

## JEAN- MICHEL VAPPEREAU EL GRUPO DE KLEIN

29-8-03

**Isabel García** : Este es un grupo de lectura del seminario de la Lógica del fantasma y en ese contexto surge el interés por el grupo de Klein. Hay unas cuestiones que Lacan introduce , por lo menos en la clase 4 ,y que creo después vuelven a aparecer , en relación a la relación entre el grupo de Klein y la metáfora , a la posibilidad de pensar el cambio de posición subjetiva .

**Mónica Jacob** : Lacan nombra al grupo de Klein cuando presenta la fórmula

$$\frac{S}{S_1} \frac{S_2}{x} \cong S \left( \frac{1}{s} \right)$$

(1)

**Jean Michel Vappereau** :Es la fórmula que está en La metáfora del sujeto . Entonces la relación que tiene con esto es muy interesante .

Entonces , del grupo de Klein ,vamos a escribir en el pizarrón lo principal . Lo principal que especifica al grupo de Klein es decir  $x$  al cuadrado igual a  $e$  :

$$x^2 = e$$

Es una propiedad que se puede calificar como **nilpotencia**

Se llama ,en matemática , **idempotencia** cuando  $x$  al cuadrado es  $x$

$$x^2 = x$$

Y nilpotencia , cuando  $x$  a la 2 es igual al elemento neutro

En una escritura aditiva es así :

$$x + x = 0$$

Y en una escritura multiplicativa sería así :

$$x \bullet x = 1$$

Todas estas son formas de escribir la nilpotencia . Y es algo entonces fundamental para el grupo de Klein .

Entonces , esto ( $x^2 = e$ ) especifica al grupo de Klein .Pero ¿ por qué el nombre de Klein? ¿Por qué hay un grupo que lleva un nombre propio? Yo no digo mas que cosas elementales que ustedes pueden conocer .

El grupo llamado de Klein . Cuando se da a un grupo un nombre , como a ciertos teoremas, como se da nombres a las calles . La calle Bartolomé Mitre , el grupo de Klein ¿ por qué no? es lo mismo .Pero todos los grupos no tienen un nombre propio . Entonces por ejemplo los pequeños grupos , que en la literatura matemática se llaman también los **grupos finitos** ; si comenzamos por los más chiquitos hay uno que se puede llamar  $Z_0$  ;  $Z_2$  es el mas pequeño que es interesante , porque el anterior  $Z_1$  sería el que tendría el 0 nada mas .Entonces con un solo elemento podemos sumarlo o multiplicarlo por sí mismo ;la diferencia entre la adición y la multiplicación es que son dos maneras de escribir .Todo lo que se puede escribir de manera aditiva se lo puede escribir de manera multiplicativa Y es por eso que yo he adoptado una escritura neutra; el cuadrado es una multiplicación pero yo no tomé el 1 , yo tomé  $e$  como el neutro .

$$Z_1 = \{ 0 \}$$

$$Z_2 = \{ 0, 1 \}$$

Entonces, acá el  $Z_2$  es un grupo aditivo Es el mas pequeño conocido

De  $Z_1$  no vale la pena hablar de él, porque  $0+0=0$   
 Acá ( $Z_2$ ) hay un grupo aditivo que es así:  $0+0=0$ ;  $0+1=1$ ,  $1+0=1$  y  $1+1=0$ .

(2)

+	0	1
0	0	1
1	1	0

Entonces acá hay algo original,  $1+1=0$ .

¿Cómo pueden comprender ustedes esto? Lo que les explica esta manera de considerar la suma en este grupo chiquito es la  $Z$ ;  $Z$  es el conjunto de todos los enteros positivos y negativos. 0 representa a todos los enteros pares y 1 a todos los enteros impares; entonces constaten que si agregan dos números pares o dos números impares obtienen siempre un resultado par. Si hacen  $8+2=10$ . Par mas par da par. Y acá se escribe  $0+0=0$ . Un número par mas un número par da un número par.

No nos ocupamos de la diferencia entre los pares y la diferencia entre los impares, nos interesamos la diferencia entre los pares y los impares únicamente; es por eso que no tenemos necesidad mas que de dos caracteres, dos cifras. Y ustedes ven que a la vez, si ustedes hacen  $3+7$  da 10, un número impar mas un número impar da un número par. En cambio los dos 1 que están acá en la tabla de la adición, es que un número par y un número impar 1 con 0 y 0 con 1 da impar;  $6+3$  da 9.

¿Está? No es muy complicado como aritmética, sobre todo porque no vamos a sobrepasar el número cuatro. Acá estamos en el orden del 2.

Entonces existe un grupo  $Z_3$ , lo podemos llamar 0,1,2, un grupo  $Z_3$ : 0,1,2,3 y así sucesivamente.

$Z_3 = \{0,1,2\}$

$Z_4 = \{0,1,2,3\}$

Todos esos grupos son grupos cíclicos. Para no importa cual cifra  $n$ , hay un grupo cíclico de orden  $n$ . Si  $n$  es 7 será de orden 7, porque hay 7 elementos, etc.

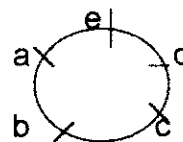
Entonces ustedes verán que todos estos grupos no tienen nombres propios; se los llama los **grupos cíclicos de orden  $n$** ;  $n$  pudiendo ser un entero positivo cualquiera. Entonces son todos grupos finitos porque tienen un número finito de elementos. Y ustedes ven que si tomo no importa cual número, por ejemplo si tomo 5; 1,2,3,4,5, pueden siempre trazar la tabla de un grupo cíclico.

Tomo **e,a,b,c,d** (horizontal) y **eabcd** (vertical): elegí anotar esto como una suma.

El grupo cíclico reproduce la misma letra acá; esto se llama el **elemento neutro**. Luego, al primero lo hago pasar al final y los muevo todos un lugar; el b viene acá porque el a pasa ahí entonces la c se adelanta; y b va a pasar acá; c,d; d viene acá; pueden hacer siempre eso cualquiera sea el número; de ahí viene la palabra cíclico; en cada línea.

(3)

+	e	a	b	c	d
e	e	a	b	c	d
a	a	b	c	d	e
b	b	c	d	e	a
c	c	d	e	a	b
d	d	e	a	b	c



Ustedes ponen todos los elementos sobre una circunferencia: eabcd y ustedes hacen girar para tener cada línea. Es cíclico, es esa la palabra grupo cíclico. Y uno puede hacer esto en todos los casos. Acá hay algo interesante para observar para ustedes porque no es muy complicado, es una definición de grupo finitos.

Hemos visto que son finitos porque son números enteros finitos y cíclicos porque giran pero ¿Qué es un grupo? Conocen tal vez los axiomas de grupos, Mónica les ha hablado de eso. Pero hay una manera muy simple de hablar de los grupos que interesa al psicoanálisis ; en lugar de hablar de axiomas, se dice que tenemos un grupo , que la estructura es de grupo , cuando uno tiene una tabla para una operación , y cada elemento del grupo aparece en alguna parte siempre en cada columna y aparece también siempre en cada fila . Y uno no lo encuentra nunca dos veces en la misma columna ,ni dos veces en la misma fila .

Si un cuadro de caracteres de pequeñas letras , finito, con un número finito de letras ; si tienen un cuadro y ustedes constatan esa propiedad : que **cada elemento aparece una y solo una vez en cada fila y en cada columna** ; si hacemos un cuadro como el cuadrado mágico de la mística, de los números . Ustedes tienen un grabador célebre que produjo un grabado que se llama La melancolía . Es Durero ; el grabador Durero ha hecho un grabado que se llama Melancolía y adentro hay un cuadrado mágico : se encuentran a menudo cuadrados mágicos ; son reflexiones entre los pintores, mágico religiosas ; hay siempre una fascinación desde la noche de los tiempos por los cuadrados mágicos ; por ejemplo son cuadrados donde se ponen cifras y en cada fila y en cada columna si uno hace la suma de todas las cifras se obtienen siempre los mismos resultados ; son una suerte de palabras cruzadas pero con cifras ; es eso el cuadrado mágico . Hay gente que trata de hacer la teoría de los cuadrados mágicos pero no hay teoría de cuadrados mágicos. En cambio entre los cuadrados mágicos , la ciencia moderna se interesa en un único cuadrado mágico, que son los **grupos finitos** . Es un tipo de cuadrado mágico que no tiene nada de mágico .Ocurre que corresponde a axiomas que tienen importancia en geometría , en aritmética, con los polinomios , con los sistemas de numeración por posición y los polinomios y a la vez por la resolución de las ecuaciones .

