedores -aquello que los extraños no pueden comprender incluso en el tiempo de su ejercicio, se pierden de manera irremediable. Esto produce el embarazo de las disciplinas de la historia.

El producto significante realizado como aluviones, un depósito escrito en su presentación externa, tal vez por eso perfeccionada hasta devenir matemática al extremo, es decir, permanente, estable en el silencio que no es más una experiencia dogmática simplista.

Posiciones

[1] J.Lacan « Alocución sobre la enseñanza» aparecido en *Scilicet* nº 2/3,pag 391-399,Seuil 1970 Paris. Retomado en el segundo volumen de los Ecrits pag 297-305,siempre Seuil,2001 Paris

Hay cuatro discursos fundamentales, de los cuales Lacan ha propuesto el cáclulo[2]. Los elementos son reducibles al significante amo, notado : S_1, al saber : S_2, al sujeto dividido freudiano: $\$$ y al objeto a ; ellos se disponen en función de agente, verdad, Otro y producto, que son tematizados como lugares ocupados por estas notaciones, por estas letras. En cada discurso, el lugar del objeto a es llamado "plus-de-gozar [3]", mientras que el lugar del $\$$ es el del enseñante [4].

Los cuatro discursos fundamentales son: el discurso del amo, el discurso de la histérica, el discurso de la universidad y el discurso del analista.
Hay además un quinto discurso, el discurso del Capitalismo científico.

Cada discurso está tematizado por un cuadrípodo, es decir, por la distribución de cuatro letras que anotan los elementos primos en el álgebra de Lacan, en cuatro lugares nombrados por las funciones que los elementos primos cumplen, o si se prefiere, aseguran en cada uno de los discursos.

He aquí sus respectivos cuadrípodos:

$$\overset{\textstyle M}{\frac{S_1}{\$} \quad \frac{S_2}{a}} \qquad\qquad \overset{\textstyle U}{\frac{S_2}{S_1} \quad \frac{a}{\$}}$$

$$\overset{\textstyle H}{\frac{\$}{a} \quad \frac{S_1}{S_2}} \qquad\qquad \overset{\textstyle A}{\frac{a}{S_2} \quad \frac{\$}{S_1}}$$

Los cuatro discursos fundamentales
presentados gracias a una permutación circular
de cuatro letras entre cuatro lugares

La fórmula del discurso del amo es la fórmula de la metáfora, en tanto que el significante, la estructura del lenguaje, es ante todo imperativo [5].

El discurso del análisis, el último en aparecer hasta la fecha, está formulado al revés del primer discurso que gobierna a los otros.

Dos cuartos de giro valen por medio giro, o sea, la mitad de un giro completo. Hay que decir

---

[2] J. Lacan, El envés del psicoanálisis, (El seminario, libro XVII), 1969-1970, Seuil, 1991, París. Los cuatro discursos son retomados en *Radiofonía* (1970) y, sobre todo, en la *Alocución sobre la enseñanza* del mismo año, publicados en *Scilicet* n.º 2/3, Seuil, 1970, París. Estos escritos se encuentran ahora en *Écrits* (segundo volumen), denominado *Autres écrits* por el editor, Seuil, 2002, París.

[3] J. Lacan, **"***La tercera***"** (1974): se trata de la transcripción de la tercera intervención de Lacan en Roma, después de **"***El discurso de Roma***"** (1953) y **"***La razón de un fracaso***"** (1967). Este escrito de 1974 permanece inédito entre los **Escritos** de Lacan, quien declaró, a propósito de él, en su exposición oral pronunciada en Roma ese año: **«¡**Lo que voy a decirles, está escrito**!»**.

De allí la ironía de la situación, debido a los dos yernos del psicoanálisis que se instituyeron —no sin ironía— cada uno en su lugar (uno, el yerno del profeta: Alí; el otro, yerno del propio Lacan; los conocedores apreciarán), editores de los seminarios hablados por Lacan. Los manipuladores así manipulados tienen la tarea respetable e imposible que era necesario confiar a dos competidores encarnizados y furiosos para obtener que de ello quedaran algunas huellas.

[4] J. Lacan "*Alocución sobre la enseñanzat*" citado mas arriba.

[5] El conjunto de nuestros trabajos de topología aborda esta cuestión a partir de ese hecho de la palabra siempre eludido, el abordaje imperativo del significante del lado de los oídos. Nos apoyamos en la concepción semántica de la verdad de Tarski introduciendo allí la enunciación en lugar del sentido para emprender en esta vía la lectura de Freud de tal manera que, curiosamente, reencontramos las indicaciones de Lacan introduciendo en el discurso analítico la dimensión de la Palabra, es decir de la enunciación, del hecho de decir, y por allí de la significación, de la instancia de la letra, del sujeto ...

que los cuadrípodos de los discursos fundamentales se corresponden por una permutación circular elemental si los leemos en cierto orden. Esta permutación circular elemental es el cuarto de giro.

El discurso del análisis reverbera, refracta —por la descomposición que efectúa de la metáfora en su efecto de semblante—, repercute, refleja su real a los otros discursos, lo que vuelve al discurso del análisis difícilmente tolerable .

El real en cuestión es una imposibilidad: de gobernar, de educar, de curar como lo quiere la histérica. La de analizar, es decir, la de terminar su análisis para este último discurso.

Vamos a mostrar ahora cómo se formula este imposible en la estructura cuadripódica de los discursos y, más adelante, demostrar su necesidad en términos aritméticos.

El ejercicio :

Lacan formula en su seminario lo imposible de los discursos–cuyo real señala durante una respuesta [6] que da a las preguntas de un periodista de la TSF. En el seminario lo dice así:

> *"Independientemente de ese lugar que yo les sugeriría poder ser aquel que nos interesa, intenten, en cada una de estas —llamémoslas así— figuras del discurso, obligarse simplemente a elegir un lugar diferente, definido en función de los términos arriba, abajo, derecha, izquierda. No lograrán, sea cual sea la manera en que se las arreglen, que cada uno de esos lugares esté ocupado por una letra diferente."*
>
> *L'envers de la psychanalyse, p. 49*

Efectuemos esta elección de un lugar para cada discurso en dos casos que servirán de ejemplos a fin de que se pueda seguir su generalización a todos los casos, en vista de la demostración.

Ejemplos

Definamos de esta manera los cuatro lugares en función de los pares (arriba, abajo) y (derecha, izquierda). Hay cuatro lugares con sus posiciones respectivas:

$$\frac{\textit{arriba a la izquierda}}{\textit{abajo a la izquierda}} \qquad \frac{\textit{arriba a la derecha}}{\textit{abajo a la derecha}}$$

Y recordemos el cuadro de los discursos que presenta la disposición de las cuatro letras S_1, S_2, a y $\cancel{S}$ en sus lugares respectivos dentro de cada discurso, con el fin de facilitar la tarea del lector.

$$\begin{array}{ccc} \text{M} & \qquad & \text{U} \\ \dfrac{S_1}{\cancel{S}} \quad \dfrac{S_2}{a} & & \dfrac{S_2}{S_1} \quad \dfrac{a}{\cancel{S}} \\ \\ \text{H} & & \text{A} \\ \dfrac{\cancel{S}}{a} \quad \dfrac{S_1}{S_2} & & \dfrac{a}{S_2} \quad \dfrac{\cancel{S}}{S_1} \end{array}$$

Podemos dar los dos ejemplos.

---

[6] . J.Lacan "Radiofonía" Pregunta VII, dans Scilicet n°2-3 Seuil, Paris, 1970 retomada en los Escritos p.444 à 446 del segundo volumen llamado Otros escritos, Seuil, Paris, 2002.

1. Primer ejemplo

Así, una primera correspondencia biyectiva entre los discursos y los lugares:

M → abajo a la izquierda U → abajo a la derecha
H → arriba a la izquierda A → arriba a la derecha

En este caso, siguiendo el procedimiento que consiste en tomar cada discurso en su propio caso, podemos seguir la tabla de las letras dispuestas en cada lugar en cada discurso.

Así, el lector que quiera seguir estas correspondencias puede verificar que podemos hacer corresponder una letra a cada uno de los lugares indicados por la elección tomada como ejemplo, en función precisamente del discurso concernido cada vez:

M : abajo a la izquierda → $\$$ U : abajo a la derecha → $\$$
H : arriba a la izquierda → $\$$ A : arriba a la derecha → $\$$

Entonces, por esta elección biyectiva o, mejor dicho, por la elección de un lugar diferente para cada discurso diferente, resulta que todos los discursos quedan puestos, por este procedimiento, en correspondencia en este caso singular con una sola y misma letra, aquí $\$$

fin del primer ejemplo.

2. Segundo ejemplo

Nueva correspondencia biyectiva entre los discursos y los lugares:

M → abajo a la izquierda U → arriba a la izquierda
H → arriba a la derecha A → abajo a la derecha

remitiéndonos siempre a los cuadrípodos de los discursos, las letras corresponden a los lugares en cada discurso respectivo, de tal manera que:

M : abajo a la izquierda → $\$$ U : arriba a la izquierda → S2
H : arriba a la derecha → S1 A : abajo a la derecha → S1

solo *dos discursos corresponden esta vez a una misma letra*, pero eso basta para contradecir la existencia de una biyección en este caso.

Jamás encontramos una letra diferente para cada uno de esos diferentes discursos. Este procedimiento entre biyecciones no produce biyección en ningún caso.

