

**JEAN-MICHEL VAPPEREAU**

# **ESTOFA**

**Las superficies topológicas intrínsecas**

Título original:  
**ETOFFE\***  
Les surfaces topologiques intrinsèques

© 1988, Jean-Michel Vapperceau

*Para Jean-Claude Terrasson,*

*como homenaje a su estilo de presentación  
de las superficies topológicas que tan bien conoce.*

Traducción de Horacio Pons

Revisión a cargo de Verónica Cohen y Pablo Román

\*Nota a la traducción:

De las distintas traducciones castellanas del término francés "étoffe" —tela, tejido, estofa—, hemos elegido estofa en la mayoría de los casos, porque es el que mejor representa el concepto de estructura que el autor ha querido mostrar en su obra, además de ser el término habitual con que se lo traduce en el uso que hace Lacan de él en sus *Escritos* y *Seminarios*, por lo tanto, el más difundido entre los psicoanalistas.

La traducción de otros términos —como inmersión o sumersión, vecindad, etc.— remite a su uso habitual en topología.

*V. Cohen y P. Román*

**I.S.B.N. 987-9154-06-1**

© 1997 Ediciones Kliné

Queda hecho el depósito que marca la ley N° 11.723  
Impreso en Argentina - Printed in Argentina

## **Presentación de la serie de los fascículos de resultados**

1. *En el campo de Freud, nuestros fascículos de resultados toman las cosas en serio y constituyen una serie. La serie de nuestros resultados de topología en extensión se dirige a quienes quieren abrirse un camino en ese campo, sin quedarse petrificados de espanto o en actitud de pétrea indiferencia.*

*Adoptamos la expresión "fascículos de resultados" tomándola del equipo Bourbaki [16]\*. Los matemáticos de ese grupo desarrollan la construcción de las matemáticas a partir de los términos de la teoría de los conjuntos. En las instrucciones para el uso de su tratado, que dividieron en varios libros, precisan la función de estos fascículos:*

*"A algunos Libros (ya estén publicados o en preparación) se les anexan fascículos de resultados. Estos fascículos contienen lo esencial de las definiciones y los resultados de los Libros, pero ninguna demostración."*

*Con respecto a la suya, nuestra tentativa presenta una distinción que no puede prestarse a confusión: nuestros fascículos no están anexados a ningún tratado de una envergadura comparable.*

*En cambio, en nuestra construcción del objeto del psicoanálisis, a partir del fundamento de la teoría de los conjuntos, disponemos de la obra de Freud y de los escritos de Lacan, estos últimos acompañados por la enseñanza de su seminario.*

2. *El psicoanálisis fue inventado por Freud al descubrir el inconsciente. Esta invención fue consumada por Lacan a través de un comentario crítico del texto de Freud, que lo somete a la prueba de su propia lógica. Esta práctica se apoya sobre un método y produce un discurso.*

*El método es conocido por quienes estudian los textos. Recibió sus cartas de nobleza con Champollion, que ya lo empleó con éxito. El método psicoanalítico consiste en comparar dos versiones de un mismo texto, puesto que el discurso analítico se basa en la hipótesis de que nuestro aparato psíquico se elabora a través de una serie de traducciones, transcripciones, transliteraciones.*

*Reagrupamos esos diferentes actos bajo el término de traducción, que estudiamos aquí. Para recurrir a este método, es preciso disponer de varias versiones del texto estudiado. El psicoanálisis sólo se aplica a un sujeto hablante que proporciona por sí mismo, en un mismo discurso, las*

Este manual fue realizado por un cartel de Topología en Extensión. Agrupados en torno de Michel Bertheux, sus participantes fueron Laurence Descubes, que efectuó los dibujos con aquél, Jean-Michel Vappereau, que concibió la obra, Jean Trentelivres, que se ocupó de ella, y Richard Haddad, que provocó al cartel con sus cándidas observaciones.

En este número de la serie comenzamos algunas reescrituras de ciertos pasajes a partir del primer texto de uno de nosotros. La huella particular de cada uno no se borra y está vinculada a ese texto.

\* Los números entre corchetes remiten a la bibliografía al final del volumen (n. del t.)

diferentes versiones de un mismo texto (E., pp. 747-748; «p»)<sup>1</sup>. Lo que tontamente se llama psicoanálisis aplicado no es más que el empleo del método psicoanalítico, por ejemplo en la crítica literaria.

El estudio del problema [25] que plantea la traducción culmina en una práctica de la escritura que el doctor Lacan encuentra en la escritura de la lengua japonesa. Tal vez el lector sepa que el japonés letrado escribe su propia lengua (lectura kun-yomi) mediante el recurso a los caracteres que se utilizaban en una etapa arcaica de la lengua china (lectura on-yomi)<sup>2</sup> que no desconoce.



Fig. 1

Así se dice y se escribe el elemento que en nuestras comarcas escribimos agua. Esta práctica de la letra exige numerosas observaciones. Para iniciar la discusión, nos contentaremos aquí con algunas de ellas.

El recurso a esta escritura produce un efecto de traducción permanente. Para el japonés letrado, esa traducción se efectúa en una misma cultura. Esto se experimenta en su máxima pureza en el japonés escrito debido a los caracteres que introducen en la traducción otra dimensión; ésta es producida por una ficción de tres.

Volvemos a encontrar esta instancia de la letra en los Escritos de Lacan, cuando éste presenta la estructura del significante mediante el par de oposición hombres/damas,

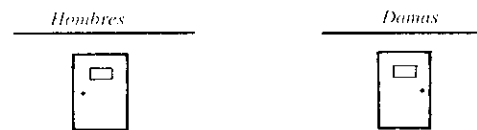


Fig. 2

que corona dos puertas idénticas, que señalan entre nosotros los lugares aislados sometidos a las leyes de la segregación urinaria (E., p. 499; «ñ»).

Hay algo de impertinencia en el hecho de ilustrar de este modo la función de la letra, pero es ésta la que sin embargo está presente entre nosotros, hasta en nuestra vida pública, y cuya articulación parece un tanto borrada en la escritura alfabética.

En la práctica, los elementos clínicos pueden entenderse de acuerdo con la misma modalidad.

Las palabras del analizante deben llegar a tocar la estructura del campo freudiano para alcanzar la dimensión del discurso. Esta estructura es topológica puesto que el discurso analítico se inscribe en la época de una ciencia lógico-matemática a cuyo fundamento apunta la

1. La letra E, seguida por un número de página, remite a los Ecrits de Jacques Lacan (Paris, Seuil, 1966); y la letra al listado de los escritos de Lacan al final del volumen.

2. Takatsuju Sasaki, «Mettre la psychanalyse en japonais», L'Ane n° 26, pp.8-9.

topología. Así, pues, el paso de la particularidad del caso a la universalidad de lo que se funda se realiza mediante una serie de traducciones. Este gesto no pretende sacarnos de ese fantasma, sino que tiene la pretensión de dar cuenta de él.

No se trata de una abstracción cada vez más desencarnada, como lo creyó Husserl en sus Fundamentos de la aritmética a propósito del concepto de gato, sino de una materialidad literal, como se lo recuerda Frege, en que el fundamento de los conceptos descansa sobre la extensión de los casos particulares llevada a la dimensión del conjunto. El concepto de gato no es un gato abstracto al cual se le sacaron el pelo, los bigotes, los ojos, etcétera, sino la colección de gatos, cuando ésta da lugar a un conjunto de acuerdo con condiciones precisas. Por lo tanto, hablaremos de concepto en relación con esta colección, siempre que se le pueda asignar una letra, un nombre, y diremos entonces que se trata de un conjunto. Esta asignación depende de restricciones textuales bien conocidas en la teoría de los conjuntos, pero menos advertidas en otros dominios<sup>3</sup>. Así se plantea la delicada cuestión del nombre propio.

La práctica del psicoanálisis se encamina hacia la interpretación debido a la traducción, apoyándose en los dibujos o matemáticas de la topología y recurriendo a la que está en uso en matemáticas. Estas, por otra parte, no se prestan a una topología aplicada sino que realizan, como en la lectura del japonés, un hablar bilingüe.



Fig. 3

Podríamos multiplicar los ejemplos a propósito de cada concepto del psicoanálisis. De allí la necesidad de nuestros elementos de topología, porque ¿qué decir de un japonés letrado que desconociera la lectura on-yomi (el chino antiguo) y pretendiera prescindir de ella para escribir de manera unívoca la lengua japonesa (lectura kun-yomi)?

La conversación corriente se vale de la mirada y la voz; la práctica de Freud consiste en principio en aislar la voz en detrimento de la mirada en el tratamiento psicoanalítico mismo (etapa mayor del training analítico, E., p. 698: «t»). Esta práctica responde a lo que se descubre en ella, las angustias de la transferencia en que, en el juego de las pasiones, la ignorancia se oculta detrás del amor, y a veces detrás del odio. Pero, como acabamos de decirlo, esas angustias deben ser articuladas con el conjunto del training que hace de esa transferencia una formación del inconsciente.

La práctica de Lacan se inscribe en esta configuración. Lacan emprende la tarea de retornar a Freud efectuando, tanto en el caso de la práctica misma como con respecto a cada concepto, una inversión lenta pero radical. Su práctica de la estructura consiste entonces en desechar la voz: esto es lo que hizo Lacan al término de su recorrido, para concentrar la atención sobre la mirada, especialmente con los dibujos de

1. Nons, fascículo n° 0

la topología. El momento de balanceo de esa inversión, según la estructura del campo freudiano, encuentra su realización práctica en las sesiones cortas. Esa etapa, en que esta práctica se reduce a un simple corte, es necesaria.

Nuestro trayecto no consiste en quedar pegados a uno u otro momento de la estructura, sino en no pasar ninguno por alto. Nuestro proyecto es el de un acercamiento a Lacan, acercamiento a Freud, en la prolongación de ese doble movimiento que sigue siendo insuperable; de resultados de lo cual se amplía la práctica.

La práctica del psicoanálisis, sin duda, no aspira a producir matemáticas, pero es necesario que no las desconozca. En el analizante, la formación se consume mediante la separación del analista con respecto al analizado, cuyo informe tiene el deber de realizar. La práctica (la clínica, la estructura y el acto) no se sostiene si se elude el fundamento dogmático de la traducción, es decir, de la lectura, del inconsciente.

El discurso analítico progresa a partir de esa práctica, pero ya está allí para nuestras generaciones. No sucedía lo mismo en el caso de Freud, tampoco en el de Lacan, que no disponían de él. El discurso analítico es el lazo social que se forma debido a esa práctica, y que la acoge con sus resultados. En lo cual se ve que la cosa no se hace por sí sola. Comienza, en cambio, a partir de dos, provistos de las obras de Freud y los escritos de Lacan.

Estas razones nos conducen a considerar en un preámbulo la topología tal como va a enunciársela como argumento del discurso. Ese discurso, en camino de hacerse, se presenta según varias versiones en la obra de Freud y varias traducciones en la enseñanza de Lacan. Es preciso que las hagamos racionales mediante el empleo del método psicoanalítico, cuyo aprendizaje constituye la otra etapa del training. Este método no podría pasarse por alto en los informes de la experiencia, como tampoco podría ignorarse en los efectos internos que produce.

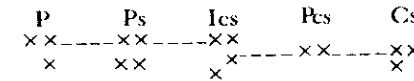
3. La obra de Freud se divide en dos tópicos, separadas por un momento intermedio (1914-1915) en que se afirma la necesidad del paso de la primera a la segunda.

En la enseñanza de Lacan hay tres capítulos topológicos, relacionados con tres tipos de variedades matemáticas: grafos (1953-1961), superficies (1961-1971), nudos (1972-1981). Definimos y desarrollamos estas nociones en nuestra serie de resultados.

## FREUD

Primera tópica. En la carta 52 dirigida a Fliess [1 b], Freud traza un *shema*<sup>a</sup> que responde a su hipótesis de que el aparato psíquico se constituye mediante traducciones sucesivas. Los segmentos corresponden a conmociones producidas por traducción.

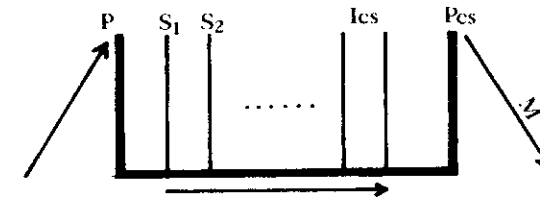
4. Adoptamos la grafía *schema* para designar nuestras figuras a fin de destacar que no sólo muestran sino que también quieren dejar oír. Así, pues, el recurso al "schema" (escucha) hebreo no es fortuito. Esto para permitir que se reflexione, examine y medite sobre lo que P. Legendre llama la operación simbólica básica, el teje-manaje fundamental ((27 s), p.101) que hace plausible el poder y cuya



Las letras del grafo de la carta 52 se leen de este modo:  
P = Percepción, Ps = Signos de percepción, Ics = Inconsciente,  
Pcs = Preconsciente, Cs = Conciencia

Fig. 4

Freud se plantea la cuestión de la conjunción de los extremos del grafo, el anudamiento de la percepción y la conciencia, en que nuestra "tradición reflexiva" "ha experimentado sus patrones de verdad" [E., p. 69; De nuestros antecedentes]. Esta cuestión reaparece en La interpretación de los sueños ([1 c], p. 460, nota 1), donde da una nueva versión óptica de su *schema*, en que cada etapa de traducción es representada por una lente que produce una inversión del objeto, como en un anteojito.



Schema de la Traumdeutung

Fig. 5

Este es el problema inicial desde el cual partirá nuestra topología del sujeto.

En el transcurso de este primer periodo, Freud establece el trabajo de lo inconsciente en las tres grandes obras que son La interpretación de los sueños, Psicopatología de la vida cotidiana [1 d] y El chiste y su relación con lo inconsciente [1 f].