Se encuentra el grupo en geometría , y una geometría es el dato de un grupo .Una geometría es un grupo .Eso Mónica Jacob se los puede explicar , es el programa d'Erlangen . Y luego el grupo se lo encuentra en la resolución de las ecuaciones en la teoría de Galois .Aquel que mejor habló de la teoría de grupos y de la geometría es Félix Klein ; gracias a esta noción de grupo el ha acabado la geometría , quiere decir que el ha precisado que es una geometría , en el pasado en su época y para el futuro, porque se estaban descubriendo otras geometrías para los físicos que las geometrías euclidianas . Entonces el ha escrito un discurso programa que se llama programa d'Erlangen y es él el famoso Klein, Felix Klein . El programa d'Erlangen es finales del siglo XIX no hace e tanto tiempo, apenas mas de un siglo es muy reciente . Entonces Klein grupo y geometría están ligados

Entonces, como al mismo tiempo con Galois encontramos que el grupo también era fundamental para el álgebra ; la noción de grupo devino el objeto algebraico básico de la matemática contemporánea . Incluso yo conozco un matemático famoso que se llama Kreizel ,un inglés ,que se interesa sobre todo en la lógica, pero que dice que en matemática no hay nada interesante por fuera de la lógica matemática hasta la teoría de conjuntos y en matemática , todo lo que hay para saber es la teoría de grupos .El considera que es no solamente básico ; el dice que se vuelve siempre a ese ; es el punto de vista de ciertos matemáticos, y es un poco reductor pero no está lejos de ser así . Es por eso que es interesante saber que es un grupo .

Inversamente yo los pongo en guardia , presten atención que justamente a raíz de esto Piaget ha querido utilizar la estructura de grupo en la psicología de niños .

Las experiencias de Piaget son enteramente proyectadas y sugeridas ; con el tipo de preguntas que le plantea al niño , él le sugiere y luego dice ah!! formidable!!

el chico descubre el grupo, el sabía de grupos. Como en el Menón de Platón, es la sugestión. Entonces desconfíen de la utilización del grupo para la psicología. En cambio es verdad que es una estructura básica que no es para nada mágica. La diferencia si ustedes quieren entre Piaget y el psicoanálisis es tal vez, justamente vamos a hablar de eso, la metáfora. Es decir, es la cuestión de la **lectura y de la escritura**. Lo que caracteriza el psicoanálisis es Freud que dice **un sueño puede leerse**. La ciencia de los sueños no es solamente interpretar los sueños como se interpretan las líneas de la mano o la borra del café, es **que se puede leer como un texto**. El sueño es mas bien como un rebus, las imágenes del sueño son a aprehenderlas como palabras o como fonemas; es esa la historia del significante en Lacan, no son simplemente representaciones, **son medios de escritura**. Y uno habla mal de esto, porque la humanidad es muy joven, no sabe todavía muy bien que es leer y que es escribir.

Se sabe leer las cosas que se conocen como nuestras escrituras, tanto las escrituras de lengua que están escritas, como las cifras. Pero vean, la gente ya está un poco sorprendida por los caracteres chinos, los jeroglíficos egipcios, cuando escuchan una lengua como el chino o el japonés que es atonal, y que cambia (no es la sintaxis, es el tono que cambia el sentido). No tenemos el hábito de leer en los tonos, hay que ser muy músico para leer en los tonos. Para nosotros los occidentales de lenguas europeas, ya hay una gran cantidad de acentos en una lengua; no se habla con el mismo acento en Buenos Aires, en Mendoza, lo mismo para un inglés; uno oye los acentos si uno tiene oído, pero no tiene el mismo valor lingüístico que la sintaxis o la semántica.

Entonces yo digo que no se sabe muy bien que es leer, porque incluso en lo que se oye se trata de leer. Hay que recortar para reunir, hay que saber dónde cortar como el flujo verbal y luego una vez que uno ha recortado los pedazos hay que reunirlos. Y una escritura justamente, es elegir un cierto tamaño del recorte en el flujo verbal para crear letras. Las letras son los pedazos recortados de una lengua, pero está también la escritura de la aritmética, las cifras, los números, está toda la matemática.

Entonces, yo creo que para comprender la dificultad del psicoanálisis y para ser mas bien prudente y humilde, no decir tonterías demasiado rápido y prejuizar las cosas, es preciso reconocer que no se sabe bien que es leer y que es escribir. Yo veo bien que uno tome medicamentos para curar el cuerpo, pero el psicoanálisis para mí es incuestionable, porque al lado de la medicina de Claude Bernard, es decir, de la cirugía, el tomar medicamentos, muy bien, pero **uno no sabe que es lo que produce a un cuerpo leer**, incluso en lo que uno oye, y **escribir**. Ustedes tienen un montón de gente que no puede escribir mientras que algunos que escriben con pasión; es decir que es bastante complicado el trabajo con la escritura. Yo diré que habría mas bien que no pronunciarse demasiado rápido y Lacan nos invita a mirar todas las maneras de escribir; él habla del hebreo, de la Biblia, del chino, del japonés, del egipcio y él mira también como hacen los matemáticos con sus escrituras; no es la escritura de la lengua pero es escritura de todos modos. Hay ideas que vienen garabateando cosas sobre el papel; para pensar a veces uno tiene necesidad de eso que llamo garabatear, escribir. No sé, tiene una función. Cuando uno prepara un curso, cuando uno quiere exponer algo, uno escribe cosas, no para leerlas. Yo escribo mucho, pero jamás leo lo que escribo cuando presento algo. Cuando yo hablo de algo, yo escribo mucho y yo leo mucho hasta el momento en que puedo hablar sin las notas. Y si yo cometo un error cuando hablo, es una buena indicación para mí porque ahí hay algo que no entendí bien y vuelvo a mis cuadernos y a mis libros. Es como en el

psicoanálisis; uno va a la sesión , uno creyó que iba a decir algo y después se da cuenta que dijo otra cosa ¿ por qué yo le quería hablar de mi madre y por qué le hablé a mi analista del precio del azúcar? ¿ por qué ? De golpe me doy cuenta que hablo de cosas sin saber por qué . Con la palabra, como con la escritura , es así como se descubre . Cuando uno no llega a hacer algo, entonces ahí uno se plantea la pregunta por qué.

Entonces, esto en cuanto a la definición de grupo finito, porque si fuera infinito, no podrían decir en cada fila o en cada columna, porque habría una infinidad de filas y columnas . Ese es un ejercicio interesante : mostrar que si uno tiene los axiomas de grupo que se verifican en grupos infinitos, con esos axiomas si uno agrega la cualidad finito, uno puede demostrar que hay siempre una tabla donde cada elemento aparece una y solo una vez

(4)

*		x	
		x	
x			x
	x		

No vamos a hablar mas en tanto que grupo, pero ustedes pueden saber que es una estructura básica , finita o infinita . Entonces ahora vamos a decir que aparte de grupos cíclicos , el grupo finito , y ustedes pueden hacer esto como palabras cruzadas

Ustedes pueden observar que si ustedes tienen dos elementos, ustedes no pueden tener otro grupo mas que éste

(5)  $Z_2$

	a	b
a	a	b
b	b	a

Éste , o el mismo a condición de permutar la a y la b ; entonces no hay mas que un solo grupo de dos elementos . La definición permite reflexionar

Ustedes toman luego tres elementos . Los llaman a,b,c y después ustedes ven que hay una solución que es la solución cíclica siempre, como la precedente . La solución cíclica funciona bárbaro para todos los números 2,3,4....Un ejercicio que ustedes podrían hacer , que no demanda ser un gran matemático , es un juego , es el siguiente : busquen meter las tres letras, y eviten escribir el grupo cíclico ; busquen si pueden construir una tabla con cada elemento en cada fila y en cada columna . Miren , como en el grupo cíclico la b viene acá y la a ya está ahí, con tres elementos , no hay mas que una posibilidad : poner c acá .