Es lo que nos proponemos desmontar, en el caso finito de orden cuatro (4) que impone veinticuatro (24) biyecciones entre discursos y lugares.

Luego Lacan prosigue en el seminario ya citado:

> "Intentar, en sentido contrario, darse como condición del juego, elegir en cada una de esas cuatro fórmulas una letra diferente. No llegarán a que cada una de esas letras ocupe un lugar diferente."
>
> *L'envers de la psychanalyse*, p.49

Es en estos términos literales que nosotros expresamos este ejercicio cuya solución se condensa en lo que podremos llamar un teorema cuando esté aritmetizado, para *afinar* su expresión en lengua, y demostrado ; pero que no deja de ser *el pequeño teorema de Lacan* pues no versa por ahora más que sobre las combinaciones finitas de tres juegos: de lugares, de letras y de discursos, de cuatro elementos cada uno y puede ser demostrado por la exploración *exhaustiva* de los casos. Pero no lo emprendemos aquí, pues es bastante fastidioso seguir esa vía.

Podemos traducirlo en un teorema de aritmética finitista demostrable por un cálculo de congruencia de orden cuatro o, si se prefiere, escrito en el *sistema de numeración* en base cuatro. Pero aun cuando se establezca esta transformación y se practique este cálculo que vale como demostración y que queda por inventar, hay todavía otra manera de hacerlo, más ambiciosa en apariencia, pero más matemática de hecho.

Buscamos extender este resultado al número n ($n \in \mathbb{N}^*$) un número entero no nulo cualquiera, o reducido a los números ($2 \leq n$) generalizándolo en su versión aritmética, o, si se quiere, de teoría algebraica de los números, puesto que la suma va a jugar un rol determinante, para conjeturar **el teorema mayor de Lacan** del cual el **pequeño teorema** no sería más que un caso particular, el caso donde $n = 4$.

Este teorema mayor presenta el hecho señalado por Lacan como una condición necesaria que enuncia un imposible que resulta de los datos del ejercicio *en todos los casos pares*; es su suplemento matemático, que no es reducible a su taquigrafía sino para los ignorantes un poco necios. Esto debe entenderse para los casos donde los tres juegos de letras, equinuméricos entre sí, son tomados en un mismo número n par, $\exists k\ (n = 2k)$, y si esta condición es también deducida.

Ella da lugar a la expresión de un auténtico teorema tal como va a ocuparnos en lo que sigue y tal como va a ser demostrado en este texto.

1. Expresiones literales de los discursos mediante una permutación de los términos.

Comencemos por la expresión mejorada en lengua de nuestro ejercicio para dirigirnos hacia su solución, gracias a una escritura algebraica que remite a la aritmética.

Notemos con la letra: 4, el conjunto de los números que van a servirnos de índices, pues el ordinal 4 es hoy igual a {0,1,2,3} en la teoría estándar de los conjuntos (Z-F) .

0. los términos

Son cuatro en dos juegos diferentes de lugares y de letras que se intercambian siguiendo una permutación circular a través de los discursos así definidos.

0.1 los lugares:

Definimos el conjunto P4 de los lugares p_i con $i \in 4$ indexando así su posición respectiva.

$$\frac{p_0}{p_3} \qquad \frac{p_1}{p_2}$$

Más tarde [7] Lacan designará estos lugares como lo hemos recordado más arriba:

p_0 = el lugar del agente,	p_1 = el lugar del Otro
p_3 = el lugar de la verdad,	p_2 = el lugar del producto,

Lugares comunes a cada uno de los discursos. Estas designaciones pueden cambiar en el discurso de Lacan, indicando así correspondencias entre los términos de su discurso.

0.2. las letras

Definimos el cconjunto L_4 de letras l_j con $j \in 4$

$$l_0 = S_1,\ l_1 = S_2,\ l_2 = a,\ l_3 = \$$$

refiriéndonos al discurso del Amo como posición de partida**.**

[7] J.Lacan “Radiofonía” Scilicet n°2- 3 Seuil, Paris, 1970 retomado en Ecrits, segundo volúmen llamado "Autres écrits", Seuil, Paris, 2002.

1. Una permutación circular elemental

Definimos una primera aplicación biyectiva, notada γ, del conjunto P_4 de los lugares sobre sí mismo:

$$\gamma : 4 \to 4$$

tal que

$$\gamma(i) = i + 1$$

y sus k composiciones $\gamma^k(i) = i + k$

por reiteración cuando $k \in 4$, efectuándose esto según la congruencia (módulo 4), es decir que (3 + 1 = 0). Disponemos así de cuatro permutaciones entre los índices y podemos construir cuatro permutaciones entre las letras a partir de

$$\Gamma : L \to L$$

tal que

$$\Gamma(l_i) = l_{i+1}$$

y sus múltiples composiciones $\Gamma^k(l_i) = l_{\gamma^k(i)} = l_{i+k}$

2. Los discursos:

Con estos elementos, el conjunto de los discursos D_4 puede definirse, por medio de la permutación Γ a partir de uno de ellos, como el conjunto de cuatro aplicaciones d_k del conjunto P_4 de los lugares sobre el conjunto L_4 de las letras, es decir:

$$d_k : P_4 \longrightarrow L_4$$

La elección de la indexación de las letras que hemos hecho, correspondiente al discurso del Amo, hace así más sencillo indexar los discursos comenzando por este como el discurso d_0 = M, el discurso del Amo en este caso, tales que

$$d_0(p_i) = l_i \qquad \text{y} \qquad d_k = \Gamma^k \circ d_0$$

De este modo, gracias a la composición fácil de concebir tal como queda representada por el siguiente diagrama:

$$d_k : P_4 \xrightarrow{d_0} L_4 \xrightarrow{\Gamma_k} L_4$$

Si el lector quiere remitirse a la definición de las permutaciones de letras Γ^k por las permutaciones de índices γ^k, obtendrá

$$d_k(p_i) = \Gamma^k(d_0(p_i)) = l_{\gamma^k(i)}$$

y, siguiendo un cálculo simple, podrá poner a prueba que

$$d_k(p_i) = l_{i+k}$$

teniendo en cuenta las primeras referencias de los lugares y de las letras, podrá verificar —para ejercitarse él mismo en este tipo de notaciones indexadas[8] — que disponemos de la siguiente

[8] Estas notaciones indexadas se obtienen gracias a los matemas $p_{i\ (i \in [4])}$, $l_{j\ (j \in [4])}$ et $d_{k\ (k \in [4])}$ que hacen muy seguro su empleo en la escritura, en virtud de su *efectividad (Wirklichkeit)* en la escritura específica de las matemáticas, respetando la estructura del lenguaje caracterizada por la ausencia de metalenguaje.
Son verdaderos matemas, producidos por *la teoría de conjuntos* de Zermelo-Fraenkel, como no pueden serlo sino únicamente los verdaderos matemas clásicos. Será necesario inventar otros sistemas de escritura para dar cuenta, del mismo modo, de los nuevos matemas puestos en práctica desde entonces, como ya es el caso de la escritura del álgebra diagramática de la teoría de las Categorías.
Estas letras indexadas son denominadas usualmente «familia de conjuntos», notada $a_{i\ (i \in I)}$ [véase J.-L. Krivine, *Théorie axiomatique des ensembles*, p. 17, nueva edición aumentada]; ya eran así denominadas por los clásicos (del siglo XVII al XIX), cuando los matemáticos aún no sabían —¿pero lo saben hoy?— lo que hacían.

repartición:

d_0 = M, el discurso del Amo d_1 = U, el discurso de la universidad
d_3 = H, el discurso de la histérica d_2 = A, el discurso del análisis

En estas condiciones, y apoyándonos en el juego de los índices de los discursos, de los lugares y de las letras, volvemos a nuestros dos ejemplos.

Presentación gráfica de nuestros dos ejemplos

Con este nuevo estilo de escritura de los datos del ejercicio propuesto por Lacan, representamos el primer ejemplo que hemos elegido mediante el siguiente esquema.

Una tal familia es una aplicación (morfismo de *la teoría de conjuntos* y, por consiguiente, no es una vaga correspondencia: deriva de una relación funcional o hace sus veces, y esto produce un empleo asegurado hasta en la letra misma), lo que escribe el grafema siguiente

$$a : I \to A$$

tal que a cada $i \in I$ corresponde un elemento del conjunto A, notado a(i), o sea, $a_{i \in} A$, de donde la escritura de esta función

$$a_i \text{ con } (i \in I)$$

que insiste en la familia formada por el subconjunto de sus imágenes en A.

Disponemos así, casi sin advertirlo, de dos aplicaciones $p : 4 \to P_4$ et $l : 4 \to L_4$ que no son simples maneras de escribir más o menos estenográficas, sino auténticos matemas, obtenidos ciertamente en tanto abreviaciones, pero según principios de los cuales estamos esbozando el comienzo de una teoría del matema, y que arrastran consigo, como su sombra, coerciones incorporales que las siguen por consiguiente y preceden a los enlaces futuros que están llamadas a escribir. Se produce un efecto de textura bastante poco estudiado, del cual señalamos la huella en la historia reciente, con la τ de Hilbert, por ejemplo, y el cuadrado blanco (véase la primera página de Bourbaki), hoy superados gracias a la escritura de los kuantores según Peirce, pero que persiste siempre en la textura.