Segunda tópica. En su segunda tópica, Freud examina la misma estructura que reaparece en los escollos del dualismo que la teoría debe sortear. Con este fin, introduce en 1914, con el narcisismo, su teoría del yo. El otro que habla a través de los tropiezos de mi palabra no es simétrico de mí, así como mi unidad no obedece a la unidad de mi organismo. ¿Qué hace uno a partir de ese dos? Del mismo modo, Freud distingue las pulsiones sexuales que invisten el objeto y las pulsiones del yo a las que se atribuye la conservación de éste. Reconoce que se trata de la misma cosa [1 k]

estructura pulsativa examinamos. Legendre, con el ejemplo de la tapicería de Cettomai, señala el prototipo del cuadro vivo: "El poder, en cuanto legislador, implica unir borde con borde dos cosas que a primera vista es difícil calificar — ¿hay que llamarlas elementos, superficies, etc.? — para hacer que de ellas salga la Ley" ((27 a), p. 102). (Cabe señalar que en francés la pronunciación de *schema* es prácticamente igual a la de *schéma*, esquema, lo que brinda una justificación adicional a su adopción. En cuanto a su papel en el judaísmo, *schema* es una oración litúrgica que se recita diariamente en los servicios matutino y vespertino, y consiste en tres párrafos que expresan la fe y el amor ardientes que Israel profesa a Dios. En la presente traducción, adoptamos la grafía *schema* para que tenga

"Al parecer, en toda una serie de casos esto podría ser también un conflicto entre diferentes tendencias propiamente sexuales." (P. 330, retraducido.)

y

"Carecemos de todo fundamento para afirmar una diferencia de naturaleza, por lo demás no muy fácil de captar, en los dos grupos de pulsiones." (Pp. 389-390, retraducido.)

pero no son iguales:

"Pero en el fondo es la misma cosa, dado que de las dos tendencias que están en conflicto, una siempre es, por así decirlo, satisfactoria para el yo (ichgerecht), mientras que la otra constituye un reto (herausfordert) a la defensa del yo. Así, la situación entre yo y sexualidad se mantiene cercana al conflicto." (P. 330, retraducido.)

"Para nosotros, los dos grupos [de pulsiones] se oponen únicamente en cuanto designaciones de las fuentes de energía del individuo, y la discusión, si en el fondo son uno o de naturaleza diferente, y aun cuando [fueran] de un [solo grupo], es ver cuándo se separaron uno del otro." (P. 390, retraducido.)

Es por esta misma razón que en 1914 Freud introdujo el narcisismo, ya que en las neurosis narcisistas el yo es investido sexualmente como un objeto, lo que lo indujo a pensar que podía dilucidar el enigma mediante el estudio de estas neurosis.

"Sin duda, nuestro conocimiento del desarrollo del yo es mucho más pobre que el de la libido porque sólo el estudio de las neurosis narcisistas promete un examen de la estructura del yo." (Pp. 330-331, retraducido.)

Esta dificultad de estructura, recurrente desde la presentación del inconsciente hasta la introducción del instinto de muerte en la doctrina, también está presente en el artículo de 1914 en que Freud distingue, de la manera más segura, los términos de Yo ideal e Ideal del yo; el hecho de que "pese a todo no se logre distinguir su empleo en este texto debería más bien inquietarnos" (E., p. 672: «s»). Expresión en que algunos creen leer un reproche dirigido a los malos lectores de Freud que no distinguen estos dos usos. Nada de eso. Si en esa frase debe escucharse un reproche, sólo está destinado a quienes no se inquietan, pues suponemos que leyeron bien el artículo de Freud. De hecho, si no lo leyeron no pueden distinguir esos dos empleos; si lo leyeron, ¿advirtieron que es imposible distinguirlos? Muy pocos lo leyeron y, en consecuencia, muy pocos se inquietan.

En ese momento intermedio, 1915, Freud intenta redactar su *Metapsicología* [1 j] en doce artículos, de los que no quedan más que cuatro más uno que acaba de descubrirse (1985). Es este fracaso el que lo incita a construir su segunda tópica, en la que radicaliza su posición y llega a abordar aquello a lo que conducía su hipótesis inicial, pues esta tópica lo lleva de manera necesaria a subvertir nuestras concepciones relativas a la causalidad, con el título de automatismo de repetición.

Freud busca un apoyo racional a ese hecho enigmático en la filogénesis ([1 k], p. 334). Para ello, ya construyó el mito de la horda primitiva [1 h] en antropología, por lo tanto. En la biología ([1 k], p. 390), busca un apoyo que lo lleva a mencionar a Weissmann [1 l]. Como esta estructura se presenta en los materiales del análisis, busca su razón en filología en Abel [1 g]. La respuesta es lógica, es topológica.

## LACAN

Distingamos entre historicidad y estructura. El desarrollo temporal de los fenómenos nos reserva algunas sorpresas como retroacciones, inversiones, interrupciones y reanudaciones que sólo la estructura aclara.

Es preciso que indiquemos mediante qué rumbo racional, en qué contexto razonable, Lacan se vio en la necesidad de introducir su estadio del espejo [31]'. Por advertir la dependencia fundamental con respecto al contexto, digámoslo, social y hasta familiar del sujeto, hay que soportar el contragolpe de la insuficiencia radical del informe más preciso de ese contexto. Más aún, llegamos a un concepto incierto o simplemente paradójico en apariencia, de un carácter innato adquirido. Donde se ve que a nuestras categorías de entonces les falta algo, que nos faltan las categorías necesarias en esta situación. Son éstas las que denominamos estructura, y cuyo estudio emprendemos en esta serie de fascículos.

Quien dice estructura dice rasgos o invariantes, de acuerdo con algunos principios que regulan los actos a efectuar.

Primer capítulo. La primera referencia histórica a la topología en la enseñanza de Lacan se encuentra en su primer discurso de Roma, en 1953, con respecto a la estructura del lenguaje. En esa ocasión, Lacan utiliza el toro tomado como objeto, como ilustración de esta estructura (E., pp. 320-321; «i»)

El doctor Lacan consagró la primera época de su enseñanza (1953-1961) a una simbolización de lo imaginario mediante la alternancia de lo semejante y lo desemejante (E., p. 821; «v»), para sacar a lo Simbólico de un viscamiento imaginario en que había caído el psicoanálisis después de Freud.

Es preciso que traslademos este Imaginario a la instancia de lo Simbólico, es decir, a la estructura del lenguaje. Desde este periodo, Lacan propone una solución gráfica a la conjunción de los extremos del grafo de Freud.

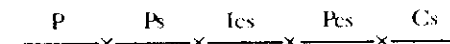


Fig. 6

5. Remitimos al lector al estudio de B. Ogilvie, *Lacan et la formation du concept de sujet*, en el que, por una vez, el pretexto histórico no sirve para ignorar la estructura, aun cuando el autor se haya detenido en la linde de nuestro campo con un Lacan reducido a Hegel. Para nosotros, la noción de "materialismo trascendental" no puede ser más que una indicación, ya que no hay nada de trascendente en nuestra práctica de la materialidad literal.

Tomemos el grafo de las líneas del grafo trazado por Freud en su carta 52. Reemplazamos los puntos por segmentos y los segmentos por puntos. Encontramos los mismos términos. Si doblamos ese grafo de las líneas,

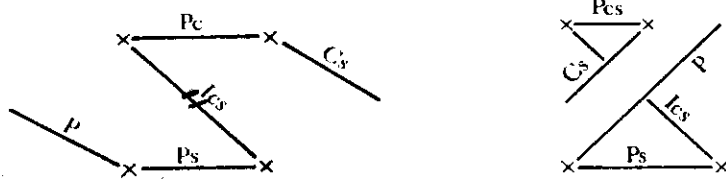


Fig. 7

obtenemos el schema llamado por nosotros F, que permite orientarse en los dos schemas de Lacan contemporáneos de esa primera época de su enseñanza.

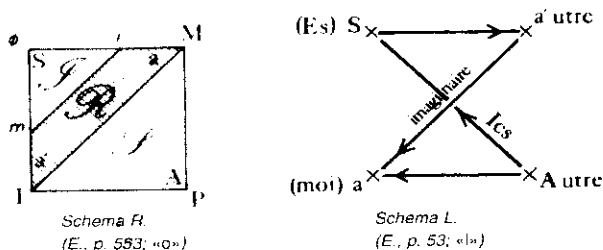


Fig. 8

Estudiamos la conjunción de estos dos schemas en la superficie del plano proyectivo en el fascículo nº 2. El doctor Lacan plantea de esta forma, desde el principio de su enseñanza, un enigma que tenemos que relacionar con la estructura del lenguaje, cuando formula con respecto a estos elementos el interrogante de si son uno o son dos, con lo que prolonga la subversión de nuestra tradición reflexiva.

Retomemos el grafo de Freud, transformado en su grafo de líneas. Gracias a nuestro schema F, podemos trasladar a él las letras del schema R de Lacan (hay que señalar que en los extremos del grafo de líneas no hay puntos marcados; a esos lugares, sin embargo, corresponden las letras m y M) y las orientaciones de las aristas del schema L.

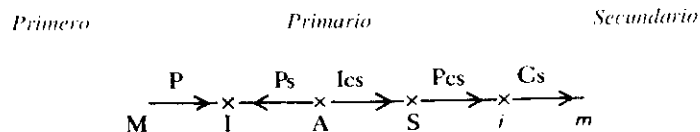


Fig. 9

El proceso primario, en que domina el principio del placer, es un proceso de pensamiento que impera en lo inconsciente (E., p. 650; «s»). Sería un error creer que lo que es primario es primero. Por lo tanto, hay

para nosotros un proceso primero que domina las percepciones separadas de lo inconsciente por los signos de percepción. El proceso secundario, regido por el principio de realidad, domina lo consciente, separado de lo inconsciente por lo preconsciente.

Del mismo modo, trasladamos las letras del schema de Freud a nuestro schema F, con las del schema R y las orientaciones del L.

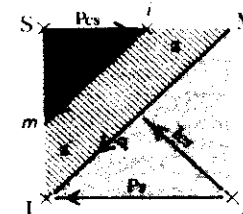
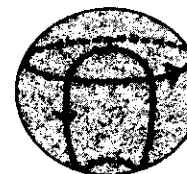


Fig. 10

En nuestro schema F, la orientación de las aristas mediante flechas proviene del schema L y la trama de las zonas corresponde al schema R. Reemplazamos las letras *i*, *s*, *a* por tres colores diferentes. *S* por el lado del proceso primero, *s* grilla imaginaria de la realidad, *i* por el lado del proceso secundario, que recortan en tres el proceso primario *Ics* en nuestro schema.

El doctor Lacan prolonga este examen a fin de presentar a su auditorio la articulación de sus schemas mediante la construcción del grafo del deseo, en el que leemos el problema de la disyunción y la intersección de dos conjuntos lógicos en diagramas de Euler-Venn puestos sobre la esfera. Lacan dará un desarrollo a esta presentación lógica durante la etapa siguiente de su enseñanza.



El punto de capitón sobre la esfera



Diagrama de Euler-Venn

Fig. 11

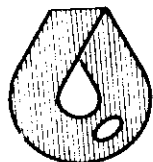
A partir del estadio del espejo, el doctor Lacan aborda los ideales de la persona, refiriéndolos al schema estructural que leemos en el schema óptico (E., pp. 673, 674 y 680; «s»). Es lo que hacemos con la topología a partir de lo Imaginario en una matemática, pero en donde lo Imaginario conserva una función.

Segundo capítulo. Durante el segundo período de su enseñanza (1961-1971), el doctor Lacan practica una imaginización de lo Simbólico mediante el recurso a la teoría de las superficies topológicas.

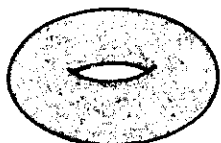
Es en este período cuando pone en correspondencia los cuatro objetos de la pulsión con las cuatro superficies topológicas elementales.



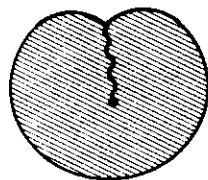
Agujero 1: el agujero como ruptura de superficie



Agujero 1S: la banda de Möbius, aquí con un agujero



Agujero S: el toro (su agujero es específico)



Agujero 1SR: el plano proyectivo real (inmerso en cross-cap)



Agujero 1S1 (el borde del agujero moebiano es un ancho interior)

Elementos destacados de la topología de las superficies

Fig. 12

El momento de Freud—debemos indicarlo en cada ocasión como una pregunta doble— se formula así: “¿Es uno? ¿Es dos?” En esta etapa, ese momento reaparece con el aspecto de la articulación de las superficies no orientables con las superficies orientables en la construcción de Lacan, llamada por éste de involución significativa y mediante la cual resume la repetición freudiana (Lógica del fantasma, 1967; L'Étourdit, 1971, pp. 26-27). Nuestros trabajos coordinan esta estructura con la versión lógica, reemplazando los diagramas de Euler-Venn por el aplanamiento de los nudos provenientes de la tercera etapa de la enseñanza de Lacan.

En efecto, en el segundo período éste reconsidera etapa por etapa el conjunto de la construcción de la lógica matemática, respetando los tres niveles, el del cálculo de las proposiciones, el del lenguaje de los predicados con los Kantores [Kanteurs] y el de la teoría de los conjuntos<sup>7</sup>.

Tercer capítulo. En el tercer capítulo topológico (1972-1981) de su elaboración del discurso analítico, el doctor Lacan reformula la totalidad de estas cuestiones en el campo de existencia del nudo. Sin duda porque las formulaciones precedentes, si bien logran mostrar la trama de la estructura, fracasan en el intento de escribirla.

7. Estofa, fascículo n° 2, capítulo VII.

8. Nons, fascículo n° 0.

Si se quiere evitar el obstáculo de la representación, antes eludido gracias al plano proyectivo, no es posible construirlo como dimensión tres; la cuestión de otra escritura se formula en términos de nudos.

Se trata, desde luego, de situar lo Real, además de las instancias precedentes que son lo Imaginario y lo Simbólico, y ya no la realidad psíquica a la que se califica de implícita en el nudo de tres (seminario RSI, 1974-1975).

Pero la topología no es una fantasmagoría de lo Real, como algunos pretenden decirlo para dar a entender con ello que es imposible, cuando lo que ocurre, simplemente, es que es difícil. Como ya lo hemos dicho, la topología no pretende sacarnos del fantasma sino dar cuenta de él, a la manera de una escritura, con los nudos.