Si dejo de lado el grupo cíclico , acá tengo c ; entonces acá no puedo poner ni b ni c ; entonces no puedo poner mas que a , y como yo puse a , no puedo poner mas que b acá . La última línea está determinada : tienen b acá , c acá , y a acá

Bueno, efectivamente , hay aquí un grupo de tres elementos, parecería que es diferente del grupo cíclico que se escribe así :

*	a	b	c
a	a	b	c
b	c	a	b
c	b	c	a

 $\cong$ 

*	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

(7)

(6)

Parecería que son diferentes los dos, ahora si ustedes buscan el elemento neutro, es decir que hay una forma de poner los elementos sobre la rueda, si pongo abc acá (6) el elemento neutro es a, es aquel que no cambia nada: abc

¿ Es que en (7) tengo una columna que dice abc? No, tengo una fila ahí cab y otra bca, y columnas acb, bac y cba; no hay elemento neutro aparentemente, entonces no sería un grupo. Es simplemente una ilusión y es eso lo mas interesante. Es que acá (7) ustedes tienen un grupo cíclico pero ustedes no lo ven porque no está dispuesto de una manera cíclica. Por de pronto es un grupo, porque dijimos que cada elemento aparece una y solo una vez en cada fila y en cada columna. Sin embargo los dos son equivalentes a condición de encontrar cual es el elemento neutro en este (7) y redistribuir esta tabla de una manera diferente. Vean en lugar de comenzar como este abc yo desplazo esta línea, invierto estas dos líneas o invierto la última con la primera hasta el momento en que voy a encontrar que hay un elemento neutro, es decir que hay un elemento que no cambia cada una de las letras que yo pongo alrededor. Es muy, muy divertido ver finalmente que este no es un grupo diferente de este ¿ por qué estoy seguro de esto? Aún no lo hemos mostrado, es una cuestión, pero yo digo que estos dos ( 6 y 7 ) son equivalentes en módulo permutación.

Mientras que con el número cuatro, y yo termino así de hablar del grupo de Klein, está el grupo cíclico de cuatro elementos abcd, bcda, cdab, dabc. Este es cíclico. Y bien, hay otro. Hay otro, como en el de 3, pero acá podemos mostrar que son radicalmente diferentes; que ninguna permutación permite pasar de este otro (9) al cíclico (8)

*	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

(9) Klein

*	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

(8) cíclico

Finalmente, tablas tienen muchas, eso depende de cómo desplacen las letras de la primer fila; tienen muchas tablas, pero en módulo permutación tienen la misma estructura. Es lo que se ve en pequeñas fórmulas como éstas ( $x^2 = e$ )

El grupo de Klein va estar justificado por esto; porque acá (9) el elemento neutro es a; acá tengo a por a es a, a por b es b, a por c es c a por d es d; cuando uno adiciona a, a no importa cual letra, se obtiene el mismo resultado; se lo encuentra acá en la misma fila y en la misma columna. Son conmutativas estas cosas, hay simetría, hay que estudiar la simetría de las tablas. Entonces miren, acá (8) en la diagonal, un elemento con él mismo, b y b por ejemplo da c, a y a da a, c y c da a, d y d da c; entonces el cuadrado acá (8) o la suma de un número consigo mismo da siempre o bien a, o bien c; entonces esto no está caracterizado por la idea de que x al cuadrado igual e, en el grupo cíclico.

Comenzamos a entrar en el álgebra, no escribimos aun axiomas pero escribimos relaciones que caracterizan los grupos.

Entonces el grupo de Klein (9), por oposición a éste (8), lo escribo con las mismas letras para facilitarles la comparación: a es el elemento neutro y lo encontramos sobre la diagonal. Vean en lo que yo dije  $x^2 = e$ , está sobre la diagonal. Todos los elementos cuando están compuestos consigo mismos, dan a ( $x^2 = a$ ) entonces luego b y c. Vean, a juega un rol especial en el cuadro, es el elemento

neutro. Y acá (9) además, cada elemento compuesto consigo mismo da  $a$ , y cada elemento compuesto con otro diferente al neutro y diferente de sí mismo..

Vean, si tomo  $c$  por ejemplo, yo no lo compongo ni con  $a$  ni con  $c$ ; yo compongo  $c$  con  $b$ , o  $c$  con  $d$ , son las dos casillas vacías acá;  $c$  on  $b$  va a dar  $d$  siempre en el grupo de Klein. Y  $c$  con  $d$  va a dar  $b$ . La  $x$  elevada a la dos, da  $a$ , que es neutro, porque  $x$  multiplicado por  $a$  da  $x$  mismo. Y  $x$  con  $y$  es decir con algo que no es ni  $a$ , ni  $x$ , es igual a  $z$ ; los cuatro elementos del grupo de Klein son  $a, y, z$ . Si ustedes pusieran aparte el elemento neutro, si ponen aparte  $a$ , tienen  $b, c, d$  y desde que toman  $x$  diferente de  $e$ ,  $y$  diferente de  $e$ ,  $z$  diferente de  $e$

$$x \cdot a = x$$

$$x^2 = a$$

$$x \neq e$$

$$y \neq e$$

$$z \neq e$$

$$xy = z$$

$$xz = y$$

$$zy = x$$

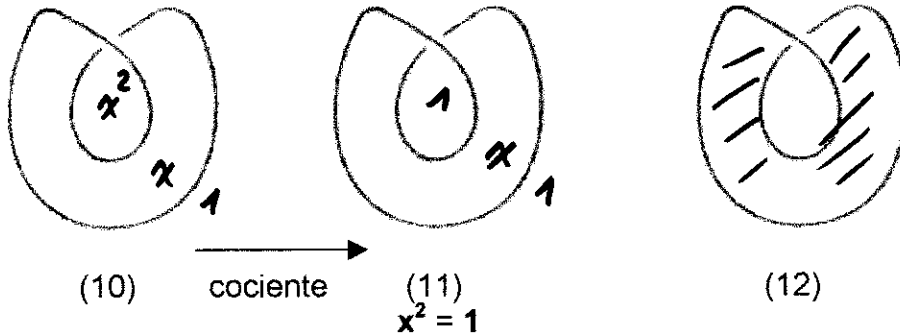
Pueden componer siempre  $x$  por  $y$ , y eso dará  $z$ , o componer  $x$  por  $z$ , eso va a dar  $y$ , o componer  $z$  por  $y$ , eso va a dar  $x$

Es una propiedad que hace que ustedes tienen un elemento que es el elemento neutro, y además todos los elementos compuestos consigo mismo dan ese elemento neutro y de los otros tres que quedan, si ustedes componen dos de ellos les va a dar el tercero. Y eso marcha en todos los sentidos. Entonces este cuadro lo puedo completar:  $b$  con  $c$  da  $d$ ,  $b$  con  $d$  es  $c$ ,  $d$  con  $b$  da  $c$  y  $d$  con  $c$  da  $b$ . Esta es una tabla de grupo y ¿Por qué lo llamamos grupo de Klein? Porque Klein trabajó mucho para dar toda su importancia a los grupos, pero el primer grupo finito chico, que no es cíclico, que aparece como un pelo en la sopa. No se ve por qué aparece con el número cuatro esta excepción, pero el primer grupo finito que no es cíclico, es aquel que llamamos grupo de Klein; luego es interesante ir a mirar con  $5, 6, 7, \dots$  si hay otros grupos que los grupos cíclicos. Porque el siguiente no va a aparecer con  $5$ . Y después hay otros grupos que son grupos compuestos de cíclicos entre ellos y luego compuestos de grupos cíclicos con grupos de Klein, que dan los grupos finitos de permutaciones por ejemplo. Entonces hay que esperar un momento para encontrar un nuevo grupo original, que no forme parte de los que ya encontramos, un nuevo grupo original como el grupo de Klein. **El grupo de Klein aparece como una irregularidad en la regularidad.**

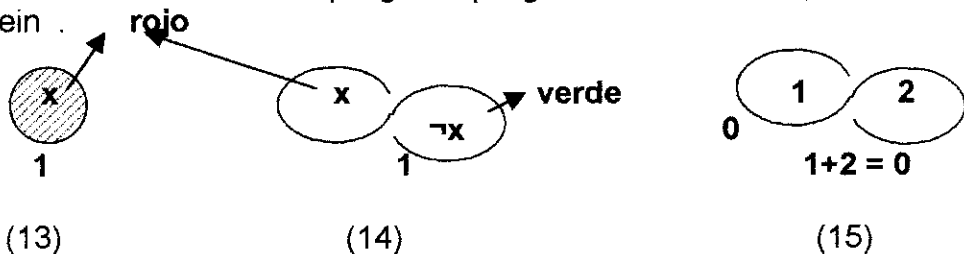
Y luego tiene esta propiedad muy importante, que se mantiene si lo multiplican por él mismo para hacer un grupo de  $16$  elementos  $4$  veces cuatro da  $16$ ; entonces ustedes pueden saber que el grupo de Klein es el grupo mas pequeño que no es cíclico y que aparece sin razón aparente; él está ahí, existe, entonces había que darle un nombre, pero con el grupo de Klein que se lo llama el grupo  $K$  se puede hacer  $K_2, K_3$ , se lo puede componer con los diferentes  $Z$ . Entonces vamos a reencontrar al grupo de Klein en un montón de lugares. En los grupos chicos ustedes tienen una oposición entre los grupos de Klein y los grupos cíclicos. Los grupos cíclicos comienzan con  $Z_1$  pero los mas interesantes comienzan con  $Z_2$ , Cuando ustedes estudian en no importa cual lugar en matemática, van a encontrar grupos que estén compuestos como estos  $Z_2, Z_3, Z_4$  y grupos de Klein.