Obtenemos de este modo, para la identidad «id.» en el conjunto 4, la escritura del discurso

$$d_0 = l \circ id \circ p^{-1}$$

y, para el n-ciclo canónico γ sobre 4 dado por $\gamma(j) = j + 1$, la escritura de la permutación circular $\Gamma = p \circ \gamma \circ p^{-1}$,es decir, los diagramas conmutativos siguientes:

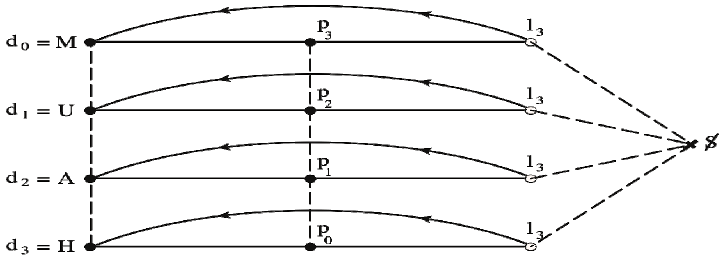
$$\begin{array}{ccc} id : 4 & \to & 4 \\ p\downarrow & & \downarrow l \\ d_0 : P_4 & \to & L_4 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} \gamma : 4 & \to & 4 \\ l\downarrow & & \downarrow l \\ \Gamma : L_4 & \to & L_4 \end{array}$$

y sus diversas composiciones $d_k = \Gamma^k \circ d_0 = l \circ \gamma^k \circ l^{-1} \circ l \circ id \circ p^{-1} = l \circ \gamma^k \circ p^{-1}$para escribir los discursos. Inversamente, al sustituir d_k por esta expresión en $[[l^{-1} \circ d_k \circ p] = [l^{-1} \circ l \circ \gamma^k \circ p^{-1} \circ p]$, obtenemos la expresión $\gamma^k = l^{-1} \circ d_k \circ p$, que nos permite transformar las permutaciones de los cuatro discursos y su real.

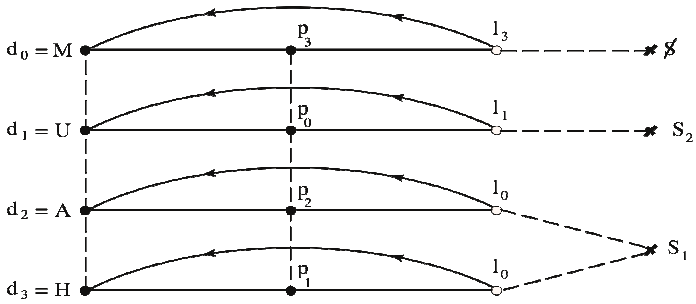
Lo que sigue ahora, para una biyección cualquiera $\Phi : D_4 \to P_4$ tal que permite construir $\Psi : D_4 \to L_4$ $\psi(d_k) = d_k(\varphi(d_k))$, hace que sea imposible que Ψ y ψ sean biyecciones, traduciéndose la segunda ψ como una versión aritmética de Ψ en el conjunto 4, a fin de extenderlas a conjuntos n cualesquiera tales que $n \in \mathbb{N}$ y de demostrarlo para los números n pares tales que $\exists k(n=2k)$.

Agregamos por el momento la familia de conjuntos d tal que $d : 4 \to D_4$ avec $(k \in 4)$ et $(d_k \in D_4)$.

Fin de esta larga nota n.º 8.



y el segundo ejemplo de la manera siguiente,



Observaciones destacables

1. Los lectores de Freud pueden advertir que obtenemos una disposición comparable al esquema que este traza en el capítulo ocho de su ensayo [9] de 1921, que trata de la estructura del yo identificada por el análisis con la de las masas y la hipnosis.

2. También puede recordarse que Freud señala algunos imposibles propios de cada uno de estos discursos: imposible gobernar, instruir, curar a algunos otros sujetos. Lo posible permanece, según Lacan, como aquello que puede no producirse.

3**.** Esto no implica que no sea realizable para el sujeto del lenguaje gobernarse, instruirse y curarse, quedando esto en el orden de lo contingente, lo cual quiere decir que «eso puede producirse pero no se sabe cuándo». Léase, como contraejemplo, el informe de la observación del *hombre de los lobos*. Allí se esclarecen la dificultad, la angustia y la incredulidad de los irrealistas que sueñan con una eficacia sistemática. Es como en matemáticas, en la demostración de un teorema: se produce, pero no se sabe de antemano cuándo se producirá.

4. Los lectores de Lacan pueden haber verificado ya, en este caso finito donde n = 4, por la exhaución de las elecciones entre las biyecciones que no son más que veinticuatro (24), que en efecto nunca se encuentra una letra diferente para cada uno de esos distintos lugares de extremidad correspondientes a cada discurso.

Siempre hay al menos dos que son idénticas, y esto se verifica también por el procedimiento inverso, eligiendo primero las letras y luego atribuyéndoles sus lugares respectivos en cada discurso**.**

Nótese también, de paso, una última observación:

Esta observación es crucial para la demostración de nuestro resultado principal, que tendrá el aspecto de un teorema en la presentación que sigue. El lector puede observar en nuestros dos ejemplos el siguiente hecho:

“En cada uno de estos dos diagramas y en cada fila, la suma de los índices de los discursos (primera columna) y de los lugares (segunda columna) es igual al índice de las letras (tercera columna).”

Leamos en efecto:

[9] S. Freud "Análisis del yo y psicología de las masas " (1921) trad. franç. dans *Essais de psychanalyse* Payot, 1981 Paris.

Primer ejemplo			Segundo ejemplo		
0	3	3 = 0 + 3	0	3	3 = 0 + 3
1	2	3 = 1 + 2	1	0	1 = 1 + 0
2	1	3 = 2 + 1	2	2	0 = 2 + 2
3	0	3 = 3 + 0	3	1	0 = 3 + 1

Esta última observación debe ser retenida para lo que sigue, ya que introduce el principio de la demostración.

2. Expresión literal de lo imposible, llamado lo real, de estos discursos

1. Partimos de una biyección Φ de los discursos D_4 hacia los lugares P_4:

$$\Phi : D_4 \to P_4$$

tal que $\Phi(d_i) \in P_4$ sea p_j, esa letra correspondiente a d_i, donde *j* depende de la elección de Φ, es decir:

$$\Phi(d_i) = p_j$$

siendo Φ una biyección.

Pero, podemos sospechar fácilmente que está asociada a una biyección aritmética φ de 4 en sí mismo entre los índices *i* y *j*, tal que:

$$\varphi\,(i) = j \quad y \quad \Phi(d_i) = p_{\varphi(i)}$$

Denotamos $\mathbf{S_4}$ al conjunto de las permutaciones —también llamadas sustituciones o biyecciones de cuatro términos,

$$\varphi : 4 \to 4$$

para poder escribir $\varphi \in S_4$

2. Luego hacemos corresponder a cada uno de los lugares imagen $p_j = \Phi(d_i)$ su letra respectiva en el discurso d_i mismo, cada una siendo la imagen por d_i, ya que los d_i son aplicaciones biyectivas:

$$d_i : P_4 \to L_4$$

Así, la composición para un *elemento cualquiera* $\mathbf{d_i}$ sería:

$$d_i \xrightarrow{\Phi} p_j \xrightarrow{d_i} l_{j+i}$$

Pero no se trata de la composición algebraica estándar, digamos: *global*, bien definida de las aplicaciones Φ y d_i como se hace habitualmente en álgebra, porque aquí el discurso d_i cambia de manera, digamos: *local*, cada vez que cambia el elemento de partida del lado de la fuente de Φ.

Observación decisiva relativa al aspecto enigmático de este real

Se trata de una composición aritmética de biyecciones representada aquí por la suma aritmética de los índices. Esto es lo que empezamos a explicitar entre Γ *y* γ*, luego entre* Φ y φ*, y también entre* Ψ *y* ψ*.*

3. Definimos así una aplicación Ψ entre el conjunto de discursos D_4 y el conjunto de letras L_4:

$$\psi : D_4 \to L_4$$

tal que [10]:

---

[10] Es de notar que, en estas condiciones, el índice $\psi(i)$ no se escribe $(d_i \circ \varphi)\,(d_i)$ sino mas bien $\psi(i) = \varphi\,(i) + i$
He aquí precisamente lo *que puede resultar engañoso y explica que* **un compuesto** *de biyecciones* **según este modo** *pueda no ser biyectivo,* puesto que una de las aplicaciones biyectivas que entra en la composición cambia con el argumento que le es sometido. Se trata de una composición de modo aritmético en el registro de los

$$\Psi(d_i) = d_i(\Phi(d_i))$$

Se trata entonces de demostrar que, dadas estas condiciones, ninguna aplicación Ψ, cualquiera sea la biyección Φ elegida, no puede ser una biyección [11]. De ahí el:

Pequeño teorema

Para toda biyección Φ, $\Phi : D_4 \to P_4$

que hace corresponder a d_i*, elemento de* D_4*, el elemento* $\Phi(d_i)$ *de* P_4*, sabiendo que* d_i *es ella misma una biyección* $d_i : P_4 \to L_4$

que hace corresponder a p_j*, elemento de* P_4*, el elemento* $d_i(p_j) = l_{i+j}$*, de* L_4*,*

la aplicación $\psi : D_4 \to L_4$

definida por la expresión $\Psi(d_i) = d_i(\Phi(d_i))$*, que hace corresponder al elemento* $\Phi(d_i)$ *de* P_4 *, por medio de* d_i*, el elemento* $\Psi(d_i) = d_i(\Phi(d_i))$ *de* L_4*, no es una biyección.*

O más sucintamente, si hemos tenido el cuidado de anotar las definiciones previas de los objetos y flechas de los que tratamos,

Pequeño teorema: Para toda biyección $\Phi : D_4 \to P_4$ *la aplicación* $\psi : D_4 \to L_4$*, bien definida por la expresión* $\Psi(d_i) = d_i(\Phi(d_i))$*, no es una biyección.*

3. Generalizaciones aritméticas de lo real de los discursos y del teorema que lo establece

Podemos considerar el mismo ejercicio cuando el número n de los multipodos, de las n letras y de los n lugares, es cualquiera. Notemos: **n** la sección inicial de los enteros desde 0 hasta el número (n-1): n = {0, 1, 2, 3, ..., n-1}.