Es cierto que esta topología parte de lo Imaginario, como se lo reprochan los mismos a quienes antes aludimos, esta vez para descalificarla, en Kant a [en cuanto a] ese supuesto Simbólico, siendo así que aquélla produce una conmoción del conjunto debido a lo Simbólico.

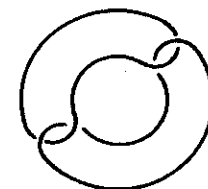
Por nuestra parte, para leer este estado de terminación, consideramos en un momento previo los nudos de borde de las superficies agujereadas, definidos por las prolongaciones de las superficies; su única existencia es extrínseca.



Agujero R: la recta infinita (el agujero está alrededor)



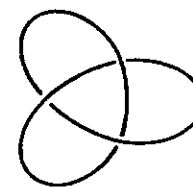
Agujero SR: el anillo (con su agujero)



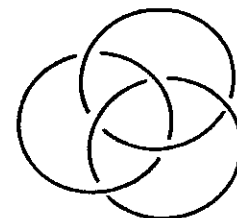
El falso agujero



Agujero S: el enlazamiento



El nudo de trébol



Agujero RSI: el nudo borromeo

Elementos destacados de la topología del nudo<sup>9</sup>

Fig. 13

Vale la pena notar que el nudo se borra en lo intrínseco pero que esta presentación conserva su traza (género del nudo). La teoría de las superficies, argumento del capítulo precedente de la enseñanza de

9. Fascículos n° 3, 4, 5.

Lacan, es para nosotros un medio de investigación en el espacio en torno del nudo.

En nuestros primeros fascículos damos las indicaciones necesarias para quien quiera verificar por el cálculo lo que efectuamos por el dibujo en el estudio de los nudos (a partir del fascículo nº 3).

Para el doctor Lacan, se trata de partir de una imposibilidad encontrada en las etapas precedentes como un agujero, es decir, lo Real para él, a fin de dar cuenta de la función imaginaria del falo que vela ese agujero. Pero para no recaer en ese condenado falo a la manera filosófica, es preciso que no alcance un éxito demasiado fácil. En su comentario de la estructura, siempre reaparecen esas categorías, tal como nosotros las mencionamos; lo Real: su imposible se convierte en existencia; y lo Simbólico: agujero (insistencia), en un abordaje cada vez más preciso, a partir de la consistencia imaginaria, del fracaso en dar cuenta de la relación sexual.

Debe concentrarse en una escritura otra, en lo cual consiste ese fracaso. Hecho que implica señalar hasta qué punto esa estructura no puede escribirse ("Introduction à la publication du séminaire RSI", p. 88, y "À la lecture du 17 décembre"). Estructura de cuya misma imposibilidad da razón el fracaso en escribirla. De rebote, se provoca la modificación del conjunto de los conceptos del psicoanálisis, puesto que cada uno, como uno cualquiera de los elementos del material clínico, lleva a partir de allí la huella de esa estructura evanescente.

Para concluir, ya hemos realizado esa escritura otra para el cálculo de las proposiciones de la lógica. La construcción prosigue a partir de allí.

4. De Freud a Lacan, se consume cierto recorrido. El término consumación no significa cesación de la práctica, sino su formalización a partir de ese viraje en que la situación del psicoanálisis se tornó irreversible.

En lo sucesivo, se inscribe retroactivamente en el doble giro producido por la obra de Freud y el comentario de Lacan.

Quedan por establecerse series de lecturas que nos permitan dirigirnos "hacia Freud", en ese retorno iniciado por Lacan.

Que los observadores prudentes y quienes prefirieron quedarse a un costado se tranquilicen: no hay riesgos de que haya otro fenómeno como el de Freud ni otro fenómeno como el de Lacan. Ya no es necesario en ese campo. Por otra parte, ¿quién querría cumplir esta función perimida de aquí en más, a menos que aceptara deslizarse por la pendiente que conduce al remedo, y eso sin resultados? Hoy, las dificultades son de otro orden.

5. En lo sucesivo, la costura del lugar del sujeto está terminada. Obtura la hiancia cuya apertura preservó primero Freud y luego Lacan, y no hay forma de preservarla de otra manera. El doble rizo que describen Freud y Lacan está cumplido; lo que viene es el advenimiento de Canrobert ("Introduction de Scilicet...", p. 11), no podría tratarse de una etiqueta de uso. Nuestros resultados participan de un nuevo estilo de

lectura, cuyo alcance matemático consiste en ir más allá de los intereses de una corporación. Nuestra serialidad no es de filiación sino de transmisión y por consiguiente de invención.

Un desfase entre el rango de un término y su índice constituye siempre la principal dificultad en el estudio de una serie matemática. Los términos de una serie se ajustan por el conjunto de los números a los que se llama naturales. Este conjunto comienza por el número 0.

El número 1 no es el primero; siempre hay un elemento antes del uno. De tal modo, publicaremos un número 0 referido a la lógica, a fin de situarnos en el orden de la serie.

Nuestros fascículos son seis:

- { nº 0: NONES [NONS] (la topología del sujeto)
- { nº 1: ENJAMBRE [ESSAIM] (el grupo fundamental del nudo)
- nº 2: ESTOFA [ÉTOFFE] (las superficies topológicas)
- nº 3: NUDO [NŒUD] (el nudo borromeo)
- nº 4: SÍNTOMA [SYMPTÔME] (nudos de cuatro y la continuación)
- nº 5: SINTHOME [SINTHOME] (el nudo borromeo generalizado)

6. Hay en nuestra época una gran dificultad que puede resumirse así: es falso que, aun en el campo freudiano, nadie quiera la topología y es falso que los mismos la acepten. Esta situación es descrita por Lacan cuando compara el psicoanálisis con la arquitectura (E., p. 698; «t»). Pone allí de relieve una discordancia entre una potencia lógica que lo emparenta con el discurso y los fines de utilidad que reivindica todo poder. No por ser inútil es menos principal en nuestra presentación de la práctica, como lo explicábamos antes. La utilidad no es una noción pertinente, y hasta es peligrosa en ese campo en que el tiempo perdido produce su hallazgo.

Cuando se subvierte la lógica clásica del pensamiento, aquél a quien se priva de esta imaginación corre el riesgo de creer que ya no se relaciona sino con la irracionalidad. Todo sucede como si a quien aprende a nadar se le quitara su flotador.

Algunos querrían sustituir lo artificial por lo natural, sin tener en cuenta que no hay nada natural para un ser que está sujeto a un doble narcisismo.

Así, los primeros psicoanalistas se dividieron con respecto a estas cuestiones, y los hombres cultos que eran sus contemporáneos y que en su mayor parte lo ignoraban todo sobre la lógica articulada de los significantes, la posibilidad misma de una articulación y más aún sobre las imposibilidades que se deducen de ello, cayeron en todo momento en esas trampas.

Lo mismo ocurrió con los psicoanalistas postfreudianos, y también con los neolacanianos.

Desprenderse de las categorías recibidas de la lógica equivaldría para ellos a perder pie. Un primer paso hacia la verdad consiste en modificarlas, y el estudio de los efectos de esta misma modificación nos proporciona la ayuda que buscamos. Lacan comprendió esta necesidad al retomar por cuenta del psicoanálisis unas investigaciones inauguradas por otros (lingüistas, lógicos, matemáticos, etnólogos). Dotó al psicoaná-

lisis de una topología del sujeto que lo liberó de las categorías clásicas y a la que no podría considerarse como una disciplina auxiliar.

Aquellos de sus alumnos que adoptaron la tesis "débil" del carácter auxiliar de la topología no la utilizaron durante mucho tiempo, y todos confesaron no encontrarle empleo ni en su práctica ni en sus informes. En la actualidad somos poco numerosos los que poseemos el uso y la práctica de una topología a la cual adherimos en razón de una tesis más fuerte.

Es falso decir que "la topología es el psicoanálisis" y es falso decir que "la topología no es el psicoanálisis".

Desde 1983 disponemos de una construcción de lógica matemática que modifica la lógica clásica gracias a un operador topológico llamado de interior. Es la topología del sujeto. Nuestros trabajos consisten en seguir las consecuencias de esta estructura cuando la hallamos en el discurso, lo que no deja de producirse a cada paso. Es esta estructura la que encontramos en el abordaje de las superficies topológicas y que organiza por sí sola y de manera necesaria la topología del nudo. En efecto, se encuentran allí enlazamientos que están y que no están. La cosa comienza de a cuatro.

Es para llegar a ese grado de estructura simple que ponemos al alcance de los lectores las precisiones de que disponemos, cuando son necesarias.

El doctor Lacan indicó las referencias necesarias, sin desarrollarlas de manera integral, dejando a su auditorio la tarea de remitirse a ellas y precisarlas. No es que no lo haya hecho por sí mismo, como muchos pueden testimoniarlo. Se contentaba con valerse de ellas de maneras múltiples y pertinentes, con el cuidado suficiente para que, si se seguían sus indicaciones, pudiera encontrarse lo que sólo se anuncia y utiliza en la traducción. Están próximos muchos trabajos de explicitación en los dominios abordados, y ya hay algunos esbozos de ellos. Nuestra serie se propone ser más que un esbozo.

7. Se trata de utilizar estas precisiones en la práctica para el trabajo de construcción del psicoanalista, la del objeto a. Esta tarea continúa, y no es otra que la de Canrobert; saldrá de ella una clínica psicoanalítica, producida por los mismos interesados.

Daremos asimismo indicaciones para quienes buscan motivos para formarse en esta topología sin estar aún embarcados en ella. Nos limitaremos a las ideas que deberían asimilarse con mayor facilidad, y guardaremos las novedades del descubrimiento para nuestra lectura. Esta lectura no puede ser inteligible sin la práctica del matema topológico, al que remitimos constantemente.

De esta topología, otros pueden extraer otros resultados. Además, tenemos el testimonio de quienes se consagran a ella un momento, y que sostienen que su trabajo no puede dejar de regresar a ese lugar.

Construimos esta topología del sujeto en una elaboración que echa mano del sujeto, en la medida en que "conciencia sin ciencia no es más que complicidad de ignorancia".

El interés de nuestra serie de manuales obedece también a la conexión con las matemáticas corrientes, restricción que nos hemos impuesto. Damos los componentes algebraicos clásicos, es decir elementales (Bourbaki) de la topología del sujeto, y los que están en formación esto es, tal como aquélla se está haciendo en nuestro campo (P. Soury), necesarios para la lectura de Freud y Lacan.

Llevamos la elaboración de la topología del sujeto hasta el punto en el que queda lista para convertirse en una teoría matemática; no hacemos, desdichadamente para quienes lo prueban, obra matemática exclusiva. Será tarea de los matemáticos reformularla en su discurso a fin de discutirla y descubrir sus consecuencias en su disciplina.

8. Definimos la topología en extensión del modo en que Lietzmann habla de topología explicativa (Anschauliche, visual) [5], pero otorgamos un papel más grande a la lógica, pues ésta forma parte de nuestra topología del sujeto de manera eminente, y prestamos una atención especial a los dibujos que establecemos como fórmulas matemáticas.

Con respecto a la topología, nos encontramos habitualmente con tres actitudes diferentes.

En primer lugar, cualquiera puede ignorar de qué se trata. La ignorancia sigue siendo lo habitual y esta situación de hecho compete a la responsabilidad de los especialistas. Para convencerse de ello, basta con señalar que, en la era francesa, por intermedio de las academias, los maestros emplean el término topología para designar algunas de las actividades que proponen a sus alumnos desde el segundo año de la escuela maternal. Así, pues, no hay nada muy inaccesible en el abordaje de la topología.

Hay después dos situaciones que están ligadas entre sí, a una de las cuales calificaremos de timidez estudiantil, necesaria pero insuficiente por sí sola; en cuanto a la otra, la llamaremos práctica efectiva de la topología, que en un momento necesita de la primera. El hecho de que ambas actitudes se encuentren separadamente obedece a una particularidad de estilo en matemáticas, y a la estructura del discurso que se divide en topología general y topología (algebraica, diferencial, semilineal, combinatoria, geométrica...). Hay aquí la misma articulación entre estos dos dominios, el de la topología general y el de la topología propiamente dicha, que entre la lógica matemática y las matemáticas. Indiquémosla.

La toma en consideración de las estructuras topológicas, en cualquier dominio, se hace por medio de una investigación que consiste en construir rasgos invariantes en el transcurso de transformaciones continuas.

Así, en la práctica de la topología, nos topamos con la necesidad de definir la continuidad. Esta definición constituye el objeto de la topología general, llamada topología conjuntista<sup>10</sup>.

Es cierto, la topología supone y presupone las buenas definiciones de la topología general, pero en la práctica la elaboración se lleva adelante sabiendo darles lugar sin volver a ellas en cada caso. Es un principio de abreviación que podemos situar en el recurso a un lenguaje, el de las categorías<sup>11</sup>.

A la inversa, el hecho de que algunos principiantes se estanquen en la topología general hace que eludan la práctica efectiva de la estructura en beneficio de trabajos de otro orden. Si no pasan la barrera que separa estos dos aspectos de la topología, se ven reducidos a afinar eternamente sus definiciones sin encontrar jamás resultados convincentes; tan grande es el entorpecimiento provocado por el formalismo en este camino sin salida. Para ellos se trata, entonces, de estudiar familias de conjuntos abiertos, cerrados, vecindades, filtros, en los que muy pocos ven otro interés que el anecdótico en un dominio tan rico en matices. Nuestros aprendices topólogos caen en un relativismo de mala ley para el psicoanálisis.

Es preciso señalar además que hay matemáticos, y no de los menores, que impugnan el aspecto impráctico de esas definiciones generales para quien interroga la estructura de un dominio particular; a tal punto la topología general se mantuvo históricamente dirigida hacia el análisis funcional clásico (se trata del análisis de las funciones reales con variables reales). Hay idealismo y trascendencia en esta interrogación clásica y limitativa en los mismos matemáticos, cuando éstos se fascinan por la estructura de los números reales sin una verdadera estrategia, por no haber integrado los resultados de lógica matemática debidos a K. Gödel y P.-J. Cohen.