Por ejemplo la banda de Möebius es un grupo de Klein porque ustedes tienen acá la unidad  $1$  y acá ponen  $x$ , y acá ponen  $x^2$  (10). Esto ya es un cálculo de grupo, pero infinito; **son todos los trayectos que se pueden hacer alrededor de un redondel** y si ustedes quieren saber lo que yo he llamado la superficie para el ocho interior de Lacan, para tener la superficie de paneo, eso se llama un

cociente de grupo, como yo tengo 1 alrededor, pongo 1 acá porque es un agujero y esto es  $x$ ; el cociente que yo estoy obligado a hacer es  $x^2 = 1$ . Entonces vamos a decir esto así, que la banda de Möbius es un grupo de Klein que es un cociente del grupo fundamental del círculo. Y desde que ustedes tienen una superficie unilátera ustedes tienen al grupo de Klein



Porque miren, esto es para mostrar como se puede definir algebraicamente la banda de Möbius que es así: lo que es  $x$  son las rayas que pongo (12), y en todos lados está el elemento neutro que yo lo dejo en blanco. Entonces  $x$  representa la superficie y 1 el elemento neutro representa el espacio alrededor y se pueden definir todas las superficies topológicas gracias a los cálculos de grupos, gracias a nudos además. Lacan exploró eso durante años y años y hay una gran oposición en Lacan que es la oposición entre esta superficie que es unilátera. Veán, **la propiedad de nilpotencia del grupo de Klein es la versión algebraica del carácter de una sola cara de la banda de Möbius**. Decir la banda de Möbius es una banda que tiene una sola cara es exactamente lo mismo que decir que tiene la propiedad de Klein y que por otro lado es una consecuencia de la propiedad de Boole en lógica, porque si uno hace lógica con dos términos, con  $Z_2$ , el  $Z_2$  ya es un grupo de Klein, pero es demasiado chiquito para que se lo pueda llamar grupo de Klein porque ya es cíclico con 2, pero es el único grupo cíclico que tiene la propiedad de Klein. Y desde que se hace lógica tenemos necesidad de  $Z_2$  y del grupo de Klein. Y eso corresponde a la banda de Möbius. mientras que una superficie como el disco, lo voy a colorear con un color rojo. Pero yo puedo presentarlo así al disco si lo pliego. Yo pliego un disco, bueno, acá no tengo un grupo de Klein.



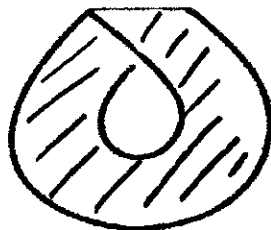
Un disco es una pizza, hay un lado rojo y un lado verde; para mostrarles que hay dos lados distintos, yo pliego la pizza; si la pliego así, acá ustedes tienen un grupo. Hay 1 y  $x$  y acá sobre todo no hay que hacer  $x^2 = 1$ ; esto es mucho mas cercano de  $Z_3$  porque ustedes tienen 1,  $x$ , y  $x^{-1}$  la inversa de  $x$  o, si ustedes prefieren de manera aditiva tienen 0, el ocho tiene dos colores; si lo quiero escribir de manera aditiva tengo 0 para el elemento neutro, 1 para esta cara y 2 para esta cara. Y 1 mas 2 es igual a 0; entonces 2 es -1. Entonces podemos decir que en  $Z_3$ , 2 es igual a -1 ¿por qué? Porque es el número 2 el que hay que agregar a 1 para obtener 0; entonces  $Z_3$  lo escribo acá. Es fácil encontrar: 012, 120, 201 es cíclico este grupo

(16)

	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

Ven que 2 juega bien el rol del inverso de 1 ;  $1+2 = 0$   $1+1 = 2$  y  $2+2 = 1$  , 2 mas 2 no es 4 , es 1

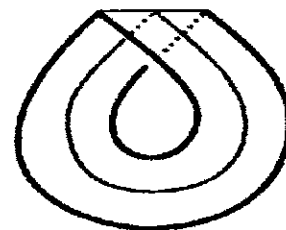
Estos son los números que son divisibles por 3 , estos son los que son divisibles por 3 +1 , estos los divisores de 3 mas 2 ; son los divisores de 3 en lugar de los divisores de 2 como los pares y los impares . Entonces , deviene cada vez mas complicado, pero lo que ustedes pueden saber es que efectivamente hay en matemática un lazo entre la lógica , la geometría , acá la teoría de superficies , es decir lo que va a devenir topología ; lógica ,topología , aritmética, y todo eso de una manera algebraica , expresado gracias a la manera de hacer de la matemática moderna . Y hay una pequeña localidad en la matemática donde uno puede contar hasta 5 o 6 y hay ya suficientemente diferencias , y cosas regulares y cosas irregulares , para tener un lugar de estructura que da a pensar y que uno reencuentra . En desarrollos mucho mas grandes, se reencuentran problemas que ya no tiene ... . El estudio de la banda de Möebius que yo propongo por ejemplo , si pongo aparte el grupo acá , si suprimo acá la definición de grupo, vean el dibujo que yo hago de la banda de Möebius es esto, (17 ) hay tres casos a considerar .



$K = Z_2 \oplus Z_2$   
(17)



$K \times Z_3$   
(19)

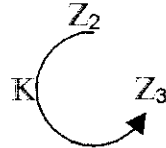


$Z_3$   
(18)

Miren , ustedes tienen el corte simple (18) , acá se tiene un corte doble (19) , que dibuja una banda de Möebius en la banda de Möebius ; hay una parte del borde que está oculto por el pliegue , entonces estoy obligado acá a poner línea de puntos ; no es como la evocación de un cruzamiento , acá es verdaderamente un dibujo mas realista . Hay una línea acá que es el pliegue , y esto permite dibujar mejor mis cortes en la banda de Möebius .Acá (18) tengo un corte que pasa así y acá (17) no tengo corte . Entonces esto hemos visto ya que es el grupo de Klein , el grupo de Klein ustedes lo encuentran en la banda de Möebius que está acá (17) Entonces acá (18) tienen  $Z_3$  , acá (17) tienen grupo de Klein y acá (19) tiene el grupo de Klein multiplicado por  $Z_3$  .Es decir que con el grupo de Klein y  $Z_3$  se hace aparecer las propiedades de superficies topológicas , y se puede hacer lógica, puesto que interesan en la lógica del fantasma con la idea que se tiene :  $Z_2$  que es la lógica clásica,  $Z_2$  mas  $Z_2$  de una manera especial da el grupo de Klein , hay otra manera de especificar el grupo de Klein , y es que el grupo de Klein es igual a  $Z_2$  suma directa con  $Z_2$

Es decir si se toman los elementos ya sea (0,0) (0,1) (1,0) (1,1) . Es un lazo entre  $Z_2$  y  $K$  , esto sirve mucho en lógica ,pero tenemos  $Z_3$  ,  $K$  y  $K \times Z_3$  en teoría de

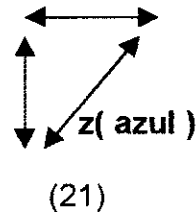
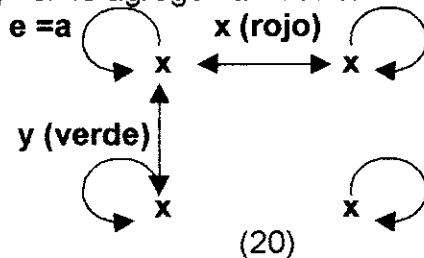
superficies . Y en lógica tenemos  $Z_2 K$  , esa es la lógica clásica . Y tenemos la cuestión de  $Z_3$  que viene justamente a dar cuenta de las superficies biláteras . Entonces la lógica de teoría de superficies se hace entre  $K$  ,  $Z_2$  y  $Z_3$



Lo que yo quiero decir es que **la alienación , la bolsa o la vida**, podemos ponerla sobre la banda de Möebius , sobre las superficies topológicas .