Observamos cómo:

- a cada biyección Φ entre discursos y lugares, corresponde una biyección φ del conjunto de índices **n** en sí mismo, tal que φ(k) = j.
- a cada discurso —es decir, a las biyecciones d_k entre lugares y letras, cuyo conjunto es estable bajo reiteración de una permutación circular elemental— también corresponde una biyección γ_k del conjunto **n** en sí mismo tal que $\gamma_k(j) = j + k$.
- a cada aplicación **ψ** entre discursos y lugares, ya construida a partir de cada **φ** y de los d_k, tal que $\psi(d_k) = d_k(\varphi(d_k))$, corresponde una aplicación g del conjunto de índices **n** en sí mismo, tal que $g(k) = \gamma_k(\varphi(k)) = \varphi(k) + k$ que notaremos como $g = (\varphi + id)$.

Así, podremos transformar este ejercicio en una cuestión de aritmética, y el *pequeño teorema*, que versa sobre lo imposible de los discursos, en un primer teorema aritmético que demostraremos en la continuación de este texto.

A partir de ahí, proponemos incluso, en su lugar, una conjetura más fuerte que este

---

índices, tal como que φ(i) + i , o aún φ(i) + id(i). El misterio, si lo hubo, o al menos la curiosidad, queda dejado de lado de esta aparición de lo imposible en medio de las biyecciones que, según la memoria del algebrista, se componen tan bien entre sí de manera estable, al punto de formar un grupo algebraico para la composición estándar de las aplicaciones.

[11] Una aplicación ψ es una biyección cuando es inyectiva y sobreyectiva. Una aplicación ψ es inyectiva si verifica la propiedad siguiente:

$$\forall x \, \forall x' \ (\psi(x) = \psi(x') \Leftrightarrow x = x')$$

O bien, en un conjunto provisto de una estructura algebraica aditiva,

$$\forall x \, \forall x' \ (\psi(x) - \psi(x') = 0 \Leftrightarrow x - x' = 0)$$

primer teorema, que, cuando se demuestre, se convertirá en el *teorema mayor de Lacan*, tratando lo imposible que aparece en la ronda de los elementos de los grupos de sustituciones $\mathbf{S_n}$ de orden par, es decir, cuando existe un entero $\boldsymbol{\lambda}$ tal que $\mathbf{n = 2\lambda}$.

Sabiendo que una permutación $\boldsymbol{\varphi}$ del conjunto **n** en sí mismo es una biyección, y que notamos $\mathbf{S_n}$ al conjunto de estas biyecciones que se componen entre sí, conocido también como el grupo simétrico de sustituciones de orden **n**.

Asi, nuestro:

Pequeño teorema (versión aritmética)**:** *Para toda permutación* $\varphi \in S_4$, $\varphi : 4 \to 4$, *la aplicación* $g : 4 \to 4$, *bien definida por la expresión* $g(x) = \varphi(x) + x$, *no es una permutación.*

No demostramos este pequeño teorema porque el lector puede hacerlo por sí mismo de manera exhaustiva; basta con realizar un análisis metódico de todos los casos en esta situación finita, dado que **n = 4**, donde $\mathbf{S_4}$ tiene cardinal 24.

Pasamos a su generalización, que requiere una demostración para convertirse en un teorema.

Conjetura que generaliza a un n cualquiera el pequeño teorema de Lacan (caso en el que n = 4):

Para todo *número entero* n, si n es un *número par*, entonces para

- todas las permutaciones de **n** , $\varphi : n \to n$ (es decir, $\varphi \in S_n$),
- si $id : n \to n$ es la permutación neutra o identidad sobre n, definida por $id(x) = x$,

ninguna *aplicación* $g : n \to n$ definida por la suma ($g = \varphi + id$) es una permutación de S_n, lo que se escribe $g \notin S_n$.

El número **n** es un ordinal finito de la teoría de conjuntos Z-F.

Expresión literal de la conjetura:

$$\forall n\ [\ \exists\ k(n=2k) \Rightarrow\ \forall\varphi\forall g\ (\ (\ \varphi\in S_n\ \wedge\ id(x)=x\ \wedge\ g = \varphi + id) \Rightarrow\ g \notin\ S_n\ )\ ].$$

El pequeño teorema de Lacan corresponde al caso en el que **k = 2**, es decir, **n = 4**.

Pequeño teorema de Lacan (versión lógica y aritmética)**:**

$$[\ (n = 4) \Rightarrow \forall\varphi\forall g\ (\ \ (\ \varphi\in\ S_4\ \wedge id(x)=x\ \wedge\ \ g = \varphi + id) \Rightarrow g \notin\ S_4\ )\ ]$$

Si la conjetura se demuestra, podremos transformarla en nuestro teorema mayor [12], que

[12] Donde se verifica que los métodos de lectura enseñados por la École normale de la República en Francia son los mejores del mundo, puesto que aquí uno de sus antiguos alumnos ha sabido señalar —sin duda apenas un poco de costado— que esta pequeña álgebra combinatoria de los discursos fue efectivamente la única ocasión en la que Lacan se acercó tan de cerca a la fórmula de un teorema que da lugar a una demostración, matemática por consiguiente. Desde luego, nuestro brillante alumno se equivoca cuando dice que allí se trata del «único verdadero matema de Lacan».

Esto es falso, pues sin llegar a formular un cuasi-teorema como aquí, hay otros lugares en los que Lacan construye matemas destinados a articularse en una matemática cuyo desarrollo él mismo se prohíbe, y que darán ocasión a teoremas si prolongamos sus indicaciones hasta efectuarlas como gestos matemáticos, actos de escritura efectivos, clásicos para algunos como aquí, diagramáticos y categoriales para otros, como en el caso de su teoría del nudo, a partir de la escritura del Nombre-del-Padre por el nudo borromeo (véase nuestro ensayo «Afin de préciser le narcissisme», donde la función paterna escrita por ese nudo se descubre en la simetría en espejo de los objetos de dimensión tres en el espacio supuesto intuitivo).

Pero este leve error no es sorprendente en alguien que repite torpemente lo que escribe Herbrand desde la primera página de su tesis, a saber, que «desde el punto de vista de su método de demostración, aquí las matemáticas van a ser consideradas como una estenografía». Es decir, por parte de este gran matemático, que para este tipo de demostraciones es juicioso considerarlas así; pero de allí a considerarlas exclusivamente bajo el generaliza y precisa lo real de los discursos:

El Teorema mayor de Lacan

Lo demostramos así:

Teorema

Para toda permutación $\varphi \in S_n$ y para cualquier entero n, si n es par y la aplicación g : n → n está definida por la expresión g(x) = φ(x) + x, entonces g no es una permutación de S_n.

En fórmula:

$$\forall\varphi\forall n\,[\,(\,\varphi \in S_n \wedge n \in N\,) \Rightarrow \exists k \forall g\,(\,(\,n = 2k \wedge g = \varphi + id)\Rightarrow g \notin S_n\,)\,]$$

Queda por formular la demostración de esta proposición que constituye el teorema mayor de Lacan. Lo demostramos ahora.

Comencemos comentando la expresión de este teorema para asegurarnos que el lector disponga de todas las definiciones necesarias para su comprensión. Por ello, adjuntamos en el anexo las cuatro definiciones necesarias para su lectura.

El Teorema mayor de Lacan:

Para todo *número entero* finito (aquí los *conjuntos ordinales finitos* de la teoría de conjuntos Z-F), denotado por n:

- Para todas las *permutaciones* $\varphi \in S_n$ entre los elementos de n, notadas:

$$\varphi : n \rightarrow n,$$

- Dada i : n → n, la permutación neutra o idéntica sobre n, definida por id(x) = x.

Si **n es un número par**, estos datos no producen — entre las aplicaciones

$$g : n \rightarrow n,$$

definidas por la expresión compuesta (g = φ + i) — ninguna permutación ($\varphi' \in S_n$), es decir:

$$\forall\varphi\,[\,\varphi \in S_n \Rightarrow \forall g\,(\,g = \varphi + id \Rightarrow \forall\varphi'\,[\,\varphi' \in S_n \Rightarrow g \neq \varphi'\,]\,)\,].$$

El primer anexo que sigue a esta demostración enuncia las cuatro definiciones necesarias para la lectura de este teorema. Define los términos: aplicación, permutación, número entero y número par.