Señalemos que en este cuadrado de las actitudes frente a la topología ni siquiera hablamos, de manera evidente, de la actividad de fantasía, presuntamente topológica, de algunos. En nuestros contemporáneos, creímos comprender que se llamaba "lacanianos" a los partidarios de esa topología fantástica. No queremos dejar en el abandono, condenada a tan triste suerte, la enseñanza de Lacan antes de reivindicar ser sus discípulos. Las intuiciones de cada uno tienen nuestro más profundo respeto; lo principal depende de la presentación de la obra.

Para resolver la dificultad encontrada en el aprendizaje de la topología, sin eludir su perfil, queremos llamar la atención del lector sobre una particularidad de estilo en matemáticas.

Llamamos principio de abreviación a esta condensación que no compete a ninguna trascendencia. Ese principio quiere que una obra que se dice de topología, para tomar el ejemplo que nos concierne, dé a entender y suponga, desde su título o en el de la serie en la cual está publicada, que las funciones (morfismos de la categoría, transformaciones) de que trata son continuas y que los objetos que estudia se asocian

a espacios topológicos bien conocidos, sin que sea necesario redefinirlos en cada ocasión.

Esto, de la misma manera que en matemáticas no redefinimos en cada obra la implicación material. Sin embargo, hay entre nuestros matemáticos idealistas, algunos que se quejan del hecho de que sus colegas sigan con sus trabajos pese a conocer poco de lógica y de teoría de los conjuntos, cuando la teoría ingenua parece bastar.

Es como si exigieran idealmente de cada automovilista el conocimiento de la mecánica para estar autorizado a conducir un auto. Con ello, no hacen más que negar el rasgo característico del método industrial, rasgo que motivó su éxito y su desarrollo. En efecto, en el imperio industrial como en la lengua, el usuario puede hacer un uso justo y pertinente del objeto sin saber. Vale decir, sin haber participado y ni siquiera ser capaz de participar en la concepción y fabricación del objeto. Se plantea, desde luego, la cuestión de su mantenimiento, que se resolvía mucho mejor en la era de las técnicas neolíticas.

Es cierto: en el psicoanálisis las cosas ocurren de otra manera porque desde el principio y hasta el final, el psicoanalizante, el que se dirige al psicoanalista, es considerado responsable de las consecuencias imprevisibles de su decir, y la topología es necesaria en su enseñanza para que aquél pueda asumir esto con discernimiento. Pero este dato, so pretexto de matemáticas, no debe llegar hasta forcluir (coagular, holofrasear) el estilo de los matemáticos, como ocurre en el caso de algunos espíritus simplistas. Vale decir que, aun en matemáticas, puede recurrirse a alguna condensación.

Desde luego que en la topología está supuesta la topología general o conjuntista renovada, pero la estrategia es diferente en el método matemático, pues éste depende de la estructura del lenguaje, es decir de una práctica de la ausencia de metalenguaje. Es esta estructura la que está sellada en el método industrial.

No nos burlamos de estas premisas ni las pasamos por alto, y alentamos a quienes aún las balbucean. Puesto que tenemos interés en señalarles que les resulta sencillo no comprender el uso de nuestra topología en la práctica, ni la práctica de Lacan cuando éste recurre a la topología, porque ellos mismos se la toman con ésta de una manera que no es adecuada. Queremos mostrarles su razón.

Es por este motivo que proponemos tomar las cosas por los dos extremos al mismo tiempo, cada uno situado en su lugar.

En unos ensayos que, sin esperar, ponen la topología en práctica a través de las variedades.

En un retorno a la topología conjuntista, no en general sino en la cuestión específica y principal de las estructuras de la lógica proposicional, predicativa y conjuntista. Esto, para abordar cada uno de esos tres capítulos de la lógica matemática en una topología en el sentido general del término. Obtenemos así las premisas de la topología del sujeto mediante la modificación de la negación a la manera de la lógica modal en una topología.

10. Nons, fascículo nº 0.

11. Essaim, fascículo nº 1

*Nuestra obra matemática de referencia es la de E. E. Moïse [10] para la práctica de la topología. Tal vez algunos consideren que en esta recopilación hay demasiados resultados. Es que existe una resistencia que desvía toda prueba de certeza. Los resultados se falsean por el mero hecho de ser registrados por los interesados mismos. Dos procedimientos permiten triturar este obstáculo.*

*Uno consiste en introducir un protocolo de experiencia y registro que deja lugar al funcionamiento. Éste, además, es cada vez más sostenido por los que son ya producidos por él.*

*El otro se resume en una comunicación de resultados, con vistas a su discusión por parte de cualquiera, aun cuando sea exterior al campo en cuestión.*

*Estas dos soluciones sólo se oponen debido a la ignorancia de quienes sostienen la resistencia con que se sustenta el malestar en la civilización, maravillas y sorpresas siempre renovadas en cada caso de transferencia. En cuanto al resto, pueden intentarlas conjuntamente.*

*Plasencia, mayo de 1988.*

## **ESTOFA**

### **Las superficies topológicas intrínsecas**

En este libro quise mostrar el lugar eminente de la caverna de la que habla Lacan en la topología y, más en general, en el psicoanálisis. Sin lugar a dudas, la entrada a esa caverna (E., p. 838; «w»), entre las enseñanzas diversas que nos dejó ese gran lógico, es para el analizante y el psicoanalista el lugar más importante, pero para el hombre culto, apasionado por la inteligencia, tiene un sentido incomparable.

El toro es una superficie topológica bilátera, por lo tanto de dos caras. Le dedicamos nuestro capítulo V. Su estructura es histórica. ¿Su historicidad obedece solamente al hecho de que sea citado por Lacan, desde la primera referencia a la topología en el discurso de Roma (E., pp. 321-322)? En esa época, Lacan ilustra con este anillo una estructura, que revela en la palabra un centro exterior al lenguaje. Que el centro se considere interior se debe al uso de ese término para designar el centro de un círculo sobre el plano. Es el lugar donde está ubicada la punta del compás cuando se traza el círculo.



Fig. 1

El círculo aplanado determina dos zonas, de las cuales una es infinita (no limitada) alrededor de él: se la llama exterior. La zona limitada contenida por el círculo se llamará interior. Para confirmar ese hecho, la teoría de las superficies requiere dos teoremas, el de Jordan y el de Schönflies.

El doctor Lacan sugiere que este anillo, nuestro círculo, se entienda flotante en el espacio en lugar de estar sobre un plano, y nos invita a imaginar que el centro, el punto equidistante de cada elemento del círculo, es entonces un espacio que resulta conexo debido a esa nueva dimensión, y al que puede calificarse, en su conjunto, de exterior al anillo.



Fig. 2

Utilizamos la letra E. seguida de un número de página cuando mencionamos un pasaje explícito de los *Écrits* de Lacan publicados en un volumen por las ediciones Du Seuil en 1966\*. Cuando se trata de un escrito posterior a esa fecha, damos su título con la indicación de la página de la primera edición, que se especifica en la bibliografía al final del volumen. Procedemos también mediante una remisión a la bibliografía en el caso de las referencias a la obra de Freud.

Desde luego, esas remisiones son inútiles para quien sabe al dedillo su Freud y su Lacan, pero nuestro propósito es provocar ese efecto en otros lectores que no están todavía en esa situación. Con este proceder, esperamos representar un sostén para ellos.

Las referencias al Seminario de Lacan remiten a nuestra bibliografía. Las remisiones dentro de la serie de los fascículos de resultados se efectúan mediante notas cada vez que eso nos parece necesario.

Hay aquí un doble juego de la dimensión en relación con este anillo. Al margen del pasaje del plano al espacio de dimensión tres, pasamos del círculo, que es una línea, al toro, que es una superficie. El redondel de hilo (S. XX) autoriza la traducción de uno al otro.

Pero, por otra parte, la insistencia de la estructura, en la estofa de la práctica, hace necesario el recurso a otras superficies topológicas además de las biláteras, a partir de lo cual ya no puede desconocerse la pulsación de esta estructura. Se trata de las superficies topológicas uniláteras, cuyo paradigma presenta el plano proyectivo. Éste constituirá el objeto de nuestro capítulo VII. Este plano sostiene el modo de cierre propio de la entrada de la caverna.

En la superficie del plano proyectivo, de otra manera que sobre un plato, el centro funciona a las mil maravillas, como lo mostramos en el Apéndice de esta obra.

En cambio, es de manera intrínseca a la superficie del toro mismo como el doctor Lacan pondrá de relieve un rasgo de estructura que sostiene su historicidad [hystoricité]. Ese rasgo consiste en una necesidad impuesta a los trayectos tóricos. Lacan demostrará que se trata de la estructura de la neurosis (*L'Étourdit*, p. 42).

J.-M. V.

\* La letra que sigue al número de página —entre « »— remite al escrito correspondiente en el listado de títulos en castellano de los *Écrits* de Lacan al final de este volumen.

## EL ESPEJISMO DE LA TOPOLOGÍA

## Para introducir...

En este volumen de nuestra serie adoptamos un estilo localmente chato, como conviene para hablar de superficies.

Desde que Lacan ironizó sobre la pretensión de un psicoanalista de Nueva York de tomar las cosas por la superficie (E., pp. 393 y 598; «j» y «r»), las superficies pueden tener mala reputación en el discurso del psicoanálisis, entre quienes sostienen el lazo social que implica la práctica de Freud.

Lacan especifica, sin embargo, que “en sí misma es peligrosa la idea” de creer que “la superficie es el nivel de lo superficial”. “En cuanto al lugar del deseo, es necesaria otra topología” (E., p. 601; «r»). Nosotros emprendemos la tarea de construir esta topología a través de nuestra serie de fascículos.

Las superficies topológicas son objetos (variedades, manifolds...) topológicos (continuos) de dimensión dos.

Está la dimensión (a).

Está el dos (a’).

La dimensión es un invariante topológico cuya definición damos y cuyo uso debe establecerse en el psicoanálisis hasta la introducción que hace el doctor Lacan del término de *dit-mension* [dicho-mensión] (1a).

El número dos corresponde para nosotros a lo Imaginario (1a’).

La dimensión de un objeto topológico se define por la dimensión de los cortes que lo desglosan (en varios pedazos). Es la definición que da Poincaré [32]. Una dimensión está hecha de dimensiones más pequeñas, hechas a su vez de dimensiones. Así como un enjambre signifiante es un collar hecho de anillos, a su vez collares hechos de anillos<sup>1</sup> (2a).

Lo Imaginario es el cuerpo (2a’).

Hacer intervenir otra dimensión no deja de tener consecuencias. Como acabamos de verlo en lo precedente, es únicamente en el plano, de manera intrínseca, donde puede decirse que el centro es interior al círculo (3a).

La relación con el cuerpo en el discurso analítico se califica de narcisista (3a’).

### 1. El nacimiento de la dimensión

Queremos someter la descripción que damos de la doctrina a esta misma doctrina. Sólo esta torsión produce una consistencia

1. *Essaim*, fascículo nº 1, pp. 127-142

cualquiera. La doctrina que Freud se formula se presenta en términos de aparato, calificado de psíquico. Freud es neurólogo, pero da la casualidad de que también es médico. En este encuentro entre una tecnología concebida y una práctica clínica, es forzoso decir lo que allí ocurre, y someterse a ello. Desde *La afasia* [1a], Freud, como otros en torno de él, entiende que el material encontrado tiene el perfil del lenguaje y saca de allí la noción de un aparato que se construye por traducciones sucesivas. Vemos entonces que, de su modelo inicial que representa la representación que se hace del aparato psíquico, pronto no conserva más que la manera en que lo constituyó. El aparato psíquico se convierte en estructura del sujeto. Se anula así la diferencia que algunos establecen entre una teoría y una práctica, cuando no dan con ello por tratarse de pseudoteóricos o de supuestos practicantes.

### a - *La dimensión es un invariante topológico*

La dimensión es el invariante topológico principal, y este término da lugar a una dificultad que obedece a una curiosa broma en la cultura científica.

“Tomar las dimensiones de un objeto” consiste, en el lenguaje corriente, en medirlo según las direcciones del espacio. Se trata de tomar las medidas de su largo, su ancho y su alto, para considerar el ejemplo de las tres dimensiones de un sólido.

La noción de dimensión, por lo tanto, está allí ligada de manera fehaciente a la medida, por el hecho de medir.

A partir de esta experiencia, el lector principiante ya no comprende qué es la topología, si ésta consiste, como es cierto, en abandonar el recurso a las medidas, y la dimensión es su principal invariante.

En consecuencia, es necesario dar una definición rigurosa de la dimensión, que no deba nada a la medida según los grados del volumen de un objeto.

Las direcciones se llaman en física grados de libertad. Se trata por lo tanto de movimientos. Por ejemplo, un movimiento plano se despliega según dos direcciones extremas y sus composiciones intermedias. Se dice que se produce en dimensión dos.

De una manera más general, cuando un fenómeno depende de dos parámetros o dos variables, se habla de superficie por una metáfora geométrica.

Si medimos el volumen según las direcciones del espacio, son éstas las que más se aproximan a la noción de dimensión topológica. Pueden definirse independientemente de toda medida.

Existe en primer lugar una definición inductiva de la dimensión, a partir del punto considerado como objeto sin dimensión en la geometría euclídeana. Una composición de varios puntos forma

una línea, de dimensión uno; una yuxtaposición de líneas forma una superficie, de dimensión dos; un agrupamiento de superficies forma un volumen, de dimensión tres, etcétera.

Pero aunque esta presentación sigue siendo intuitiva, vemos en ella, sin embargo, que una dimensión está hecha de otras dimensiones, a la manera en que un enjambre está hecho de otros enjambres, pero en ese caso se trata de otra dimensión.

Para definir las con claridad, hay que tomar las cosas a la inversa. Un objeto será de dimensión  $n$  si puede dividirse en dos partes no conexas mediante un corte de dimensión  $n - 1$ .

Si descendemos hacia la dimensión cero, la dimensión dos se define por el hecho de poder ser escindida por la dimensión uno; ésta es una línea porque en sí misma puede descomponerse mediante cortes de la dimensión del punto, si éste se considera de dimensión nula.