Y luego hay otra cosa que no les he dicho, y es que se puede representar este grupo con un grafo , yo voy concluir con esto . Entonces, estas son las superficies topológicas que Lacan estudia en la misma época que la lógica . En todos los años 60 él avanza a la par con las superficies y la lógica . Ustedes vieron en la lección de la Lógica del fantasma, está el toro con el ocho interior sobre el toro, está la banda de Möebius , es conexo con los esquemas que les mostré

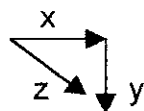
Entonces, he aquí como se puede presentar el grupo de Klein , es lo que se llama el **grafo coloreado de Cayley** . El elemento neutro lo represento así, quiere decir que si yo tengo un punto acá, le agrego un elemento neutro  $e = a$  , se lo agrego a este elemento ; si le agrego  $a$  deviene lo mismo , es neutro.



¿Qué es el grafo coloreado de Cayley ? Es muy simple, ustedes toman tantos puntos como elementos hay en el grupo . Y luego van a tomar flechas coloreadas, por eso se llama coloreado; un color para cada elemento . Y gracias a eso van a tener una representación de grupo que es muy particular, porque ustedes pueden poner no importa que elemento como **nombre** en no importa cual punto , el color que determina la flecha va a determinar los nombres de todos los otros puntos ; el elemento neutro es siempre aquel que es el pequeño bucle , es aquel que hace que cuando se lo agrega a algo, no cambia nada . Como  $x^2 = 1$ , si a este elemento yo le agrego  $b$  ,  $b$  es uno de los tres elementos de acá que no es el elemento neutro .Lo puedo llamar  $x$  ;  $x$  es  $b$ .

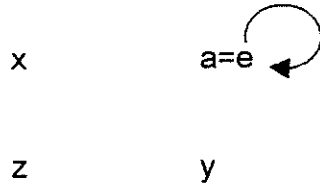
Como tengo la nilpotencia que caracteriza el grupo de Klein , yo sé que  $x$  seguido de  $x$  es lo mismo que el elemento neutro, lo que está escrito acá, y que en el cuadro del grupo de Klein es la diagonal ;en la diagonal todos los elementos son siempre el cuadrado de los elementos o el doble de los elementos y da siempre el elemento neutro ; entonces todas las flechas van a ser dobles en el grupo de Klein. Eso no es verdad para todos los grupos .

Ahora yo tomo otro elemento del grupo de Klein , tomo este ; lo voy a llamar  $y$  . Y yo veo que cuando compongo  $y$  con  $y$  , vuelvo al punto de partida ; porque  $x^2=e$ ,  $y^2=e$ ,  $z^2=e$ , cada elemento es nilpotente ; entonces ahora la propiedad que les he señalado de  $x$  y  $z$



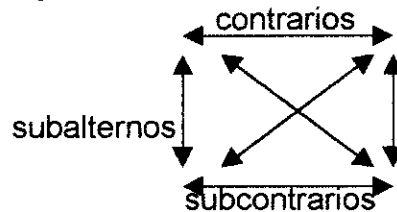
Si hago  $x$  , luego hago  $y$  a partir de acá, yo sé que el tercero es  $z$

Ven no tengo mas que escribir esto así :  $y, z$  . Si hago acá  $x$  acá , y así , yo se que tengo  $x$  , entonces  $z$  está acá . Ustedes pueden releer toda la tabla



Y se van a dar cuenta que tiene  $z$  acá también , es un elemento nilpotente, es el carácter de la banda de Möebius y de la lógica clásica , y luego acá tienen el cuarto elemento que se llama  $x$  .

Miren, si pongo acá el elemento neutro  $e = a$  , si yo agrego a este elemento neutro,  $e = a$  aparece como flecha y como punto . Pero cuando fijo un punto, todos los demás puntos están nombrados por las flechas , porque si yo compongo  $y$  con el elemento neutro obtengo  $y$  acá , y si compongo  $x$  con el neutro obtengo  $x$  acá . Y si tomo  $x$  , y le agrego  $y$  , acá tengo  $z$  . Es interesante esta presentación de grupos no por los cuadros sino por los grafos, porque vean que en primer lugar , cada punto representa un elemento, pero cada flecha representa también un elemento ; quiere decir que se ve la **acción del grupo sobre sí mismo** , y es eso lo que le interesa a Lacan El se divierte al indicarnos que tenemos el cuadrado de Aristóteles en lógica para los enunciados categóricos ; es lo que estoy estudiando en mi curso en Buenos Aires, hablamos de los enunciados categóricos, Ustedes saben que están los contrarios, los subcontrarios y luego tienen los contradictorios ( diagonales ) .



Lacan eso es lo que el llama el puente de los asnos, El puente de los asnos , quiere decir la cosa mas conocida ; al puente de los asnos de Aristóteles , el lo llama el puente de los asnos escolástico . Y lo que lo divierte es que compara el grafo coloreado del grupo de Klein con el cuadrángulo de Aristóteles , pero este objeto es mucho mas estructurado que este . Acá hay una estructura que corresponde a las propiedades algebraicas de la verdad de la lógica ; acá en este cuadrado hay propiedades que corresponden a propiedades de la verdad en los cálculos , como los encontramos en lógica , pero esto es mucho mas rico . Y además yo les digo, lo que es muy importante para la estructura del sujeto, es que los elementos del grupo aparecen como puntos y como flechas

Para la estructura del sujeto, **el sujeto no es exterior a su propia estructura** La estructura del sujeto , como el esquema L o el esquema R , ustedes encuentran al sujeto como un elemento de la estructura del sujeto ; esa es una noción muy importante , y es totalmente coherente, no es contradictoria . Es perfectamente coherente y se la ve de la manera mas simple en el grupo de Klein El grupo de Klein es muy pedagógico para pensar como la estructura de un objeto . puede ser la estructura del objeto global y que en ese objeto está el objeto mismo como localidad ; que algo puede estar contenido en sí mismo sin ser contradictorio . Como lo dice Lacan , mas pequeño no quiere forzosamente decir diferente. Es diferente y al mismo tiempo puede ser el mismo ; puede estar contenido adentro y el conjunto . Puede estar contenido adentro y el objeto mismo ; el objeto mismo puede estar contenido en el interior de sí mismo sin que sea contradictorio . Es verdad que eso se

parece a la definición cantoriana del infinito , pero acá es perfectamente finito . Se puede decir de otra manera : las acciones geométricas son los puntos , los lugares de esa geometría .

Los lugares donde tiene lugar la geometría , y bien, también esos lugares son las acciones en esos lugares . Y eso no tiene nada que ver con la reflexividad . Tenemos tendencia a representarlo así . Yo conozco autores que lo presentan así . Ponen  $x$  en dos lugares ellos dicen que  $x$  es la flecha y que es el origen , el comienzo de la flecha . Hay grafismos así, eso evoca la reflexividad como en un espejo . Y bien, el grupo de Klein es mucho mejor , porque y está acá pero al mismo tiempo actúa en todos los lugares ; hay una acción de y sobre el elemento  $x$  , sobre el elemento  $z$  , sobre sí mismo y sobre el elemento neutro. Y se verá que cada color actúa sobre cada punto . ¿Ven en los colores?