Es decir que la paridad del número n es decisiva, pues si n es par, todas las aplicaciones g definidas por (g = φ + id) a partir de cualquier permutación φ y la identidad id sobre n objetos no son permutaciones, y por lo tanto verifican la relación $g \notin S_n$.

En cálculo de predicados de primer orden, el teorema mayor de Lacan se escribe:

---

prisma de una estenografía y a negarles el estatuto de la literalidad, es olvidar la efectividad (Wirklichkeit) de esas escrituras cuando son auténticas matemáticas, olvidar la contingencia del acto que consiste en establecer una demostración y, así, dar prueba de una grosería indigna, tan estúpida como la de los pchitt-ólogos o los pchitt-analistas en materia de obras de arte cuando quieren preceder al artista, o en materia de homosexualidad cuando quieren adoptar la postura del sabio doctor.

Subrayamos esta restricción, porque Herbrand, al igual que Gödel —quien emplea el mismo procedimiento para demostrar su célebre teorema—, son verdaderos matemáticos, y nuestro buen y brillante alumno se comporta esta vez como un enano que quiere subirse a los hombros de gigantes.

Lacan, en cambio, aparecerá más tarde como un gigante de la Lógica y de las matemáticas, a pesar de lo que él diga, pues no quiere ni parecerlo ni serlo según sus propias palabras, y el psicoanálisis no es por ello una ciencia. El discurso analítico culmina, de manera extrínseca, el discurso de la Ciencia Capital —la ciencia moderna y su sujeto de sutura imposible— produciendo su razón antinómica que la caracteriza desde Galileo hasta Marx y Einstein. Entonces se impone una ética a ese sujeto: accesible por el psicoanálisis.

$$\forall n\ [\exists k\ (n=2k) \Rightarrow \forall\varphi\ (\varphi\in S_n \Rightarrow \forall g(\ g = \varphi + i\ \Rightarrow g \notin S_n\ ))].$$

4. Demostración del teorema mayor de Lacan

Habiendo logrado establecer el enunciado del *teorema mayor de Lacan*, damos aquí la demostración que hemos encontrado para él.

Hacia la demostración del teorema

Con el fin de proporcionar una demostración bastante directa de este teorema mediante un cálculo de **congruencia módulo *n***, nos valdremos previamente de un indicador fácil de definir y de dos lemas que acompañan esta definición.

Definición

Para un conjunto ordinal finito $n = \{O(x) / 0 \leq x \leq n-1\}$, la *suma de índices n*, denotada por: $\boldsymbol{\Sigma_n}$, se define como la suma de los predecesores del ordinal *n* mediante la fórmula:

$$\boldsymbol{\Sigma_n = \Sigma_{i\in n} x_i}\ ,$$

donde los $x_i = i$, sabiendo que el ordinal *n* es el conjunto de estos predecesores $0\leq x_i \leq n-1$.

Lema 1

El valor de la *suma de índice n* definida anteriormente está dado por la expresión:

$$\Sigma_n = \frac{1}{2}.n.(n-1)$$

Para facilitar al lector la comprensión de este resultado, presentamos, con ayuda de un recurso gráfico, la manera de obtenerlo, inspirada en su verdadera demostración, y que consiste en escribir dos veces esta serie, la segunda versión escrita de forma retrógrada respecto de la primera, o si se prefiere: "al revés", como se suele decir.

$$\Sigma_{i\in n} x_i = \quad 0 \quad + \quad 1 \quad + 2 + \quad \ldots \quad + (n-2) + (n-1).$$
$$\Sigma_{i\in n} x_i = (n-1) + (n-2) + \quad \ldots \quad + 2 + \quad 1 \quad + \quad 0$$

esta es una ilustración bastante cómoda aunque inconsistente, de la cual basta con realizar la suma término a término entre ambas líneas:

$$2\Sigma_{i\in n} x_i = (n-1) + (n-1) + \quad \ldots \quad + (n-1) + (n-1)$$

para constatar que se presenta como una serie de términos todos iguales a *(n−1)*, que son en número de *n*. De ahí el resultado enunciado por nuestro lema 1.

Demostración efectiva (dada en el anexo)

Ofrecemos, en nuestro segundo anexo, la demostración efectiva que sigue el procedimiento sugerido aquí para facilitar la lectura y la memorización del resultado proporcionado por nuestro primer lema.

Su demostración es inmediata por medio de la expresión genérica de la serie construida sobre una sucesión aritmética particular.

Si el lector conoce que dicho término general $\sum_{i\in n}(u + i.r)$, que genera la serie construida sobre una progresión aritmética, como suma de *n* términos cuya base se denota por *u* y la razón por *r*, responde a la fórmula (véase anexo 2):

$$\sum_{i\in n}(u + i.r) = nu + \frac{1}{2}n(n-1)r$$

le bastará entonces con fijar el primer término y la razón de la progresión aritmética, esto es,

$u = 0$ y $r = 1$, para obtener:

$$\sum_{i\in n}(0+1.i) = n0+\frac{1}{2}n(n-1).1\,,$$

$$\sum_{i\in n} i = +\frac{1}{2}n(n-1) = \sum_n$$

la expresión dada por nuestro lema.

De ahora en adelante, en lo que sigue, realizamos los cálculos según la congruencia módulo n, siendo este número entero indicado siempre por el contexto. La demostración del teorema principal de Lacan se deduce también de un segundo lema que debemos establecer ahora.

Lema 2

Para que una aplicación cualquiera f : n → n sea una permutación sobre *n* —lo cual denotamos por $f \in S_n$, *es necesario que la suma de sus elementos imagen, denotada* $\sum_f = \sum_{x\in n} f(x)$, *sea igual al valor de la suma de índice n, denotada* Σ_n. Es decir: $\Sigma_f = \Sigma_n$.

Demostración

Para convencerse de ello *es suficiente* observar que una permutación de S_n es por definición biyectiva sobre el conjunto ordinal finito *n*. Se sigue de ello que todos los elementos de *n*, y cada uno de ellos, están presentes *una y solo una vez* entre las imágenes de la permutación *f* en cuestión.

Así, la suma de los elementos imagen por *f*, notada Σ_f, será igual a la suma de índice n**,** notada Σ_n, de todos estos elementos del conjunto *n*.

Esta es la expresión más sucinta de nuestro lema:

$$\forall n\ \forall f\ (\ f \in S_n \Rightarrow \boldsymbol{\Sigma_f = \Sigma_n}\ ),$$

como es el caso de las permutaciones ($\varphi \in S_n$) entre las cuales podemos contar con la presencia de la permutación unidad ($id \in S_n$) mencionada en nuestro teorema.

Atención: esta condición necesaria no es suficiente. Una aplicación f : n → n puede no ser una permutación y presentar, sin embargo, una suma de sus valores imagen notado:

$$\sum_f = \sum_{x\in n} f(x)$$

igual al valor de la *suma de índice* n, notada $\boldsymbol{\Sigma_n}$. Pero en ese caso, la aplicación (f − i) tampoco es una permutación, salvo en algunos casos cuando Σ_n=0**.** Ofrecemos un contraejemplo de esta recíproca para n = 4 (donde $\Sigma_4 = 6$), y un ejemplo para n = 3 (donde $\Sigma_3 = 0$):

x	f(x)	f(x) − x
0	1	1
1	2	1
2	2	0
3	1	2 (mod. 4)
6	6	0

x	f(x)	f(x) −x
0	1	1
1	0	2
2	2	0
0	0	0

Esta precisión tiene un valor explicativo para el teorema, ya que el lector puede notar que este no requiere más que el aspecto necesario de este vínculo de consecuencia, enunciando una condición suficiente que, en ciertos casos, se manifiesta en la negación necesaria de la existencia de tales permutaciones.

Se trata de demostrar que, para todas las funciones g**,** se cumple que g $\notin S_n$, y de recurrir a la versión contrarrecíproca de nuestro lema:

$$\forall n\ \forall f\ (\Sigma_f \neq \Sigma_n \Rightarrow f \notin S_n\ ),$$

pese a los matemáticos que aún sean intuicionistas debido a que desconocen los trabajos de Gentzen (probablemente dispuesto a sacrificarse por lealtad a la lengua alemana), quien demostró la aritmética clásica dentro del sistema lógico intuicionista, y también la nota de Gödel según la cual basta con restringirse a una parte de la lógica intuicionista.

Provistos con estos datos, podemos ahora desplegar la demostración del teorema principal de Lacan.

Demostración del teorema

1) - Principio de la demostración

Consiste en seguir Σ_n, la suma de índice *n*, suma de los elementos del ordinal *n*, entre los respectivos valores de las sumas de las imágenes de las aplicaciones φ**,** id **y** g**:**

$$\Sigma_\varphi,\ \Sigma_{id} \text{ et } \Sigma_g.$$

Esta suma está dada por la definición $\boldsymbol{\Sigma_f} = \Sigma_{x \in n} f(x)$ como expresión de la mencionada suma de índice *n*, cuyo valor está dado por nuestro lema 1:

$$\sum_n = \frac{1}{2} n(n-1)$$

1.1 Precisemos aún, en un nuevo lema, por qué estq cifra es determinante y qué es lo que determina en lo que concierne a la demostración de nuestro teorema.