Las superficies, en consecuencia, son esos objetos recortados por líneas; la estructura de superficie se define por cortes de dimensión uno. En este volumen estudiamos los trayectos, que consisten en la superficie, según los cuales ésta puede ser cortada. Los cortes de dimensión uno constituyen las superficies e indican la estructura de superficie. La estructura de superficie es el corte, y llamaremos estofa el lugar donde se efectúan esos cortes.

Hay otras definiciones de la dimensión en topología. Este concepto da origen a una teoría de la dimensión (véase la bibliografía relativa a esta cuestión al final del volumen). Se puede encontrar una formulación reciente de la definición de la dimensión inductiva en el sentido restringido y en el sentido amplio, y la definición de la dimensión por recubrimiento ([14], p. 54). Señalamos sobre todo las tentativas de definir dimensiones intermedias por conducto del enrollamiento. Como una esfera es localmente de dimensión dos, pero envuelve un volumen y no puede ser sumergida en la superficie de un plano, damos cuenta de ese hecho al decir que es localmente chata. Una superficie topológica es localmente equivalente a una porción del plano, pero puede presentar una magnitud que constituye un volumen.

Esta cuestión merece retomarse a partir de los elementos a los que intentamos pasar revista aquí, y de otros más<sup>2</sup>.

El doctor Lacan empleó en principio el término categoría para

2. Antes de Poincaré, debemos a Dedekind el haber sabido poner de relieve incidentalmente el carácter topológico de la dimensión, a raíz de una carta que le escribió Cantor en que éste explicita su descubrimiento de la puesta en correspondencia punto por punto del conjunto que constituye la superficie de un cuadrado con uno de sus lados. Es en esta oportunidad cuando Cantor enuncia su fórmula patética: “Lo veo pero no lo creo”. De ese modo creía demostrar la inconsistencia de la noción de dimensión y, con ello, su carácter imaginario. A lo cual Dedekind responde, con una rara precisión, que la construcción está bien

hablar de lo Real, lo Imaginario y lo Simbólico; denomina con tres letras, zona  $\mathcal{R}$  (realidad psíquica), zona  $S$  y zona  $I$  tres zonas distintas de su schema  $R$ , como vamos a verlo a continuación. Luego substituyó sucesivamente la noción de categoría por la de dimensión (de la que hizo la dicho-mensión), para llegar por último a la de consistencia, cuando llama  $R$  (Real),  $S$  e  $I$  los tres redondeles de hilo de la cadena borromea. Para referirse al pasaje de la realidad psíquica a lo Real en la enseñanza de Lacan es necesario un itinerario como el nuestro. Más que del espesor de las cosas, se trata de dar cuenta del espesor de las palabras, su peso en la enunciación o, mejor dicho, el tamaño del ciclo de su resonancia razonante.

En este volumen, comenzaremos a abordarlo en oportunidad de nuestra práctica de traducción, a través de palabras en uso en el discurso del psicoanálisis, y de construcciones topológicas.

### a' - El número de ellos [dos] es lo Imaginario

Momentáneamente, hagamos partir ese de ellos [*d'eux*] del dos [*deux*] de la simetría plana del espejo. Ésta define un espacio imaginario, hecho de embustes, de *trompe-l'œil*, de imágenes que desaparecen o se interponen en múltiples construcciones de óptica geométrica. En la práctica, este espacio depende de un señalamiento temporal más preciso, está especificado por acontecimientos, recuerdos cuya fecha no se encuentra, en los que la cronología se enmaraña, que no tienen lugares geográficos; está habitado por falsos reconocimientos. Tan poco situado como un sueño, ni en otro lugar, la posición de este espacio imaginario explica, a contrario, la función precisa de la datación histórica, exigida por Freud en el análisis (E., p. 183; «g»).

El doctor Lacan no vaciló en iniciar su enseñanza a partir del espacio producido por el espejo, como caso particular de la función

---

hecha pero completamente recortada, con lo que plantea que la dimensión sigue siendo una noción vinculada a las propiedades continuas, una noción topológica si no es conjuntista.

La noción equivalente en teoría de los conjuntos es la del número, cuya definición y construcción son más problemáticas.

El número ordinal puede construirse como invariante de una teoría de los conjuntos con axioma de elección.

Como invariante de esta misma teoría se deduce una definición del número cardinal, pero no sabemos construir el número (cardinal) como invariante de una teoría cualquiera de los conjuntos (sin axioma de elección). ¿Será el número un invariante topológico? (El número cardinal, claro está) Esta pregunta es importante dado que el número es verdaderamente el *mathemata*, el objeto principal de la matemática desde los griegos, a punto tal que la mayor parte de la gente la confundió con la contabilidad y al matemático con el calculista prodigio. Para hacerse cargo de esta diferencia, hay que distinguir el número y la cifra con sus funciones respectivas en la construcción de los invariantes.

de las imágenes en el problema de la significación del espacio para el organismo viviente (E., p. 96; «e»). Pero señala que, si queremos estudiar sus límites, no hay nada que esperar de ese espacio imaginario sin el recurso a otro orden (E., p. 70; "*De nuestros antecedentes*"). El tratamiento de lo imaginario por la fenomenología sartreana nos parece muy anticuado hoy en día si se recurre a las sólidas categorías propuestas por Lacan [34]. M. Merleau-Ponty nos parece mejor inspirado, cuando, al final de su itinerario, descubre entre visible e invisible un nudo y un quiasma [30]. Este descubrimiento puede hacer retroceder a algunos, porque en ese momento de consumación Merleau-Ponty se topa con la muerte. Por nuestra parte, tenemos la precaución, a la entrada de la caverna del psicoanálisis, de indicar con claridad sus elementos y su lógica para evitar a los profesores de filosofía y algunos otros, si no el paso atrás, sí al menos la caída en el extravío de una mala política, porque para ellos es necesario cumplir un acto que no sea ni pasaje al acto ni acción en el fantasma. Ese orden otro de la estética barroca no es locura de ver [18] sino racionalidad de la instancia de la letra y lógica.

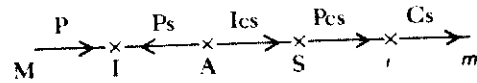
Ese espacio imaginario es estructurado por la aparición y desaparición de rasgos. Entre los elementos esenciales que podemos considerar entre el cuerpo y la imagen, el pene va a cumplir una función de medium por su presencia o su ausencia, como imagen del rival, ese otro imaginario, mi semejante. Por esta razón, articulamos con insistencia una estructura en ese espacio. Éste está hecho de tensión subjetiva y tiene un correlato temporal habitado por la angustia. Sus modos imaginarios dan su consistencia al conocimiento especular, hecho de despersonalización y alucinación del doble, y son el fundamento paranoico del conocimiento humano. No tienen ninguna pertinencia en el señalamiento del fantasma (E., p. 71; "*De nuestros antecedentes*").

El funcionamiento de los aparatos ópticos del doctor Lacan nos lo proporciona la dinámica de sus schemas  $L$  y  $R$ . Hemos construido un schema  $F$  que toma sus términos de estos dos, a fin de vincularlos con el schema de Freud (véase Presentación de la serie, pp. IV a VIII). Queremos hablar del schema cuya primera versión se encuentra en la carta, numerada 52, que Freud escribió a su amigo Fliess [1 b], y la segunda versión en la parte especulativa de *La interpretación de los sueños* [1 c].

A partir de esos schemas, nos proponemos situar lo Imaginario en la topología del sujeto. El schema de Freud se presenta aquí por esa especie de dual que es su grafo de las líneas<sup>3</sup>. Su linealidad es de importancia esencial, ya que el grafo se propone dar cuenta de la sucesión de las etapas de la traducción mediante la cual, según la hipótesis de Freud, se constituye el aparato psíquico. El proceso

3. Essaim, p. 65

de la traducción, bien conocido en su práctica, no deja de arrojar algunas sombras. El conjunto del funcionamiento de estos schemas, que en Lacan se convierten en los de la estructura del sujeto, pretende explicar ese proceso. Como en todas nuestras presentaciones topológicas, la traducción está presente intrínsecamente en el schema y éste mismo está atrapado en un proceso de traducción. He aquí los schemas en cuestión.



Grafo de las líneas del schema de la carta 52

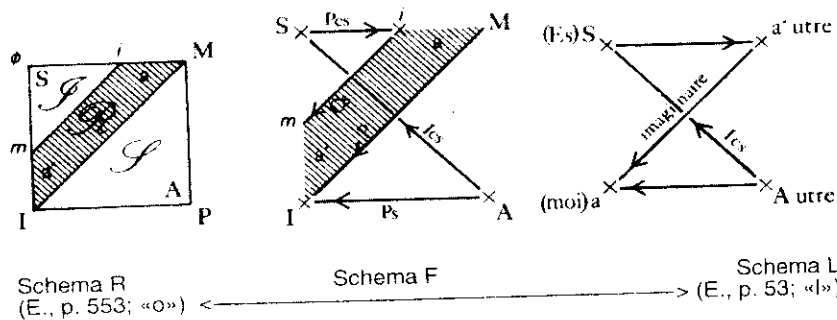


Fig. 1

- Los términos inscriptos encima de la línea del grafo son los de la carta 52 de Freud:

P: Percepción. Ps: Signos de percepción. Ics: Inconsciente. Pcs: Preconsciente. Cs: Consciente.

La originalidad de Freud radica en distinguir entre P y Ps, *Wahrnehmung* y *Wahrnehmungs-zeichen* (E., p. 558; «ó»). Nuestro objetivo es explicar qué son los signos de percepción para Freud, el *einzigster Zug* freudiano o el trazo unario para Lacan, el sitio en que se condensa la estructura al principio de la traducción, desde la entrada de la caverna entre I y A. Esta distinción entre P y Ps puede ser puesta a prueba por quien lo desee en presencia de un locutor de una lengua extranjera desconocida. Esta se percibe como una oleada verbal en la medida en que el oyente no puede introducir en ella una distinción mediante un recorte de secuencias gracias al reconocimiento de palabras y frases. La realización inversa del aprendizaje de una lengua puede producirse para un locutor en su propia lengua materna: es la holofrase, el recurso a sintagmas coagulados. Estas instancias freudianas son para nosotros estaciones en el grafo de Freud, en cada una de las cuales viene a jugar la estructura. En esta obra, ésta se presenta en términos de

superficies a partir de la óptica. Se trata de su versión más imaginativa. En el fascículo nº 0 damos una presentación de esta estructura en términos de lógica matemática muy poco imaginativos, en los que esas instancias se definen mejor por su oposición. Allí se abordará entonces el difícil problema de la definición de lo inconsciente y de lo que constituye su dificultad para un espíritu kantiano contemporáneo<sup>4</sup>.

- Las letras puestas debajo del grafo provienen del schema R:  
M: el objeto primordial (la madre). I: Ideal del yo. A: el Otro.  
S: el Sujeto (el *Es* de Freud). *i*: la imagen especular (el otro del espejo, el yo ideal). *m*: el yo.

Estos elementos sólo encuentran su verdadera definición a partir de la articulación lógica<sup>5</sup> y su práctica de lectura (traducción). En particular, la cuestión del Otro, en su definición, sigue necesitando, como en el caso del Ics, una articulación freudiana original. Esos elementos sólo se sitúan aquí en una topología que nos encamina hacia esa articulación por el hecho de experimentar-la mediante la lectura de los grafos y las superficies hasta los nudos. Se trata de una cuestión de estilo.

Las primeras notaciones designan los segmentos; las segundas, los puntos.

Las razones del plegado de ese schema en nuestro schema F las da nuestra lectura de Lacan [37 b].

-La trama que ubicamos en el schema F proviene del schema R.

-La orientación que damos al schema de Freud proviene del schema L. Si seguimos esta orientación en el schema L, recorremos dos trayectos diferentes que tienen los mismos extremos. Uno es directo, *Aa*; el otro indirecto, *ASa'a*. Esos dos trayectos ilustran el hecho de que un mensaje salido del Otro, al tomar dos recorridos diferentes, llega a *a* presentado según dos versiones. Cuando sigue el trayecto indirecto, el mensaje pasa a través de lo inconsciente y el *Es* freudiano para llegar al yo. Va a ser marcado con el punzón del deseo (sueño) que le dará el perfil de su deformación. Al comparar esta versión con la que tomó el trayecto directo (material diurno), puede haber interpretación, a la manera en que Champollion tradujo la piedra de Rosetta. Esto, de interesarse más en la deformación del mensaje que en el sentido del mensaje mismo. De tal modo podemos situar la observación de Freud ([1 n], pp. 236-237) que dice que lo reprimido inconsciente puede comunicarse con el yo por intermedio del *Es* (S).

En un primer momento, en el par *aa'* de su schema L, Lacan anotará *a'* el otro, imagen especular, para reservar la letra *a* al yo

4. *Nons*, fascículo nº 0

5. *Nons*, fascículo nº 0

(E., p. 53; «l»). Estos son los términos entre los cuales, de ellos [*d'eux*], se tiende la relación narcisista.

Inmediatamente después, sitúa esas letras *a* y *a'* en la zona R del schema R (E., p. 553; «o»), pero invierte su lugar.

En el schema L, Lacan sitúa la relación imaginaria y la inscribe entre *a* y *a'*.

En referencia a esas dos letras minúsculas que se reencuentran en el schema R, Lacan habla entonces del par imaginario *aa'* (E., p. 577; «o»).

Anteriormente, en el schema L, también denomina grilla imaginaria a ese par *aa'* (E., p. 55; «l»), y es con ese objeto que introduce esta topología más apropiada a fin de “definir el estatuto de *a* y *a'* en sí mismas”.

El problema topológico a resolver consiste en la construcción del objeto *a*, que hay que diferenciar estrictamente del yo, anotado *m* —no es más que la metonimia de ese objeto— y del objeto especular, *i* —envuelve el objeto *a* y sufre su tensión—. Se trata de los dos términos del proceso de identificación. Freud advierte el alcance mucho más general de esta transformación que encuentra en la melancolía. Define la identificación en el caso del objeto que arroja su sombra sobre el yo. Es además una cuestión de interior y exterior: me convierto en lo que no puedo tener. El error de los posfreudianos consistió en reducir la práctica del análisis a una mera peladura de las identificaciones que forman la cebolla que es el yo. Ya no saben adónde ir cuando alcanzan el núcleo que es nada, mientras que para nosotros, como vamos a mostrarlo, esa nada no vale sino por el modo en que se consideró que no es nada.