Son cosas que ustedes pueden encontrar en libros absolutamente elementales, no demanda hacer matemáticas complicadas . La única diferencia con la matemática escolar es que esta es una reflexión geométrica y estética , y en la matemática escolar , ustedes aprenden la aritmética para volverse contadores o para que ustedes puedan volverse buenos ciudadanos y sepan hacer la declaración de impuestos , para que puedan comprender qué pasa en los supermercados cuando van a hacer las compras . Entonces tal vez podrían devenir banqueros si tienen ganas ; entonces la aritmética sirve para que ustedes sepan hacer contabilidad, para hacer buenos funcionarios y la geometría sirve si ustedes quisieran hacer física, si ustedes quieren hacer ciencia ; si no, no tienen necesidad de mucha geometría para pasearse por la calle . Ya es muy erudito decirle a alguien ah! la calle Callao es perpendicular a la calle Santa Fe , y Callao es paralela a Pueyrredón , es suficiente como geometría .

Entonces la idea es que la matemática que se enseña en la escuela tiene un objetivo que es bastante directo ; entonces estas cosas no se las enseña pero depende de la tradición escolar ; los ingleses son mucho mejores sobre esto; en Francia para nada , la enseñanza se hace para devenir un funcionario del estado . En Francia es el centralismo, es la república vaticana . Para los franceses , desde que se sale de la aritmética clásica o de la geometría de Euclides, se terminó , salvo aquellos que hacen matemática , pero no se enseña eso en la escuela . Yo conozco maestros en Inglaterra que conocen esto, depende de las tradiciones escolares, no es complicado . Y a Lacan lo que le interesa acá adentro es que hay conexiones entre todas esas estructuras incluso en un estado elemental . Ven que **un problema puede tener la misma estructura y traducirse en otro dominio** : en la geometría , en la lógica, el álgebra , la aritmética ; es extremadamente importante para comprender que **en el inconsciente** , justamente , **es algo permanente** . En un período de análisis o una sesión ustedes no tratan primero esto, después esto, después esto ; ustedes hablan en las sesiones cambian de tema , hablan de una cosa, después hablan de otra cosa, el discurso la asociación no es el discurso profesoral u organizado , pero pueden ver que hay cosas que son completamente diferentes que tienen que ver entre sí . Da mucho para pensar , aunque solo sea para la organización del material en la cura . Es lo que yo traduzco diciendo que hay que plegar el esquema de Freud . Las cosas pueden estar ordenadas, pero se cruzan y encontramos que son coherentes y es esa la estructura . No digo que se puedan tragar esto de un solo trago, pero puede dares la idea de mirar .

¿Es que hay otras cuestiones algo que los haya detenido? Mónica ¿que pensás? Vos conocés estos ejercicios, ¿que te pareció mi presentación del grupo de Klein ?

MJ : muy original . Sobre todo por la conexión con la banda de Möebius

JMV: : Yo estoy bastante orgulloso, porque yo consagré un libro a eso, Essaim .No soy yo quien lo inventó solo ,pero no es frecuente .Ustedes ,con Paula, hicieron un cartel ; en el libro hablo del grafo de Cayley

MJ : Pero no leímos el anexo que es donde está la conexión con la banda de Möebius .

JMV: ah!! , sí, el trabajo que se puede hacer a partir de eso

MJ .Yo me quedé pensando .Lacan en el seminario 14 ubica el no pienso, el no soy Después de hablar del grupo de Klein arma un cuadrángulo con el no pienso, no soy , el Ello el inconsciente .Ahí tengo una dificultad porque él dice que se trata de un grupo de Klein , pero las operaciones no son reversibles , no se cumple la nilpotencia en las operaciones alienación ,verdad , transferencia

JMV: ¿por qué no? Justamente : O es el grupo de Klein y su nilpotencia , o bien es una analogía y no tiene ningún interés , porque lo que especifica al grupo de Klein es eso . Habría que mirar mas de cerca

X : habla de medio grupo de Klein ¿puede ser?

JMV: como ustedes ven ,el triángulo verde rojo azul que se encuentra cuatro veces en este esquema ; ustedes lo ven simétricamente así, acá lo tienen de nuevo acá y acá ; entonces ustedes pueden conformarse solo con un triángulo como lo hace Lacan Ustedes tienen todas las informaciones queridas, ustedes se pueden conformar con esto Este triángulo es esta pequeña fórmula que puse acá, resume esta pequeña tabla , no importa cual compuesto con no importa cual, da el tercero ; si ustedes están de acuerdo con que hay siempre un punto en cada extremidad, que el elemento neutro también está en cada extremidad, y que el es nilpotente que las flechas son siempre dobles en este caso, entonces eso es verdaderamente algo que caracteriza al grupo de Klein . Entonces yo digo, lo mas característico es  $x^2 = e$  y luego, lo que se descubre si se lo compara con el grupo cíclico es que dos elementos cualquiera no neutros, no cero, cuando se componen dan el tercero .Se puede decir esto así, azul seguido de rojo, es lo mismo que verde, para ir de acá voy acá y voy acá es como si fuera directamente de acá y ustedes pueden decir eso para no importa cual par ; algo verde seguido de rojo es azul ; azul seguido de verde es rojo. Y ven que siempre hay signos que se pueden agregar o sacar . Esta (20) es la versión mas completa del esquema ; pero ustedes pueden utilizar un sub esquema como éste (21) por qué es esa la lectura

Si hay cosas que ya las se bien, no vale la pena repetir las; acá (21) ustedes han suprimido muchas cosas que son redundantes y ustedes dicen acá yo tengo la información mas interesante sabiendo que yo se eso del grupo de Klein , que yo se que es el elemento neutro en no importa cual grupo .Es una cuestión de apreciación de sujeto ; **leer es cambiar de registro** Ustedes saben bien que . hay palabras que pueden tener sentidos diferentes y la literatura juega sobre esto Ustedes saben que cuando leen Dostoievski están llevados a Siberia caminando sobre la nieve, teniendo frío y comiendo arenques, y al mismo tiempo ustedes saben bien que están en Buenos Aires y que en la frase que ustedes leen hay un sujeto ,un verbo, un complemento ¿ Cuando se lee una novela que se hace? Uno se deja llevar por el autor ,pero por otro lado uno sabe muy bien que se trata de gramática también ; a veces uno se interesa en la gramática ; **uno cambia de registro cuando uno lee , es eso lo que yo llamo lectura** . No se sabe muy bien todo lo que puede pasar con la lectura ; el psicoanálisis es un aprendizaje una alfabetización ; es decir, es una manera de aprender a leer y a escribir mucho mas amplia y sin a priori, sin prejuicios ideológicos y para el interés de nadie mas que para uno mismo; es decir , uno no hace psicoanálisis para devenir esto o esto otro, uno hace psicoanálisis ,en rigor ,para continuar haciendo su psicoanálisis ; es la

lectura mas flexible que trata de hacer funcionar el aparato psíquico . Se trata de hacer funcionar el aparato psíquico de la manera mas flexible , es eso Freud .Freud dice el aparato psíquico, su gran descubrimiento, **el aparato psíquico en Freud y la estructura del sujeto en Lacan es lo mismo , es una traducción , es una máquina de escribir y una máquina de leer** .Ejemplo los sueños . El sueño de Irma , se termina con la estructura química de la trimetilamina y la palabra trimetilamina en negrita . Se ve bien que el deseo de Freud es que se puede escribir las cosas de distintas maneras, debe poder resolverse por la escritura. Es eso , Mónica, es ese el lazo que hago que con la estructura de la metáfora .Lo que Lacan trató en **Instancia de la letra** es escribir la estructura de la metáfora ,la metáfora y la metonimia , todas esas son reflexiones sobre escribir, leer , y son reflexiones que hay que hacer , como siempre en psicoanálisis , **en acto** , practicando . Es decir , para poder hablar de esto, ya hay que haber comenzado a hacerlo Si ustedes se divierten con estas tablas, no es infinito y al cabo de un momento, ustedes pueden conocer bien los grupos finitos .Es un tema de reflexión, hay muchas reflexiones . Hay gente que hace palabras cruzadas también .Yo les aconsejo . Lo que queda es mostrar como éste es equivalente a éste ; si les interesa la equivalencia que hay entre estos dos , y la diferencia que hay entre estos dos, pregúntele a Mónica Jacob y si ella lo desea podemos continuar escribiendo sobre eso, porque es interesante mirar eso .