Lema 3

Para todo entero *n* y toda permutación φ : n → n, *la suma de los elementos imagen de una función cualquiera* g, notada $\sum_g = \sum_{x\in n} g(x)$, tal que (g = φ + i), compuesta por la suma de **φ** con la identidad i, vale el *doble de la suma de índice n*, es decir, $2\Sigma_n$, definida anteriormente

Explicitación y demostración del lema

Lo explicamos y lo demostramos con un diagrama donde basta disponer los datos del teorema, que exhibe la recurrencia finita para un caso cualquiera del ordinal finito *n*, de la siguiente manera:

i(x) = x	φ(x)	g(x) = φ(x) + i(x)
0	φ(0)	φ(0) + 0
1	φ(1)	φ(1) + 1
2	φ(2)	φ(2) + 2
....	....	....
(n−2)	φ(n−2)	φ(n−2) + (n−2)
(n−1)	φ(n−1)	φ(n−1) + (n−1)
$\boldsymbol{\Sigma_n}$	$\boldsymbol{\Sigma_n}$	$\boldsymbol{2\Sigma_n}$

De ahí que, en todos los casos, la suma de los elementos imagen de **g** vale necesariamente el doble de la suma de índice *n*, lo que constituye la demostración de nuestro **Lema 3**:

$$[(\varphi \in S_n) \wedge (g = \varphi + id)] \Rightarrow [\Sigma_g = 2\Sigma_n]$$

1.2. Si aproximamos este resultado al obtenido según nuestro lema precedente (lema 2), que enuncia: si la aplicación f es una permutación, aquí en el caso de g, entonces la suma de sus elementos imagen $\boldsymbol{\Sigma_g}$ es igual Σn,

$$\forall g\,[\, g \in Sn \Rightarrow \Sigma g = \Sigma n \,]$$

lo que hace aparecer, en este caso, que la conjunción de las dos ecuaciones

$$(\boldsymbol{\Sigma_g} = \boldsymbol{\Sigma_n}) \text{ y } (\boldsymbol{\Sigma_g} = 2\boldsymbol{\Sigma_n}) \text{ se resume en } (2\boldsymbol{\Sigma_n} = \boldsymbol{\Sigma_n})$$

para venir a ocupar el lugar de la consecuencia dada por el lema 2,

$$\forall g\,[\, g \in S_n \Rightarrow 2\boldsymbol{\Sigma_n} = \boldsymbol{\Sigma_n}]$$

Esto podría dar ocasión a un cuarto lema, pero recordemos que queremos utilizar este resultado *según su expresión contrarrecíproca*.

1.3. Nos vamos a interesar en los casos en que esto no se produce, para determinar los valores de n que producen las situaciones en las que, para todas las permutaciones ($\varphi \in Sn$), las compuestas por la suma, tales que $g=\varphi+i$ no serán nunca permutaciones, tal como lo enuncia el teorema de Lacan.

A este fin, vamos a utilizar nuestro último resultado en su forma contrarrecíproca:

$$\forall g\,[\, 2\cdot\Sigma_n \neq \Sigma_n \Rightarrow g \notin S_n \,]$$

este enunciado nos conduce a la conclusión parcial de la primera etapa, que podemos establecer a partir de este resultado, y que dice que para todo número entero n y para una permutación cualquiera φ, la función obtenida por ($g = \varphi + i$) es tal que ($2\Sigma_n \neq \Sigma_n$) implique ($g \notin S_n$).

1.4. Esto puede transcribirse, en virtud de las leyes estándar de la coordinación y de la **kantificación**[13] de primer orden, de la siguiente manera:

$$\forall n\,[\ 2\boldsymbol{\Sigma_n} \neq \boldsymbol{\Sigma_n} \Rightarrow \forall\varphi\, \forall g\, (\,[\,\varphi \in S_n \wedge g = \varphi + i] \Rightarrow g \notin S_n\,)\,]$$

o también se escribe

$$\forall n[\ 2\boldsymbol{\Sigma_n} \neq \boldsymbol{\Sigma_n} \Rightarrow \forall\varphi\, \forall g\, (\,\varphi \in S_n \Rightarrow (\,g = \varphi + i \Rightarrow g \notin S_n\,)\,)\,]$$

Disponemos así de un criterio dependiente del valor del número entero *n*, que decide la imposibilidad a la que se refiere Lacan: la de asociar de manera unívoca una letra y un lugar a cada discurso, siendo que esa letra y ese lugar también se hallan unívocamente asociados entre sí.

A partir de esto, podemos ahora estudiar la expresión de esta condición:

$$(2\cdot\Sigma_n \neq \Sigma_n)$$

en función de la paridad del número ordinal n.

2) - Demostración efectiva del teorema

Todas estas transliteraciones conducen a establecer que esta demostración consiste en el estudio y el cálculo, módulo n, del valor de Σ_n en función de la paridad de n**,** de donde se sigue:

Cálculo del valor de Σ_n en función de la paridad de n

Elegimos situarnos entre los números enteros mayores que dos: ($2 \leq n$), debido al escaso interés que presentan aquí (véase Anexo 4), aunque no siempre, las funciones definidas sobre el vacío ($n = 0$) o sobre un singleton ($n = 1$), con el fin de generalizar como

[13] neologismo propuesto por Vappereau para hacer referencia a Kant y la cuantificación.

teorema principal lo que primero formulamos como el *teorema de Lacan* en el caso de n = 4.

Se trata de resolver la ecuación $\Sigma_n = 2\cdot\Sigma_n$, cuya negación vale como condición necesaria para la inexistencia de permutación ($g \notin S_n$), es decir, que ninguna permutación entre las funciones del tipo $g = \varphi + id$, con $\varphi \in S_n$, puede existir.

Esta ecuación, escrita como $\Sigma_n = 0$, debe resolverse según la congruencia módulo n, sabiendo que

$$\sum_n = \frac{1}{2}n(n-1)$$

Se convierte en una ecuación polinómica en la variable **n**:

$$\frac{1}{2}n(n-1) \equiv 0 (\bmod n)$$

Es fácil resolverla aritméticamente en el conjunto de los enteros, aquí restringidos a los mayores que dos ($2 \leq n$)**.** Se trata de encontrar las soluciones n tales que existe un entero k que permita escribir que nuestro polinomio es un múltiplo de n de la siguiente manera:

$$\frac{1}{2}.n.(n-1) = k.n\,,$$

así encontrar n tal que existe k :

$$n(n-1) = 2kn$$

y, como $n \neq 0$ (pues $2 \leq n$), podemos simplificar y obtener:

$$(n-1) = 2k$$

para obtener las soluciones tales que :

$$\exists\, k\ (n = 2k + 1),$$

que es la forma más común de expresar que n es impar**.**

Las soluciones buscadas, para todo número entero n mayor que dos ($2 \leq n$)**,** deben entonces satisfacer la ecuación $\Sigma_n = 2\cdot\Sigma_n$**,** que también puede escribirse:

$$\forall n\ [\ 2 \leq n\ \Rightarrow\ \Sigma_n = 0\ ],$$

enunciado equivalente a:

$$\forall n\ [\ 2 \leq n\ \Rightarrow\ \exists\, k\ [\ k \neq 0 \wedge\ n = 2k+1],$$

En el caso contrario, es decir, para todos los números enteros mayores que dos (**2 ≤ n**), se sigue de esta equivalencia material el resultado siguiente:

$$\mathbf{\Sigma_n} \neq 2\mathbf{\Sigma_n}\ \text{ ou }\ \mathbf{\Sigma_n} \neq 0 \text{ si et seulement si }\ \exists k\ [\ k \neq 0 \wedge n = 2k\ ],$$

lo que simplemente dice que n es par (múltiplo de 2).

Utilizamos de inmediato este resultado para concluir la demostración del *teorema mayor de Lacan***,** remitiendo al lector, para más detalles sobre la paridad del número n, al Anexo 4, entre las Anexos que siguen a este texto.

Conclusión de la demostración

Disponemos del enunciado que establecimos en el párrafo anterior:

$$\forall n\ [\ 2\mathbf{\Sigma_n} \neq \mathbf{\Sigma_n}\ \Rightarrow \forall\varphi\ (\ \varphi \in S_n \Rightarrow \forall g\ [\ g = \varphi + i\ \Rightarrow g \notin S_n\ ]\ )\ ]$$

que, siguiendo la equivalencia que acabamos de calcular: $\forall n\ [\ \Sigma_n \neq 2\cdot\Sigma_n\ \Leftrightarrow\ \exists\, k\ (n = 2k)]$ se convierte en:

$$\forall n\ [\ \exists\, k\ [\ k \neq 0 \wedge n = 2k\ ] \Rightarrow \forall\varphi(\ \varphi \in S_n \Rightarrow \forall g\ (\ g = \varphi + i \Rightarrow\ g \notin S_n\ ))]$$

lo cual queda así demostrado como el *teorema principal de Lacan***.**

Jean-Michel Vappereau
Balvanera,
10 de julio de 2012

Aquí debía seguir un anexo que ofreciera la demostración de la conjetura**,** convirtiéndola así en un teorema**.** No la ofrecíamos entonces porque la demostración aún no estaba perfectamente a punto. Ahora, esta proposición directa —según la cual no existe tal biyección en los casos pares— está ya demostrada **e** integrada en el texto como *teorema principal.*

El pequeño teorema es más fácil de probar por exhaustividad de casos**.**
La proposición recíproca**,** *en el caso impar*, también es fácil de establecer mediante la construcción de un contraejemplo, utilizando una permutación circular elemental.