Desde el estadio del espejo, la imagen que importa es la del cuerpo. Al final, en el álgebra de Lacan se la designa como *i(a)*; es la imagen especular. Es el otro del espejo, mi semejante, mi prójimo; ¿soy yo mismo?

La expresión algebraica *i(a)* mediante la cual Lacan anota la imagen especular es una mezcla, producida a partir de la *i* del schema R y de la *a* del schema L. Figura en el grafo del deseo (E., p. 808; «v»).

Pero hay más: se trata de una escritura funcional, donde la constante *a* viene a ocupar el lugar del argumento de la función *i(x)*. ¿Esta función es la función idéntica, la identidad de nuestros libros de álgebra? La escritura adoptada es más elaborada, porque ahora la letra *a* se distingue de la imagen especular propiamente dicha.

Esta imagen *i(a)*, al contrario, envuelve el objeto *a*, como el yo que se constituye por identificaciones sucesivas, a la manera de las capas de una cebolla, ajustadas a la sucesión de sus objetos. Freud descubrió ese proceso en oportunidad de abordar la melancolía. A continuación comprende que tiene un alcance mucho mayor. Esta

escritura funcional permite señalar la envoltura sucesiva de esos objetos. Son imágenes que se componen a la manera de las funciones:

$$i(i_n(\dots i_2(i_1(a) \dots))),$$

como las figuras del otro imaginario (E., p. 553; «o»).

Por otra parte, no vacilaremos en evocar a su respecto la construcción de los números complejos a partir de los números imaginarios, en la que la letra *i* es una convención admitida. Nos encaminamos hacia un imaginario de ese tipo, a la manera de los números complejos. Un imaginario no tan imaginativo, porque lo comparamos con la función de ese número, en la resolución de las ecuaciones algebraicas. Autoriza la existencia de soluciones ficticias que revelan otras, efectivas (S. XXII).

Lo que es de ellos [*d'eux*] comienza de a dos [*deux*]. Bastan dos espejos paralelos para obtener una infinidad de imágenes en abismo. Es acertado entonces no fascinarse por esa infinidad y no ceder al vértigo de la tradición reflexiva. Hay que hacer notar, sobre todo, que basta que los espejos sean dos para lograr ese efecto. El problema es el mismo en la pareja, o en el grupo, cuando se trata de hacer que sea uno. Es la acepción más débil del amor, la que no corresponde, la de la sumisión y el desistimiento. La cuestión equivale a decir de qué tipo de *un* se trata. Queremos situar nuestro punto de partida en este recorte de lo biológico y lo social. En el momento del resurgimiento de la sexualidad por la cadena de los sueños en los varones, éstos afrontan en equipo la diversión amorosa. Única ocasión de distinguir el *de ellos* del *dos*, porque las niñas se precaven de la urgencia de sus asaltos emparejándose entre ellas. Aunque secundarios, estos hechos no son sin embargo desdeñables, y sigue vigente la cuestión de saber cómo se anudan con el proceso primero.

El espacio imaginario consiste en la estofa triangular tendida entre los tres términos del schema R que son la madre M, su deseo (representado por el falo F así como por el rival fraternal *i*) y el hijo situado en el lugar I (E., pp. 182 y 552; «g» y «q»), la zona I del schema R.

Construimos los rasgos que definen la metáfora que llega a traducir ese último triángulo en la zona S del schema. Aquella debe articular la manera en que el significante del padre acaba por asumir la función de potencia y temperamento, que arbitra la tensión celosa, en el fundamento de este espacio. Esos rasgos definen la función imaginaria del falo tal como se presenta en los frescos de la villa de los misterios en Pompeya. Esta estructura es la del pudor, a la cual aportamos algunas precisiones. La proponemos en la articulación del conjunto de los schemas y se juega, desde la entrada de la caverna, entre I y A, en Signos de percepción.

En el caso de estos schemas, tal como los presentamos, debemos distinguir dos momentos.

(A) *Incidencia de la repetición*

El primer momento consiste en el hecho de plegar y desplegar el grafo de Freud, a fin de dar cuenta de la articulación en el análisis de la historicidad y la estructura ([29 c], pp. 158-163). Volveremos a hablar de esta incidencia en el capítulo IV, con más precisiones. Se trata de la insistencia (de ellos) repetitiva, en la historia del sujeto, del efecto de una estructura, en sí misma repetición (dos).

Freud trazó su schema para dar cuenta la elaboración del aparato psíquico mediante traducciones que hacía corresponder con edades sucesivas de la vida del sujeto. Con eso se prestaba a una interpretación en términos de estadios, en la cual se precipitaron los psicoanalistas posfreudianos. Hay que decir que Freud nunca resolvió el problema del cierre necesario de su schema ([1 c], nota de p. 460).

Lacan propone cerrarlo de esta forma, como lo dedujimos de la lectura de sus schemas R y L, y resuelve con ello cierto número de antinomias freudianas.

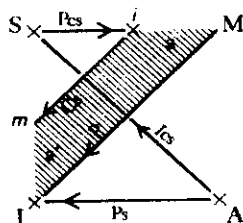
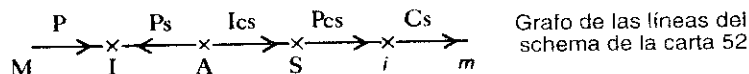


Fig. 2

Como en la práctica, al tratarse de la sorpresa provocada por el resurgimiento del acontecimiento psíquico, la orientación dada aquí al schema de Freud parece enigmática, dado que presenta una sola flecha en sentido contrario a las otras. Ahora bien, con el plegado las orientaciones de cada arista comienzan a tomar sentido en la lectura, si nos remitimos al schema L, en el cual, como lo dijimos antes, encuentran su fuente.

Al margen de un esbozo de solución del anudamiento de la Percepción y la Conciencia, para el que la consistencia imaginaria

que se mantiene a través de estos schemas representa un problema, esta estructura nos libera de las pretensiones genéticas o evolucionistas, con los presuntos estadios. Puesto que lo que está antes y lo que está después pueden identificarse y diferenciarse.

Recordemos el ejemplo del Ideal del yo y el superyó, que todavía constituye un problema para muchos psicoanalistas neolacanianos, para no hablar de los posfreudianos. El Ideal del yo compete a una identificación previa al complejo de Edipo, identificación primera de la que los psicoanalistas posfreudianos traductores de Freud, en francés, creyeron poder decir que carecía de elección de objeto previa. Freud dice que el superyó es el heredero del complejo de Edipo. ¿Cómo es posible que esas dos instancias no formen más que una para quienes aún creen en el estadio preedípico? Para ordenar el material es necesaria otra dimensión, sin tener que soportar la culpa como rebote de una falta lógica. Esos estadios "no son, desde luego, inexistentes, sino analíticamente impensables" (E., p. 554; «o») debido a la estructura. El objeto móvil de la identificación primera con el Ideal del yo, que es el padre para el varón, como I del triángulo S, le viene secundariamente del triángulo I. No es sorprendente que en lugar de ese objeto los posfreudianos sólo encuentren un vacío (introyección) mientras el Edipo se mantiene sin consumar (neurosis) por falta de un análisis terminado. Vemos así la extrema importancia de la distinción introducida por Freud y subrayada por Lacan, entre Ideal del yo y yo ideal, pues este objeto inexistente es el Ideal del yo envuelto por una voz, un jirón de discurso; ya estaba allí.

Ese material es de lenguaje, está marcado por el efecto de la traducción, tanto en cada uno de sus elementos como en su conjunto. Ya corresponda al cuerpo o al pensamiento, obra sobre él la repetición freudiana. Este término extremo, introducido por Freud cuando radicaliza su posición, es aquello hacia lo que lo conduce su hipótesis inicial del significante producido por la traducción misma.

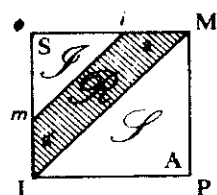
En lo tocante a la evolución en el desarrollo histórico, representado por el schema de Freud (figura 2), hay sin duda una repetición recurrente. Ésta, en la diacronía (historia), es la metonimia del deseo. La topología del sujeto (estructura, doble rizo de la repetición) se proyectó en el instante del fantasma (E., p. 836; «w»). El problema, en la práctica del análisis, es precisamente dar cuenta del material así desarrollado. Depende de la otra repetición de doble codo que explica el segundo schema.

En la sincronía de la estructura, el schema F presenta en una especie de fijeza lo que se repite, o sea el deseo irreductible determinado por una condensación. Esta construcción, producida en otro lugar, actúa y legisla en la diacronía. De allí la insistencia de la repetición.

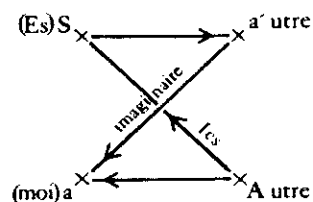
(A') *Composición de Percepción y Conciencia*

En esta otra dimensión hay otro momento entre los dos schemas de Lacan, que no carece de identidad con el primer momento de la repetición, porque es él el que se repite.

Se trata de la articulación de los diferentes modos de la composición de la percepción y la conciencia. Hemos elaborado el schema F a fin de presentar esta composición. Se proponen entonces dos soluciones, con sus relaciones mutuas.



Schema R.  
(E., p. 553; «o»)



Schema L.  
(E., p. 53; «l»)

Fig. 3

El lector recién puede hacerse cargo de la primera, presentada por el schema R, después de haber colocado el schema F en la estofa que corresponde, como lo mostraremos en nuestra Conclusión: la del plano proyectivo.

Otra solución, presentada por el schema L, es la retracción de la realidad psíquica y la dificultad que representa para Freud esta zona llamada  $\mathcal{R}$ . Se trata nada menos que de la elisión (*fading*) de lo que se repite, en una insistencia de ficción.

La introducción del schema F, en la superficie del plano proyectivo, servirá para la mostración de la relación que mantienen estas dos soluciones y se propone claramente como una respuesta a la cuestión planteada. La retracción de la zona  $\mathcal{R}$  o sea el atravesamiento mutuo de los segmentos P y Cs, presenta una dinámica del corte en la superficie del plano proyectivo.

Es muy evidente que este pase sólo puede entenderse con la condición de colocar estos schemas en las estofas cuyo estudio proponemos.

a'' - *Estofas*

El sujeto es término de ciencia. En un artículo ([19 a], p. 365), saludado por Lacan, Georges Canguilhem hace que su presentación de la psicología se inicie en la biología de Aristóteles. Luego sitúa la posición del sujeto según Descartes en las fallas de la razón

matemática y mecánica. Hace que el sujeto soporte la responsabilidad del error en la experiencia. Para que pueda hablarse de un error, es preciso definir un campo de racionalidad. Si el mundo es racional y yo no soy más que un elemento de ese mundo, yo mismo racional, ¿cómo puedo engañarme? Para Descartes, la razón es matemática. De tal modo, aparece la cuestión del sujeto cuando me pregunto: "¿Cómo puedo no comprender una demostración de geometría?" El sujeto no el mismo según la estofa a partir de la cual se produce. Desde Galileo, esa estofa pasó a ser matemática, donde el sujeto ya no puede ser interpretado como del mismo Dios. Dios cuya existencia, en oposición al ser, es necesaria para quienquiera que pretenda recurrir a esa matemática. Lacan desarrolla la cuestión del sujeto a partir del testimonio de Descartes. Los psicólogos no se dan cuenta de la necesidad de una matemática para hablar meramente de sujeto. Aun cuando éste pronto quede recubierto por una envoltura.

En uno de sus escritos (E., pp. 793-827; «v»), en el momento de cerrar el primer capítulo topológico de su enseñanza, mientras que en su seminario ya ha abierto el capítulo siguiente, en el que comienza a presentar la estructura en términos de superficies, el doctor Lacan distingue dos modalidades de la estofa.

1) Está el fantasma, escrito  $\$ \diamond a$ . En este escrito se lo llama la "estofa" (paño) del sujeto de lo inconsciente,  $\$$  (de la represión originaria) (E., p. 816; «v»). Ese sujeto se capta de la elisión (*fading*) del acto de enunciación. Esta elisión produce la inversión de los términos en el schema R en el momento de su transformación en schema L. Ese momento es instantáneo, carece de estabilidad; la elisión es fugaz. El fantasma, en su conjunto, hace estofa (paño, forro) al modo de cierre característico de la entrada de la caverna, condensado en el punzón  $\diamond$ . Necesita la estructura de superficie unilátera.

2) Está el objeto  $a$ , una constante en el sentido matemático del término, un objeto en el sentido de la teoría de los conjuntos. Es la "estofa" del sujeto, que cree poder captarse en el indicador (*shifter*) [embrague] que marca el cambio de lugar del sujeto gramatical en el enunciado (E., p. 818; «v»). Este objeto está tendido entre el objeto de la fobia y el fetiche (E., p. 682; «s»). Es contorneado por la deriva (*Trieb*) del inconsciente. Esta mención de la estofa que forma un forro (revestimiento) se presenta en nuestra topología en una composición de la Percepción y la Conciencia mostrada en el schema R. Este objeto se proyecta en la diacronía (historia), en una repetición recurrente en que pasa de mano en mano, como un anillo en el bosque del deseo. A su respecto, se produce una inversión entre la función  $i$  y su argumento  $a$ . Depende de una estructura de superficie bilátera.

Puede parecer contradictorio, cuando en realidad no es más que contrario, poner en correspondencia las cuatro superficies topológicas intrínsecas elementales (esfera, toro, plano proyectivo, botella de Klein) con los objetos (pecho, excrementos, mirada, voz) de las tres pulsiones señaladas por Freud (oral, anal, escópica), a las que Lacan agregó una cuarta (invocación). En efecto, si esas superficies elementales son biláteras para dos de ellas, esto corresponde claramente a la estructura del mencionado objeto *a*; las otras dos son uniláteras, simplemente más cercanas a la estructura del fantasma: no por ello son menos objeto *a*, sino que justamente se las necesita para situar el lugar del deseo. Esos cuatro objetos *a* deben elaborarse en la tensión entre el objeto de la fobia y el fetiche. Hay que añadir que entre  $\$$  y *a* se produce una inversión señalada por el  $\diamond$ . Aquí la causación del sujeto, cuyo análisis puede reducirse a decir qué relaciones mantienen las superficies biláteras y las superficies uniláteras [37 h].