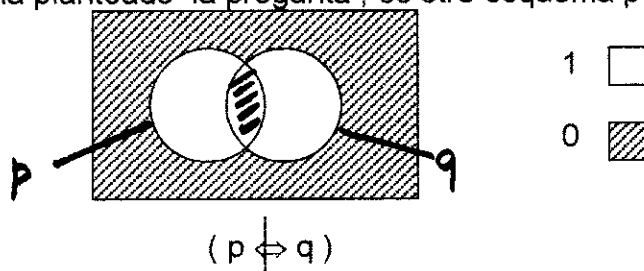
Si ustedes tienen objeciones las pueden hacer .¿Preguntas o comentarios? Hay alguna otra cuestión

I.G : En la clase 4 ,la pregunta es cómo incluye en la estructura la castración , la pregunta es cómo pensar el grupo de Klein porque dice : en el grupo de Klein nada implica esta falla del universo de discurso pero nada implica tampoco que esta falla no esté allí .

JMV : Ahí creo que habla de la banda de Möebius .La banda de Möebius entera y la banda de Möebius en el interior de la banda de Möebius , en el dibujo que borré, es el doble giro . Y justamente lo que le interesa a Lacan es que ese **doble giro puede reducirse a una simple línea y que la parte Klein desaparece** y se guarda solo  $Z_3$  . Si uno hace el corte doble y uno conserva la estructura de Klein , encontramos la banda de Möebius en la banda de Möebius ,peor si hacemos el corte simple, se transforma la banda de Möebius en algo orientable que es  $Z_3$  ; entonces hay una presencia y una ausencia .Es eso lo que interesa a Lacan ; en la banda de Möebius hay algo que aparece y algo que desaparece .Todo lo que no dice en ese seminario, y que lo dice de una manera un poco rápida , es el lazo que puede haber entre el grupo de Klein y la lógica de Aristóteles ; eso comienza con  $Z_2$  porque en  $Z_2$  ya está la nilpotencia, y este es un conector de verdad clásica , en términos de 0 ,1 es la diferencia simétrica , lo que Lacan llama en el pequeño texto donde él presenta su seminario La lógica del fantasma, el llama a eso una **diferencia morganiana** , página 353. " *Una diferencia morganiana de aspecto [ es esto  $Z_2$ ] se anima de lo que una elección forzada la vuelve disimétrica* "

Esta es la cuestión que yo le propongo a Mónica Jacob desarrollar ; hace mucho tiempo que ella me ha planteado la pregunta ; es otro esquema pero es cercano

(22)



Esto es lo que llamo un diagrama de Venn . En la diferencia simétrica, se conserva esta zona, se suprime la intersección y se suprime esto ¿ por qué?

Porque si tomamos p y q, 1,1,0,0 ; 1.0.1.0 . 1 quiere decir que estoy adentro y 0 quiere decir que estoy afuera . Acá tenemos 1 y 1 cuando estamos en el interior de los dos , las rayas dicen que ponemos cero . Quiere decir que cuando p y q son equivalentes se considera lo falso . Cuando p y q son diferentes, se considera que es V ; o sea que cuando estamos en p y fuera de q , se conserva 1 . 1 quiere decir blanco y 0 quiere decir que yo suprimo . He aquí la tabla de los conectores lógicos de la diferencia simétrica que llamamos diferencia morganiana .

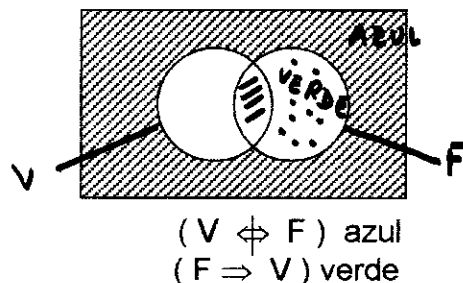
p	q	$p \oplus q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

(23)

p \ q	0	1
0	0	1
1	1	0

(24)

Si esta tabla ustedes la presentan como una tabla de grupo, esta tabla (24) es la misma que esta (23) . Miren , primera letra p 01 , segunda letra q 01 ; si p vale 0 y q vale 0 tengo 0 ; en esta tabla, si p vale 0 y q vale 1 tengo 1 ; si p vale 1 y q vale 0 es este lugar, tengo 1 , es la segunda línea Luego p y q valen 1 los dos, tengo 0 . Y la comparación que puedo hacer de escribir esto, es exactamente la misma tabla . Escribiendo las cosas, presentándolas de una manera o de otra manera, yo las voy a volver completamente irreconocibles . Pero si yo pienso en la **traducción de una en la otra**, yo puedo mostrar que no hay nada en este cuadro que no esté en este , si yo doy el protocolo de traducción . Esto (23) se llama una tabla de verdad en lógica, esto (24) en álgebra ,una tabla de composición con una suma o una multiplicación Y vean que al diferencia simétrica que corresponde a este tipo de esquema , corresponde a una estructura que no es aun el grupo de Klein ,pero yo les digo, el grupo de Klein es el producto de esto por eso ( $Z_2 \times Z_2$ ) porque lo que es característico de esto es que está ya el elemento neutro sobre la diagonal Y yo empecé diciendo que es eso lo específico del grupo de Klein . La diferencia morganiana que una elección forzada vuelve disimétrica , es porque miren en lógica clásica lo V y lo F son diferentes en el sentido de la diferencia morganiana ; entonces esto es algo que se llama diferencia morganiana Y luego ocurre que lo F implica lo verdadero, entonces eso es otro sombreado y es eso lo que Lacan llama lo que una elección forzada vuelve disimétrico

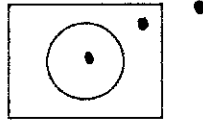


Entonces lo verdadero y lo falso son diferentes , pero además hay uno que implica al otro, que es exactamente lo que Lacan llama la alienación cuando presenta eso como la bolsa o la vida .Lo V y lo F de la lógica clásica es una cuestión de universo de discurso Si no hay universo de discurso , eso se llama lo verdadero y lo falso, que no hay los universales .Es la diferencia que hay entre, miren, es muy simple esta historia de universo de discurso .Si ustedes dicen para toda x , x es vertical

$\forall x, V(x)$

Todas las  $x$  son verticales, no hay universo de discurso

Si ustedes dicen para toda  $x$   $x$  es un palote y que  $x$  es vertical, aquí han definido el universo de discurso: los palotes y entre ellos, ustedes tienen los elementos que son verticales. El universo de discurso es esto. Es seguro que esto es una reducción abusiva, porque el sentido de esto, es justamente que esté siempre más allá de  $V$ . Miren, acá tenemos palotes que son verticales acá tenemos palotes que no son verticales y acá tenemos aquellos que son ni palotes ni verticales.



$\forall x ( B(x) \Rightarrow V(x) )$

Entonces el universal no tiene límites, pero ustedes siempre le pueden suponer uno. Entonces este problema es conexo a este. En lógica clásica no se habla de la parte verde y de la parte azul, se habla solamente de esta  $V$  que yo puse acá en el universo de discurso. Lo puse acá ¿por qué? porque voy a rayar todo lo que está alrededor de  $V$ .  $F$  implica  $V$ , es esto lo que hay que poner en Verde, entonces lo verdadero es lo único que queda. Y ¿qué es este cuadrado que se llama lo verdadero? Que no se habla del borde y no se habla del exterior y es lo que se llama la ontología desde siempre, constituir lo verdadero o al ser como algo local, sostenible y toda la metafísica fracasa en esto, es una cuestión de reducción al universo de discurso.

La alienación es justamente saber ¿es que hay algo alrededor de lo verdadero? Por qué en el Parménides se habla del uno, mientras que Platón habla del dos, para volver al uno; acá yo hablo del cuatro para volver al uno. Esta es la alienación ¿la bolsa o la vida?

La bolsa o la vida no es lo mismo, es diferente ¿la bolsa o la vida? Eso se presenta como una elección, o bien uno, o bien el otro, es la diferencia simétrica, son dos cosas disjuntas y que son bien distintas. Al fin de cuentas, es que si ustedes dan la vida pierden las dos, entonces no pueden dar más que la bolsa y bueno, la segunda fórmula dice exactamente esto. El bandido propone la bolsa o la vida, lo que está en azul es la diferencia simétrica, una lúnula del lado  $V$  y otra del lado de lo  $F$ , pero lo  $F$  implica lo  $V$  en lógica quiere decir que no puede haber bolsa sin la vida; si ustedes dieran la bolsa podrían guardar la vida, pero si dieran la vida no tendrían la bolsa ni la vida; hay una elección forzada, es lo mismo entre lo  $V$  y lo  $F$  en lógica. Es eso lo que es interesante, porque es la cuestión de la palabra, de la verdad y del ser, se llama la función del falo. Es para dar una respuesta a Mónica Jacob, porque hace mucho tiempo me lo preguntó, pero hay que construir cuestionamientos con estos elementos.