La demostración ya no es objeto de concurso. Pero, si alguien propone ahora una nueva demostración distinta a la nuestra, puede publicarla. Pero si existe una demostración más antigua, publicada antes del 12 de julio de 2012**,** agradeceríamos que nos hicieran llegar su referencia, a fin de poder incluirla aquí.

ANNEXOS

Anexo 1

Cuatro definiciones necesarias para su lectura, que recordamos aquí para los lectores que las han olvidado o que las desconocen.

1. Definición de aplicación

Una aplicación**,** denotada**:** f : a → b**,** es una correspondencia entre dos conjuntos, definida sobre sus respectivos elementos, y que verifica las propiedades de las relaciones llamadas funcionales en todas partes definidas. Esta propiedad exige que todo elemento del conjunto denominado a tenga uno y solo un elemento correspondiente en el conjunto denominado b**.** Lo cual puede escribirse, en buena lógica :

$$\forall x\ \forall x'[\ x = x' \Rightarrow f(x) = f(x')]$$

Esto que muchas veces se olvida de precisar, como si fuera de suyo .

Esta definición excluye el siguiente esquema:

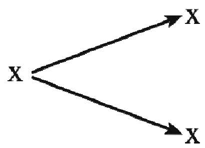


FIG 1

rechazado de las aplicaciones
por la no funcionalidad

2. Definición de permutación

Una *permutación* $\varphi \in S_n$ de un conjunto finito de n elementos es una aplicación biyectiva de ese conjunto en sí mismo, denotada: φ : n → **n.** En estas circunstancias, cuando se trata de una aplicación de un conjunto sobre sí mismo, decir que es *biyectiva* equivale a decir que es *inyectiva*, ya que de hecho eso implica también que será *sobreyectiva.* Es decir, cada elemento, siendo imagen única de un elemento del dominio, no puede corresponder más que a un solo y único elemento. Esto se expresa correctamente como:

$$\forall x\ \forall x'\ [\ f(x) = f(x') \Rightarrow x = x']$$

Esta definición excluye el siguiente esquema:

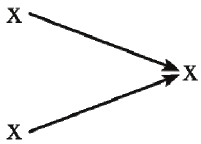


FIG 2

rechazado de las biyecciones
por la no inyectividad

En el caso de las permutaciones, hemos elegido como conjuntos finitos al número entero n, escrito aquí como un conjunto ordinal**,** tal como lo definimos a continuación

3. Definición de número entero

Un número entero es un objeto matemático obtenido, desde Peano, a partir de:

1. Un primer objeto primitivo, denotado: 0,
2. Una función llamada: la función sucesor, denotada: s(n) = n + 1.

Así, un número entero denotado n se presenta como una secuencia de escritura del tipo:

$$n = 0 + 1 + 1 + \ldots + 1$$

pero esta expresión no es un matema bien construido debido a los puntos suspensivos, que son bastante inconsistentes, aunque sugerentes respecto a la extensión finita de cada uno de esos números.

Un número entero es, de este modo, reductible a una secuencia de escritura, y el lector puede hacer del uso literal de esa práctica el uso que le parezca, sobre lo cual no tenemos nada más que decir salvo exponer el uso que nosotros hacemos.

No hay nada normativo en este dominio, solo construcciones más o menos bien hechas, y algunos riesgos de dogmatización si algunos pequeños maestros buscan imponerlas en silencio para hacer valer su posición, lo cual no es el caso aquí, donde más bien abunda la palabra.

Definición de la escritura del número entero

De ahí nuestro interés por los sistemas de numeración.

Existen varios sistemas de escritura de los números. Presentaremos al lector dos ejemplos: el sistema de numeración posicional del álgebra y la construcción de los conjuntos ordinales en una teoría estándar de conjuntos digna de ese nombre. ¿Qué podríamos pensar de una matemática que no contenga los rudimentos de la aritmética?

1. El sistema de numeración posicional es el más famoso y el más eficaz.

Su éxito ha servido, sin duda, como prototipo del prejuicio paranoico muy extendido según el cual la escritura alfabética de las lenguas sería un duplicado o incluso una codificación exacta de la lengua hablada —en el mejor de los casos— o del pensamiento supuesto en el lugar del sujeto —en el peor—.

La confusión ideológica hace que todavía no sea posible enseñar a los adolescentes occidentalizados que este sistema se basa en la estructura sintáctica del álgebra polinómica, compuesta por una suma de monomios de una única variable elevada a grados sucesivos mediante multiplicación.

Un número entero cualquiera se escribe mediante un polinomio, en función de un número elegido llamado: la base del sistema de escritura, número dado que:

- ocupa el lugar de la variable del polinomio, elevada a diversos grados,
- impone el número finito de letras primitivas que intervienen en la escritura.

A partir de un número finito de letras primitivas, su alfabeto, que aparecen una por una en la escritura del coeficiente de cada monomio.

Demos un ejemplo:

12.578, escrito por nosotros en base 10,

$$1\times10^4 + 2\times10^3 + 5\times10^2 + 7\times10^1 + 8\times10^0$$

2 .El sistema de numeración de los conjuntos ordinales en una teoría estándar de conjuntos, cuando este sistema obedece a los axiomas de dicha teoría. Nos referimos aquí a las teorías que siguen la teoría estándar de Zermelo–Fraenkel, llamada teoría Z-F.

El conjunto denotado n, obtenido a partir de la colección de conjuntos ordinales notados O(x), que puede escribirse de modo ilustrativo como:

$$n = \{0, 1, \dots , (n-1)\}$$

sugiere una escritura en extensión del conjunto en cuestión, formado por sus predecesores. Sin embargo, no es la escritura consistente de este matema.

Preferiremos la siguiente expresión, verdadero matema producido por los axiomas de la teoría de conjuntos, en tanto que carácter de abreviación bien construido:

$$n = \{x \in \omega / 1 < x < n-1 \}$$

donde $\boldsymbol{\omega}$ es el primer conjunto construible en la teoría Z-F, el conjunto infinito producido por **su** axioma del infinito, el cual permite transformar ciertos *montones* de cosas en *todos,* ya sea los conjuntos o los objetos de dicha teoría.

Por ejemplo, el *montón* de cosas no presentando ninguna cosa que da lugar al conjunto vacío: $\varnothing = \{x \in \omega / x \neq x \}$ en lógica clásica.

Adoptaremos este *sistema de escritura* de los números enteros, al cual denominaremos un *sistema de numeración.*

4. Definición de número entero par

Un número entero, denotado n, es *par* cuando existe un número entero finito, denotado k, tal que n = 2k. Así, los números pares son los múltiplos del número 2 (dos) entre los números enteros finitos. Fin de este anexo

Anexo 2

Demostración dogmática previa para establecer el Lema 1

Definición

Una *sucesión aritmética* es una sucesión de números enteros en la cual cada término es obtenido por la adición de un número constante, llamado la razón de la sucesión, denotada r, al término precedente.

Así, una sucesión aritmética queda completamente determinada por su primer término, denotado: $u_0 = u$**,** y por su razón r,

por este hecho, el término genérico está dado por la expresión literal:

$$u_i = u + r.i$$

De donde se obtiene el resultado siguiente,

Teorema

La serie formada por la sucesión de las sumas respectivas de los términos de una sucesión aritmética está dada por la expresión recurrente:

$$\sum_n = nu + \frac{1}{2}n(n-1)r$$

Demostración

Para establecerlo, es suficiente calcular la expresión:

$$\sum_{i \in n}(u + i.r) = nu + \frac{1}{2}n(n-1)r$$

Damos la demostración de este resultado siguiendo el procedimiento sugerido en nuestro texto, con el fin de leer y retener el resultado proporcionado por nuestro lema 1**.** Si disponemos los términos de la sucesión aritmética de la siguiente manera:

$\Sigma_{i \in n}(u+ri) =$ u + (u+r) + (u+2r) + ... + (u+(n−2)r) + (u+(n−1)r)

$\Sigma_{i \in n}(u+ri) =$ (u+(n−1)r) + (u+(n−2)r) + ... + (u+2r) + (u+r) + u

es suficiente constatar, mediante un cálculo rudimentario, que la suma de dos términos del mismo orden respectivo vale $2u + (n-1)\cdot r$, obtenida n veces

$$\sum_{i \in n}(u + i.r) = (2u + (n-1)r) + (2u + (n-1)r) + \cdots + (2u + (n-1)r) +`(2u + (n-1)r)$$

obteniendo el resultado

$$2\sum_{i \in n}(u + i.r) = n(2u + n(n-1)r)$$

que se transforma en

$$\sum_n (u + ri) = nu + \frac{1}{2}n(n-1)r$$

De este resultado, se deduce de manera inmediata el *lema 1,*

Anexo 3

Sinopsis matemática de la primera parte de la demostración

Expresiones del sistema de escritura de predicados kantificados de primer orden cuya deducción sigue la primera parte de la demostración del teorema principal de Lacan.