## 2. El espejismo clásico y el espejismo topológico

Prolongamos la lectura de los schemas colocándolos sobre estofas, al seguir el segundo capítulo topológico (1961-1971) de la enseñanza del doctor Lacan. Éste recurre entonces a las superficies topológicas intrínsecas y la lógica matemática, y aporta una mayor precisión al concepto de dimensión.

Estudiamos las estofas por medio de cortes, como se hace en matemáticas en el caso de las superficies topológicas intrínsecas, pues las estructuras de superficies son propiedades de conexión y conexidad.

### a - Lacan y los juegos de la dimensión

Como consecuencia de la teoría de las superficies topológicas intrínsecas, para que una estofa que presenta una sola cara pueda transformarse en bilátera, basta con un corte cerrado, y sólo uno, que forme un círculo. Este corte debe efectuarse de acuerdo con un trayecto que consiste en la estofa.

Las superficies topológicas intrínsecas son estas estofas cuya estructura manifiestan los cortes. Éstos revelan la estructura de superficie de las estofas, su dimensión y, más precisamente, su género. Los cortes hacen las superficies. Para Lacan, los cortes son las superficies.

Entre estofa bilátera y estofa unilátera, intenta anudarse la apuesta de otra modalidad de la dimensión dos, como lo desarrollaremos en el capítulo III.

Si las caras de una superficie tuvieran una buena definición,

sería interesante hablar de su dimensión. Ahora bien, en cada caso basta un corte de dimensión uno para separar una cara en dos caras no conexas. ¿Será la cara un objeto de dimensión dos de un género intermedio entre las estofas? Podemos considerarla así, pero en primer lugar debemos definirla. El número de caras es un invariante intuitivo, corresponde a la característica bien construida de las superficies orientables o no orientables. A la inversa, a fin de dar a la noción de cara alguna sustancia para la intuición, es tentador relacionarla con el forro que corresponde al revestimiento. Se trata de una actividad bastante cruel, en razón de despegar la cara de la superficie que despellejamos en una especie de mondadura.

Esta segunda etapa intenta aportar la precisión deseada en la definición de esa otra dimensión; se trata más bien de un género intermedio. Los dos momentos freudianos, que presentamos antes en términos de schemas, se confirman en esta nueva formulación en términos de estofas.

El primero de esos momentos distingue y reúne las dos vertientes del lenguaje, la de la sincronía (estructura) y la de la diacronía (historia).

Más acá de nuestro estudio pormenorizado, que conduce a la construcción de la estructura del lenguaje, según su vertiente metafórica (sincrónica), nos apoyamos aquí, no en el “sentido anterior al sujeto”, que compete a esa primera vertiente, sino en el material, la estofa, la consistencia de superficie, vale decir en “el goce en que el sujeto se produce como corte”, y cuya introducción como concepto del discurso del psicoanálisis data de 1958, en los albores del segundo capítulo topológico.

Esta sustancia, ni extensión ni pensamiento, en que se produce el corte, ¿no será más bien sustancia goce, en cuanto ya no se trata del sentido, sentido o comprendido, sino del sentido a efectuar? Comenzamos a formular la teoría de este goce a partir de los elementos de estofas que son para nosotros medios, comodidades. El goce hace estofa donde se produce el corte del sujeto, en la presentación que no podríamos tomar por una representación de la estructura, pese a ese soporte sustancial de la estofa, sino que consideramos como una etapa en la transposición. Luego, a través de los anudamientos de esta estofa, el nudo mismo se convertirá en corte. Este corte, nuestro nudo, es estructura de “superficie ligada al cuerpo” (*Radiophonie*, p. 70; «p. 32»).

Anteriormente, esta versión de la estructura en términos de superficies funcionó hasta la redacción de *L'Étourdit*.

### a' - Lo Imaginario es el cuerpo

El acontecimiento primero de la incorporación tiene por efecto insuperable la represión originaria. Sería preciso que se entendiera

con claridad en qué sentido lo que es primero se distingue para nosotros del proceso primario. Puesto que lo que es primario no es necesariamente primero.

El cuerpo propio, mi soporte orgánico, sólo puede llamarse cuerpo desde el seno del lenguaje. En éste se dice una imagen que hace al cuerpo, cuerpo. Ese cuerpo de lo simbólico, de incorporarse al cuerpo propio, lo hace cuerpo. Sucede así con los cuerpos, forman parte del decorado en la realidad hecha de lenguaje. La incorporación responde a la prematuración del mamífero humano que constituye el componente real de lo que lo caracteriza. Esta deficiencia orgánica hace del mamífero humano un ser básicamente atrasado que intenta superar esa insuficiencia mediante el recurso al significante, a la estructura del lenguaje. Pero esa incorporación no es armonía, apunta a la totalidad pero no la encuentra, aunque esta totalidad se dilate. Las envolturas sucesivas de las identificaciones constituyentes del yo se construyen en torno de un resto incorpóreo e insistente. Llamamos narcisismo a la imperfección irreductible de las costuras de esta constitución de la persona.

Esta primera estructuración tiene consecuencias en la carne y el cuerpo. La constitución de esta institución encierra un cadáver en un jirón de discurso.

Tanto en el cielo como bajo la tierra, el ordenamiento de la sepultura y los caminos de la vía láctea nos proporcionan los términos desplegados de la estructura que responde a la dispersión del cuerpo, a su desmembramiento característico del narcisismo humano.

Bajo la tierra, la sepultura organiza, alrededor del conjunto vacío de las osamentas, los atributos del goce del difunto en un conjunto de partes (*Radiophonie*, p. 62; «p. 20»).

En el cielo, se produce el nombre. Es el efecto de un arrebato como una condensación a propósito de una palabra, que sólo se encuentra si se cuentan bien los elementos articulados en un espacio de composiciones. Inversamente, por la ruptura del nombre se precipita un centelleo de letras, de donde la realidad se dispersa en copos elementales. Hay así otra función del nombre, diferente de la referencia; ésta no vale más que por el discurso, o sea por la metonimia (*Liturerre*). Esta función del nombre está más cerca del insulto y depende de la metáfora cuando ésta nos arrebatara al producirse en ese otro lugar.

Freud descubre en la reflexión de su aparato psíquico la necesidad de lo que Lacan describirá como un ciclo climático. Este ciclo da cuenta, entre los schemas, de la incidencia de la estructura de la represión en la transposición de los elementos. Un defecto de corte en su regularidad provoca su cumplimiento en la realidad, el arrebato del sujeto que no supo encontrar el nombre y permanece disperso. Estas fórmulas imaginizadas abordan las dos operacio-

nes que causan el sujeto. Son la alienación y la separación, de las que podemos dar cuenta a través de la multiplicidad de las estofas y problemas que nos plantean (alienación) en una presentación no excluyente (separación). Esta etapa es necesaria a propósito del cuerpo entre los espejos y un nudo.

En dos de los principales ensayos de su segundo período, Freud precisa la función de las superficies en su obra escrita (*Más allá del principio del placer*, capítulo IV, y *El yo y el ello*, capítulo II).

En *Más allá del principio del placer* [I e], sus funciones consisten en separar un exterior de un interior: se trata de una envoltura. El riesgo de que el lector se refiera de manera exclusiva a la esfera, estofa bilátera de género nulo, hace necesario que señalemos desde ahora que existen otras estructuras de las estofas de la topología, que subvierten esta función demasiado simple de las superficies.

En esta ocasión, Freud distingue los traumatismos provenientes del exterior de los que provienen del interior. Sin procurar restablecer la vieja teoría del shock, tiende aquí a decir otra cosa esencial. El primer traumatismo sigue siendo provocado, de acuerdo con Lacan, por el malentendido de los padres (Edipo). Puesto que en la pareja de los padres, éstos no se escuchan gritar. Ese malentendido es desconocimiento de la dimensión del objeto en el caso general, ese objeto que imprime su perfil vocal. Muy pocos, además, se hacen cargo de la apuesta de hacer de ese objeto un objeto de la teoría de los conjuntos, una letra. Sin embargo, es preciso que nos demos cuenta de que dormir a un niño o tirar al arco es un acto de lectura, de escritura. Este desconocimiento se prosigue con la identificación que prolonga ese gesto envolviéndolo tanto más cuanto que el instrumento se convierte en metonímico, ya se trate de manejar un auto o de elaborar un texto en la máquina.

Freud distingue así una superficie perceptiva, volcada hacia el exterior, de una superficie de la conciencia, que envuelve el interior.

Para proteger al aparato del exterior, se forman capas que se endurecen por diferenciación superficial, a fin de que se establezca un para-excitaciones. Pero las sensaciones internas logran llegar a la superficie. Es así como el principio del placer tiende a la conexión, a la salida de la excitación, y el aparato teme verse sumergido por los dos lados.

En el caso de tensiones demasiado fuertes provenientes del interior, viene del cuerpo una condición previa como la angustia, que "prepara" la superficie de este lado. Freud llega a descubrir cómo el sujeto, más allá del principio del placer, se ejercita de antemano en tales acontecimientos. Pero las cosas se complican, dado que esto no deja de provocar algunos desagradados que son acentuados aún más por la culpa cuando el sujeto experimenta esa

ejercitación y su resolución como una falta de lógica. Este más allá es el lugar de la repetición de esa tensión verbal, otro nombre dado al aspecto del verbo [24], en el cual se incluye lo cumplido. El goce tensional, en efecto, se resuelve mediante el cumplimiento del deseo que caracteriza al sueño y va más allá del principio del placer<sup>6</sup>. Ese cumplimiento insiste en el aparato.

En *El yo y el ello* [1 n], por un recurso a las superficies, Freud desarrolla el intento de resolver la principal dificultad, constituida por la consumación (cierre), reencontrada en la construcción del aparato psíquico. Es necesario situar en este contexto lo precedente.

Se trata allí de una superficie que se desdobra por modificación en el transcurso de la construcción del aparato psíquico. Está en primer lugar la superficie perceptiva del cuerpo propio (p. 230), que aquí, además, separa un interior de un exterior; las percepciones, provenientes de uno u otro lado, son del mismo tipo y dan lugar a la conciencia, en la superficie del aparato psíquico.

Aquí, una vez más, los procesos de pensamiento y la conciencia no van uno hacia el otro (p. 231): estos procesos internos introducen una diferenciación.

La relación de la percepción externa con el yo es manifiesta (p. 233). En cambio, la relación entre la percepción interna y el yo requiere una investigación (p. 233), porque esta superficie doble se proyecta en el yo.

Freud nos dice que el yo no es sólo una superficie, para mostrar que atribuye gran importancia al hecho de que sea una superficie proyección de una superficie. Pero sigue habiendo un problema, que consiste en saber en qué sentido esta superficie doble es una y dos superficies distintas, y cómo pueden éstas constituir, cada una por sí sola o entre ambas, la superficie del ello.

Esta situación se describe en el transcurso de una argumentación en la que Freud intenta explicar cómo algo inconsciente puede volverse consciente. Para ello, hace intervenir representaciones de palabras en el sistema preconsciente, como términos intermedios. Y es para esto que se ve obligado a aclarar las relaciones entre las percepciones externas e internas y el sistema superficial Percepción-Conciencia (pp. 231-235).

Es en esta oportunidad cuando pone de relieve una dificultad del lado interno que introduce esta modificación del lado de la conciencia, y cuando llega a preguntarse si la conciencia debe relacionarse únicamente con el sistema P-Cs (p. 233). Hay entonces dos tipos de interior.

Es necesario abordar la regulación de esa modificación, regulación ligada al principio del placer en la que el yo asume su

función (p. 233). Pero Freud introduce "otra cosa" que se comporta como una moción reprimida, y se vuelve consciente en la forma de displacer (p. 234). Ya nos hemos topado con ella en el más allá del principio del placer. Y en relación con esta tensión determina que el dolor ocupa la posición media entre percepción externa e interna, y se comporta como una percepción interna cuando en realidad proviene del mundo exterior (p. 234). Freud concluye que las representaciones de palabras sirven para transformar los procesos de pensamientos internos en percepciones (p. 235). Hay por lo tanto retroacción.

Aparece entonces la nueva descripción del aparato psíquico constituido por un ello: un sujeto es un ello psíquico Ics (p. 236), del que el sistema P-Cs constituye la superficie. En la superficie del ello, por lo tanto en el sistema P-Cs, se sitúa el yo. También aquí éste se desarrolló a partir de las percepciones, mediante la prosecución de la diferenciación superficial. El yo se modificó a partir del ello bajo la influencia del mundo exterior (p. 237). El cuerpo propio, y ante todo su superficie, es el lugar de percepciones internas y externas (p. 238). Es a la vez un objeto extraño y transmite dos tipos de sensaciones, de la que una puede asimilarse a una percepción interna. Freud evoca por segunda vez la experiencia del dolor, a la que en este caso podríamos llamar una experiencia de doble engaño. Deduce de ello que el yo es ante todo un yo corporal (p. 238), un yo-cuerpo (p. 239), y que no es únicamente un ser de superficie sino la proyección de una superficie (p. 238). Descripta así la relación del yo con la percepción, resta indicar su relación con la conciencia. Freud recurre en este caso a una inversión entre lo que está abajo y lo que está arriba en referencia a los valores morales.

Diremos que en el inicio nos encontramos en la impensable situación del schema L, en que se identifican percepción y conciencia. Se trata de una superficie unilátera que se convierte en bilátera al desdoblarse. En este intersticio se desarrolla el espacio del yo. En el plano de corte de la banda de Möbius, este espacio mismo es una banda de Möbius. Lo es debido a que un homólogo de la superficie bilátera, que constituye el resto del corte moebiano, se proyecta en esta parte heterogénea. En este capítulo de la topología de las superficies, estudiamos las diferentes figuras de esta solución. Se trata del forro de una superficie construida como un revestimiento (véase capítulo VII, p. 236).