P: ¿La alienación que está definiendo acá es la alienación del seminario 11?

JMV: sí, pero es la misma estructura que la del seminario 14. En el seminario 11 Lacan habla de la bolsa o la vida y habla de la libertad o la muerte. Se parece al yo pienso o soy. El pensamiento y el ser; lo que yo agregó es que es lo mismo que con la verdad y lo falso en la lógica clásica y es la cuestión del ser y del pensamiento en la metafísica incluso antes de Descartes. Descartes insiste sobre este lado: yo pienso entonces soy. El entonces. Yo hago una tesis, yo suprimo todo el saber ¿qué queda? Si suprimo todo el saber ¿qué queda? Yo pienso y puede detenerse ahí que queda yo pienso ¿qué puede constatar Descartes mismo? Si incluso suprimo todo saber, resta igualmente yo pienso, entonces ¿por qué agrega a continuación: si yo pienso, entonces soy?: es un prejuicio. Yo no estoy seguro que yo pienso, lo que yo llamo pensar es yo estoy atravesado por

la lengua que hablo ; estoy en relación a mi lengua que me hace hablar , lo podemos hablar a eso pensar . Es una cuestión de tradición . Lo que es seguro que existe la lengua francesa, yo hablo con la lengua francesa , mi cuerpo habla con la lengua francesa ¿ por qué tengo que decir yo soy? Es eso el sujeto freudiano, yo soy , es un prejuicio . No impide que ese prejuicio tenga la misma estructura que la estructura de la verdad .Yo pienso igual yo pienso entonces yo soy

**yo pienso = yo pienso ⇒ yo soy**

Yo les hice observar que es la misma definición de la verdad ; que el yo soy tiene la misma función que el predicado de verdad La nieve es verde es una frase , igual a "la nieve es verde" (comillas) es verdadera

La frase " la nieve es verde" es verdadera es exactamente igual a la frase la nieve es verde .La prueba es que "la nieve es verde" no es verdad y cuando yo digo "la nieve es verde" es algo falso, entonces lo F es igual a algo que es F y es F que sea V .Si es falso, es falso que es verdadero

**la nieve es verde = "la nieve es verde" es verdadera**

Funciona también con la nieve es blanca

**la nieve es blanca = "la nieve es blanca" es verdadera**

Que el enunciado sea V o F ,Tarski mostró que ésta es la estructura mínima de la verdad Es la única razón coherente que yo encuentro en la literatura para comprender por qué Descartes dice :yo pienso, luego existo . Porque Descartes saca todo el saber Lean las **Meditaciones metafísicas** o **El discurso del método** Verán que dice eso :yo limpio todo saber y después ¿qué queda? yo pienso Se olvida siempre esta etapa ,porque luego se pasa enseguida a "yo pienso entonces yo soy " y no se entiende nada

Yo pienso yo soy, hay que ir a los textos para ver en qué momento el dice pienso luego soy Porque él llegó a demostrar por su ascesis que nada puede persuadirlo de nada , y que hay una sola cosa que él está obligado a constatar y es que él piensa . Y en ese momento él salta porque dice yo pienso Ah! entonces yo soy , como si hubiera encontrado la castración . Es yo pienso y no puede detenerse ahí ¿qué es lo que lo empuja un instante después ,a decir yo pienso entonces yo soy ? Y bueno, volvimos a esta historia del ser . Y ¿qué es el ser ? Parménides, lo único que hay es el uno, el ser, del cual se habla desde hace mas de 2600 años, hasta Hegel ; pero Descartes está en la mitad del camino . Miren, lo que quiero hacer observar es que es lo mismo que lo que dice Juanito del falo de su madre .Mi madre es igual a mi madre tiene un falo ; él dice un hace pipí , un Wiwimacher

**Mi madre = mi madre tiene un Wiwimacher**

Los chicos que dicen que su madre tiene un falo, no son idiotas, lo dice Freud en una nota del análisis de Juanito ; él dice yo conoce muchos chicos que dicen eso y no son idiotas y en 1923 va poner eso en el corazón del discurso analítico, es el texto que se llama **La organización genital infantil** . La organización genital infantil abre el periodo del la fase fálica, y todo el mundo le cae encima; las feministas americanas lo tratan de falocentrista y él dice los chicos que se contentan con decir que la madre tiene un falo no son idiotas, no son estúpidos, y todos lo dicen chicos y chicas y aquellos que no lo dice tiene problemas justamente mas bien autísticas . La única razón entonces para comprender el prejuicio del ser en Descartes , es que él toma de la misma manera que el prejuicio del falo en los chicos y las chicas . Cuando se ha reparado que **esta estructura es la insistencia de la elección forzada**, eso se encuentra en lógica, en el psicoanálisis en la filosofía , y en este momento ustedes se van a dar cuenta que lo encuentran en todos lados .

Les doy un ejemplo en lingüística por ejemplo ¿cómo se definen los pronombres personales? Benveniste llama a eso la subjetividad en la lengua. El dice están los pronombres personales, la deixis, que es acá, allá, y después, los performativos de los angloamericanos. Es la misma estructura que la de Descartes y la del falo en los chicos. Es muy divertido por ejemplo acá ¿qué es acá? Acá se los puedo escribir en el pizarrón

**Acá = lugar donde yo estoy cuando yo digo " acá"**

Es la misma estructura, acá está acá pero hay un predicado adelante que dice algo sobre ese acá; es todo el tiempo así. Es algo que está ligado entonces yo soy es una estructura. El presente, el tiempo presente en los verbos, es el tiempo del lector que pronuncia la frase en presente. Es verdad para el pasado, el futuro, se lo puede definir de la misma manera. Pronombres personales, primero, segundo, tercero, tienen exactamente la misma estructura gramatical, aquí allá, je

Je es aquel que pronuncia la frase que contiene je. Es la estructura de la verdad para Tarski. "La nieve es blanca" es verdadero si y solamente si es la nieve es blanca. "La nieve es blanca" es verdadero, igual a la nieve es blanca

Entonces, **el ser** es el falo de la filosofía; si uno sigue a Juanito el falo de la madre, pero para los filósofos si ellos son lógicos es **la verdad** la que juega el rol del falo y si son ontólogos es el ser. Pero son estructuras que existen en la lengua. Y es eso lo que es más interesante desde el punto de vista materialista, si no, son prejuicios, el ser, la verdad. Hay gente que van a decir ¿qué es eso? Son prejuicios. Yo pienso que no son prejuicios, incluso el falo no es un prejuicio, el falo de la madre que va a conducir a la castración, va a conducir al niño a tener un problema cuando vea que la madre no lo tiene. Eso no impide que sean prejuicios en tanto uno no lo explica por una estructura gramatical fija  $q = q$  que se la encuentra en todos lados, en lógica, en ontología.

Y es así que hay una elección que aparece simétrica, la bolsa o la vida el pensamiento y el ser, pero uno no puede impedirle que de ver que hay uno que tiene una relación disimétrica con el otro. ¿por qué mi madre tiene forzosamente un falo cuando yo soy un chico? A edad adulta sabemos que hay hombres, mujeres, los hombres tienen falo, las mujeres, no ¿por qué hacer un asunto? Yo creo que los chicos cuando dice eso dicen algo: hay cosas que aun cuando no están ahí están ahí y cuando están no están allí, como por ejemplo lo V es algo así; si algo es verdadero, **el hecho de decir que es verdadero**, no sirve de nada porque no agrega nada a la verdad de eso, ni a su falsedad. El hecho de decir que algo es verdadero es igual a eso que se ha dicho; entonces es Frege que dice de nada sirve decir que algo es verdadero porque decirlo eso no agrega nada a la verdad de esa cosa. Es por eso que cuando se habla en público, uno no espera que la gente prometa decir lo verdadero, uno espera que lo digan. Es para ponerlos sobre pistas. Porque todas estas cosas están ligadas. Bueno, nos detenemos

Si les interesa trabajar en esto, hay muchas cosas para hacer, todo lo que dije ahora, Mónica ya lo escuchó; es la continuación lo que yo espero. Me gustaría que dentro de unos años se hagan pequeños ejercicios.

**Traducción : Paula Hochman**

**Transcripción : Mónica Lidia Jacob**