Deducimos los dos lemas establecidos:

lema 3

(3) $\forall n[\forall\varphi\forall g ((\varphi\in S_n \wedge g = \varphi + i) \Leftrightarrow \boldsymbol{\Sigma_g} = 2\boldsymbol{\Sigma_n})]$

lema 2

(2) $(2\forall n \ \forall f [f \in S_n \Rightarrow \boldsymbol{\Sigma_f} = \boldsymbol{\Sigma_n}]$

cuya recíproca (de 2) es falsa:

$$\exists n \exists f [\Sigma_f = \Sigma_n \wedge f \notin S_n]$$

De lo cual ya hemos dado un ejemplo o aún:
f(0) = 0, f(1) = 2, f(2) = 2, f(3) = 2 $\rightarrow$ 0 + 2 + 2 + 2 = 6 y 0 + 1 + 2 + 3 = 6

A partir de una consecuencia del lema 2:

(2) $\forall n [\forall\varphi\forall g((\varphi\in S_n \wedge g = \varphi + i) \Rightarrow [g\in S_n \Rightarrow \boldsymbol{\Sigma_g} = \boldsymbol{\Sigma_n}])]$

Este enunciado puede escribirse también —en virtud de la ley de *importación-exportación* de la coordinación lógica debida a Peirce ; entonces

$$[(p \wedge q) \Rightarrow r] \Leftrightarrow [p \Rightarrow (q \Rightarrow r)]$$

(2') $\forall n [\forall\varphi\forall g ((\varphi\in S_n \wedge g = \varphi + i \wedge g\in S_n) \Rightarrow \Sigma_g = \Sigma_n)]$

Si, de hecho, $\Sigma g = 2{\cdot}\Sigma_n$ **y** $\Sigma g = \Sigma_n$**,** equivalen a $2{\cdot}\Sigma_n = \Sigma_n$**.**
Componiendo (3) y (2) entre sí (?), eso da :
(4) $\forall n \ \forall\varphi \ \forall g [(\varphi \in S_n \wedge g = \varphi + i \wedge g \in S_n) \Rightarrow 2{\cdot}\Sigma_n = \Sigma_n]$
De aquí podemos deducir por contraposición:
(5.0) $\forall n \ \forall\varphi \ \forall g [2{\cdot}\Sigma_n \neq \Sigma_n \Rightarrow \neg(\varphi \in S_n \wedge g = \varphi + i \wedge g \in S_n)]$

Observación para lo que sigue

Hay que notar que la recíproca de (5) es falsa:

(5') $\neg\forall n [2\boldsymbol{\Sigma_n} = \boldsymbol{\Sigma_n} \Rightarrow \forall\varphi\forall g \,\boldsymbol{(}\, \varphi\in S_n \wedge g = \varphi + i \wedge g\in S_n)]$

(5'.0.) $\exists n [2\boldsymbol{\Sigma_n} = \boldsymbol{\Sigma_n} \wedge \exists \varphi \exists g \neg \,\boldsymbol{(}\, \varphi\in S_n \wedge g = \varphi + i \wedge g\in S_n)]$

(5'.1.) $\exists n [2\boldsymbol{\Sigma_n} = \boldsymbol{\Sigma_n} \wedge \exists\varphi\exists g (\neg (\varphi\in S_n \wedge g = \varphi + i) \vee \neg (g\in S_n))]$

(5'.1.) $\exists n[2\boldsymbol{\Sigma_n} = \boldsymbol{\Sigma_n} \wedge \exists\varphi\exists g \,\boldsymbol{(}\, (\varphi\in S_n \wedge g = \varphi + i) \Rightarrow g \notin S_n)]$

por el hecho de $(\neg p \vee \neg q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \neg q)$, y que en efecto , existen al menos transposiciones entre las φ que producirán funciones g no inyectivas.

Reanudamos a partir de (5)

(5.1.) $\forall n [\forall\varphi\forall g (2\Sigma_n \neq \Sigma_n \Rightarrow (\neg (\varphi\in S_n \wedge g = \varphi + i) \vee \neg(g\in S_n)))].$

(5.2.) $\forall n [2\boldsymbol{\Sigma_n} \neq \boldsymbol{\Sigma_n} \Rightarrow \forall\varphi\forall g ((\varphi\in S_n \wedge g = \varphi + i) \Rightarrow g \notin S_n)].$

Retroactivamente , por la ley de importación-exportación de la coordinación lógica:

(5.3.) $\forall n [2\boldsymbol{\Sigma_n} \neq \boldsymbol{\Sigma_n} \Rightarrow \forall\varphi\forall g (\varphi\in S_n \Rightarrow [g = \varphi + i \Rightarrow g \notin S_n])]$

Se puede retranscribir en virtud de las leyes de la kantificación en nuestra expresión técnica de la tesis transitoria cuya deducción constituye la demostración del teorema de Lacan

$$(5.4)\forall n\, [\, 2\cdot\Sigma_n \neq \Sigma_n \Rightarrow \forall\varphi\, (\, \varphi \in S_n \Rightarrow \forall g\, [\, g = \varphi + i \Rightarrow g \notin S_n]\,)\,]$$

aquí estudiamos las expresiones ($2\cdot\Sigma_n \neq \Sigma_n$) **y** ($2\cdot\Sigma_n = \Sigma_n$) en función de la paridad del número n**.**

Anexo 4

Añadimos dos estudios suplementarios que acompañan la determinación del valor de $\boldsymbol{\Sigma_n}$ en función de la paridad de **n**.

1. Por el cálculo inverso a partir de la paridad de n

Demostraremos el resultado siguiente bajo la forma de un último **lema** que trata de las consecuencias de la paridad de **n**.

Lema de la paridad

Si $n = 2k$, entonces $\Sigma_n \equiv k \pmod n$

Si $n = 2k+1$, entonces $\Sigma_n \equiv 0 \pmod n$

Demostración

1. Si $n = 2k$, entonces $k + k \equiv 0 \pmod n$, es decir, $\frac{1}{2}n = +k = -k \pmod n$

$$\sum_n = \frac{1}{2}n(n-1) \text{ con } n = 2k$$

$$\Sigma_n = k(2k - 1) = 2k^2 - k = 2k^2 + k = k + k.2k = k + kn = k \pmod n$$

Conclusión:

Si $n = 2k$, entonces $\Sigma_n \equiv k \pmod n$

En estas condiciones podemos anotar:

$$\sum_n = \frac{1}{2}n + \lambda n = (\lambda + \frac{1}{2})n$$
$$= k + \lambda.2k = (2\lambda + 1)k$$

2. Si $n = 2k + 1$, entonces:

$$\sum_n = \frac{1}{2}n(n-1) \text{ con } n=2k+1$$

$$\boldsymbol{\Sigma_n} = \frac{1}{2}(2k+1)(2k+1-1) = \frac{1}{2}(2k+1)\, 2k \boldsymbol{=} k(2k+1) = kn = 0 \pmod n$$

Conclusión:

Si $n = 2k + 1$, entonces $\Sigma_n \equiv 0 \pmod n$

En estas condiciones podemos anotar:

$$\Sigma_n = \lambda n = \lambda\cdot(2k + 1) \pmod n$$

2. Combinaciones en el triángulo aritmético

Recordemos nuestro primer lema, que nos condujo a establecer el valor de la suma de índice n dada por la expresión: $\sum_n = \frac{1}{2}n(n-1)$

Hacemos notar al lector que esta expresión es precisamente aquella tratada por el análisis combinatorio en términos del número de combinaciones, y que ella establece para el número de combinaciones de **n** terminos tomados de a dos, notado:

$$C_n^2 = \frac{1}{2}n(n-1)$$

Esta expresión permite calcular los valores constituyentes de la segunda columna del triángulo aritmético de Pascal, cuyas filas están indexadas por el número **n** de elementos a combinar de a dos, y cuyas columnas están indexadas por el grado característico de esas combinaciones (aquí, p = 2).

Damos una construcción parcial que basta aquí para nuestro estudio de los números a partir de la tercera fila, es decir, para n ≥ 2, ya que las aplicaciones sobre el vacío y sobre el singleton no nos ocuparán por el momento aquí.

filas \ columnas	0	1	2	3	4	5				
0	1	0	0							
1	1	1	0	0						
2	1	2	1	0	0		Σ_2 =	1	≠ 0	(mod 2)
3	1	3	3	1	0	0	Σ_3 =	3	= 0	(mod 3)
4	1	4	6	4	1	0	Σ_4 =	6	≠ 0	(mod 4)
5	1	5	10	10	5	1	Σ_5 =	10	= 0	(mod 5)
6	1	6	15	20	15	6	Σ_6 =	15	≠ 0	(mod 6)
7	1	7	21	35	35	21	Σ_7 =	21	= 0	(mod 7)
8	1	8	28	56	70	56	Σ_8 =	28	≠ 0	(mod 8)
9	1	9	36	84	126	84	Σ_9 =	36	= 0	(mod 9)

donde se lee una alternancia entre pares e impares en función de **n**.

Son divertidos y curiosos estos números:

Aquellos de las líneas impares son nulos en aritmética en función de la congruencia de nuestros ciclos, lo cual tiene por efecto volver contingente la existencia de compuestos (g=j+i) que sean permutaciones; pero en otros casos son solamente posibles, pudiendo no aparecer. Los hay que lo son (permutaciones) y los hay que no lo son.

- Aquellos de las filas pares no son nulos. Esto hace imposible que los compuestos del tipo g = φ + i sean permutaciones, porque si $S_n \neq 0$, hará que nunca se tenga ($S_n = 2S_n$), siendo necesario esto si y solo si $S_n \neq 0$, y que siempre ($S_n \neq 2S_n$)**,** lo cual implica que necesariamente $g \in S_n$, quedando así demostrado nuestro *teorema de Lacan.*

Los tres anexos están acabados