Pero, por otra parte, ya en su schema de la carta 52 a Fliess y en el schema óptico de *La interpretación de los sueños*, los términos Percepción y Conciencia se encuentran en los extremos. Por lo tanto, nuestro primer problema es, sin duda, volver a su modo de disyunción y conjunción. Este problema topológico de las estofas

da las condiciones de posibilidad e imposibilidad de la práctica misma del inconsciente. Si éste no pudiera en ningún caso volverse consciente, no podría prestarse a una investigación que nos deja siempre del lado de la conciencia. Esto representa una paradoja, y en este ensayo Freud describe ese pasaje gracias a las representaciones de palabras en el sistema Pcs. Con ello indica ya en qué sentido la solución obedece a la lógica y la topología del conjunto de los schemas, que manifiestan el proceso de traducción. Además, para nosotros, esas representaciones de palabras, situadas en Pcs en este ensayo, están conectadas con los signos de percepción de Freud, o las letras para Lacan, colocadas en los schemas, a partir de Freud, desde la entrada de la caverna entre I y A en Ps. Esta segunda dificultad se aclara mediante la identificación de Pcs con Ps en el momento del cierre de los schemas R y L según las indicaciones de Lacan en la superficie del plano proyectivo, por ejemplo sobre una banda de Möbius. Cosa de la que damos cuenta en nuestra Conclusión.

Nos apartamos notoriamente de un sentido hallado en un modelo dentro del organismo, tal como podía ser supuesto antes de la efectivización de la presentación de los schemas. Seguimos la inclinación de un proceso de traducción, adecuado a las hipótesis de la doctrina a la que nos referimos. De tal modo, seguimos a Freud, que se vio llevado a ello en su propia práctica, y a Lacan, que lo hizo en su comentario crítico.

En el segundo período de su enseñanza, el doctor Lacan presenta una construcción que afina el tratamiento de la repetición freudiana, ya no en términos de grafos, sino de superficie.

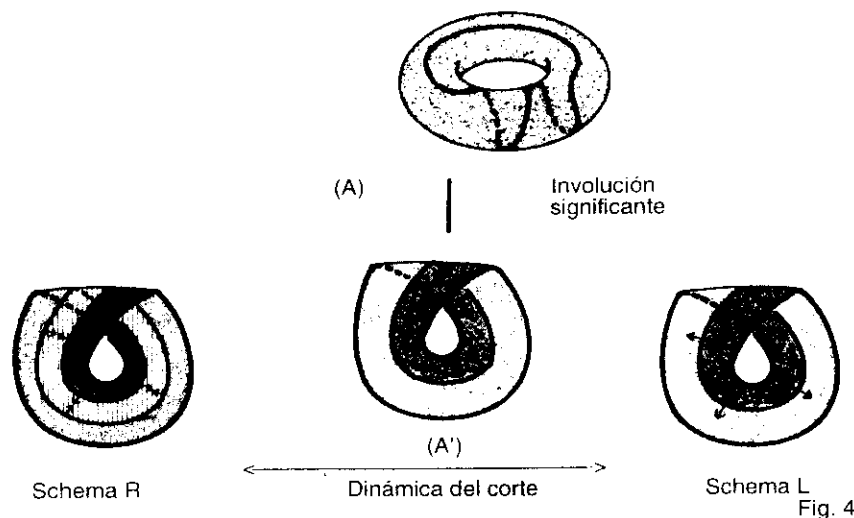


Fig. 4

Esbozamos aquí la presentación de la dinámica de la estructura en esta nueva versión.

En este mismo período, predomina el recurso a las variedades de la dimensión dos. Al margen del pasaje de las estofas biláteras (toro) a las estofas uniláteras (banda de Möbius), en la superficie del plano proyectivo, el cierre de los schemas R y L ofrece soluciones al anudamiento de la percepción y la conciencia. Es decir que volvemos a encontrar los dos momentos, (A) y (A'), de la repetición freudiana y de la composición de P con Cs en una presentación de superficie.

(A) *La involución significativa.* Al tener en cuenta esta otra modalidad de la dimensión, que se juega entre superficie bilátera y superficie unilátera, el doctor Lacan nos propone tratar la incidencia de la repetición. Recurre a una transformación, por corte, del toro (bilátero) en banda de Möbius (unilátera). Es la involución significativa, vale decir, la cópula entre lo que es idéntico y lo que es diferente, presentada en términos de superficies (lección del Seminario del 15 de febrero de 1967).

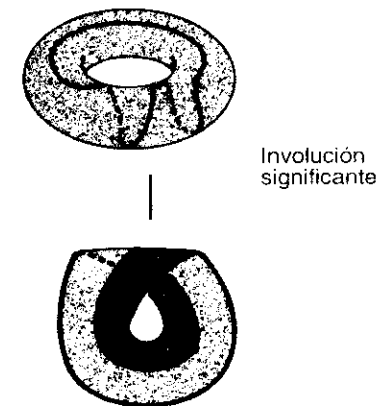
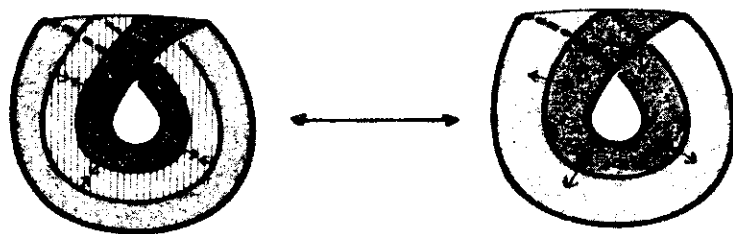


Fig. 5

En el capítulo VII mostramos el detalle de esta transformación. Lacan la condensa en dos páginas cuando escribe *L'Étourdit*, que termina este período. Paralelamente, construye en lógica un operador; éste formaliza la cópula al unir lo idéntico con lo diferente, en términos de negaciones.<sup>7</sup>

7. *Nous*, fascículo n° 0

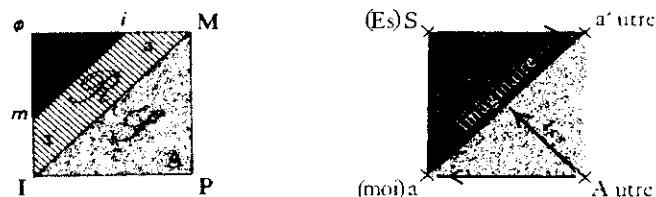
(A') *La dinámica de los cortes.* El corte que subvierte la estofa y el corte que no la cambia.



Dinámica del corte

Fig. 6

Nuestro capítulo de conclusión trata en detalle las identificaciones de los lados y los vértices de un grafo de los schemas R y L en la estofa de un plano proyectivo presentado en una banda de Möbius o una enrucijada de bandas. En el Apéndice abordamos esta cuestión en la superficie de un plano proyectivo inmerso, presentado en cross-cap. Esas identificaciones autorizan que ubiquemos tramas en los schemas R y L de Lacan. Indican que las zonas  $I$  y  $S$  están adosadas como las dos caras de una superficie bilátera (esfera, esfera agujereada, toro cortado, toro).



Schema R

Schema L

Fig. 7

Es en esas condiciones que puede mostrarse la dinámica de los cortes entre los schemas ubicados en el plano proyectivo. Esta transformación duplica la precedente. Se producen una inversión y una elisión, con lo que se precisan los componentes de la cópula. Se confirma además que el enigma oculto en el centro de la caverna consiste claramente en el modo de su cierre en la entrada de la caverna.

El doctor Lacan agregó una nota al schema R durante la publicación de los *Escritos* en 1966, en la que indica que “para quien sabe la continuación, como es el caso si uno pretende apoyarse en ello” —y es nuestro caso, ya que pretendemos apoyarnos en el nudo— “lo que el schema R exhibe es un plano proyectivo” (E., p. 553; <o>). Debe señalarse entonces:

1º) Las letras minúsculas,  $a$  y  $a'$ , están situadas en la banda  $\mathcal{R}$  del schema; y el lugar del sujeto,  $S$ , en una de sus esquinas.

2º) En la nota agregada en 1966, Lacan dice que  $\mathcal{S}$  es el representante del campo  $\mathcal{R}$  en la fórmula del fantasma, el representante de la representación de la estructura, que tacha el conjunto del schema. Y hace corresponder el objeto  $a$  a las zonas  $I$  y  $S$  adosadas una a otra en un disco esférico, como ocurre en lo que dice durante este período.

Por lo tanto, hay entre estos dos términos, el sujeto y el objeto, un intercambio que se ve en la superficie del plano proyectivo. Lo mostramos en la banda de Möbius en el capítulo VII (p. 242) y en la Conclusión (p. 292); en el caso del cross-cap, en el Apéndice (p. 323). Esto se produce si orientamos la línea de la extensión hasta que se anuda con la de la intensión, en una línea sin puntos en el horizonte del plano proyectivo. Este intercambio se desarrolla con mayor amplitud en el Apéndice (p. 304), donde se muestra con la condición de tomar algunas precauciones.

En el caso en que la zona  $\mathcal{R}$  se retrae (schema L), las zonas  $I$  y  $S$  o sea el objeto  $a$ , ocupan el conjunto del schema. Comprendemos con ello cómo es posible que el doctor Lacan, en un equívoco de su nota agregada en 1966, hable del campo  $\mathcal{R}$  “que lo tacha”. La construcción de la frase no permite saber si lo que es tachado es el objeto  $a$  o el schema R. De hecho, son diferentes e idénticos dado que el schema de la estructura del sujeto consiste en el objeto  $a$  en el estado L. El conector del fantasma como ecuación de lo Simbólico con lo Imaginario hace oscilar esos términos. Queda pendiente la tarea de construir ese conector en lógica; los elementos de nuestro fascículo n° 0 contribuyen a ello, para que pueda presentarse su efectucción en la práctica.

Ya no nos sorprenderemos al comprobar que desde esa inversión entre los términos propuestos, zonas  $I$  y  $S$ , y de la elisión que la acompaña, zona  $\mathcal{R}$  otros pares de oposiciones sean el lugar de tales intercambios y desapariciones, tanto en el decir de Lacan como en el inconsciente.

La inversión producida por esta dinámica de los cortes está tanto más cerca de la involución significativa por el hecho de que ésta es la oportunidad de tales vuelcos entre los lugares de lo dicho y el decir, a la manera de Lacan.

Esto prosigue hasta la superficie del mismo toro, entre los trayectos de la demanda y el deseo, como lo mostraremos en el capítulo VI.

Los elementos necesarios para la lectura de *L'Étourdit*, en que Lacan nos arrastra a ese juego del decir al dicho, se encuentran en los cuatro dibujos de topología de las estofas antes trazadas (fig. 4).

Las cosas se vuelven legibles para nosotros cuando llegamos a la convicción de que la banda de Möbius es un plano proyectivo horadado por un agujero imaginable como ruptura de superficie. Entonces, el conjunto de los enunciados de Lacan se verifica mediante dibujos. Podemos añadir a las figuras precedentes las cuatro presentaciones siguientes de un trayecto sumergido en el cross-cap, extraído del Apéndice de nuestra obra. Tienen su correlato en la articulación de los dibujos anteriores.

Aquí se trata de la extensión de un giro único, en torno de un punto fuera de la línea, hasta la línea sin puntos en que aquél se atraviesa para invertirse. La línea sin puntos presenta una curiosidad de la continuidad sobre la que la geometría diferencial podría enseñarnos más.

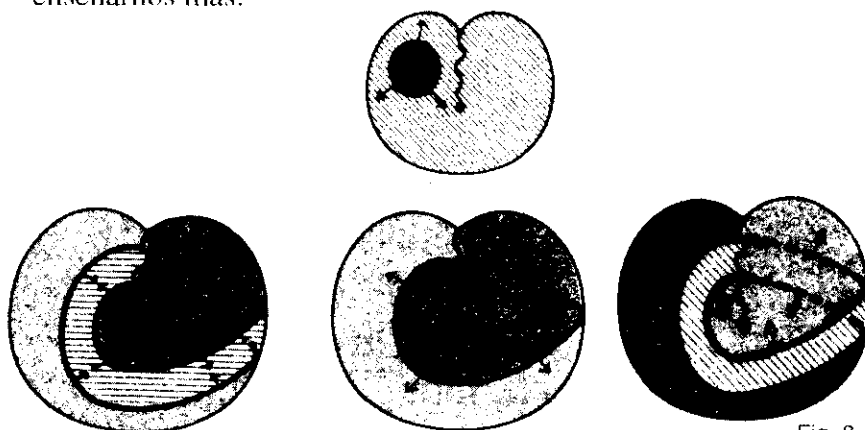


Fig. 8

Sin embargo, somos de la opinión de que el doctor Lacan recurre a la estructura del plano proyectivo debido a que éste no es representable. En este juego del decir al dicho no podríamos desconocer la función del medio decir. En nuestra presentación queda un agujero imaginable que es puesto en funciones. La existencia del nudo, cuyo estudio proseguimos a continuación, funda la pertinencia de la enseñanza de los medios de esta lectura gracias al dibujo.

Estos vuelcos de situación a los cuales hay que permanecer atentos, y de las que nosotros tenemos que dar cuenta, no deben impedir que el lector, al contrario de lo que sucede con la vaporosidad habitualmente fomentada, intente establecer correspondencias firmes entre los términos del discurso analítico. Esas correspondencias se hacen, por otra parte, con el riesgo de descubrir invertida la situación y, por eso, de que aquéllas parezcan ser contradichas. En nuestra topología, podemos escribir tales circunstancias sin inconsistencia, sin ser contradictorias. Se trata de una modalidad de letras propia de esta topología, caracterizada por la elisión que sorprende.

### 3. El pasaje, la óptica y...

En el cuadro de los elementos constituyentes de lo Imaginario debería incluirse ahora la traducción de lo precedente en los términos del tercer capítulo de la enseñanza del doctor Lacan (1972-1980), que estudia el nudo. Pero como reservamos ese aspecto para la continuación de nuestra serie, es preciso que ahora volvamos al punto de partida para introducir el narcisismo. Para ello agregamos un suplemento a nuestra doctrina de la dimensión topológica con la introducción de la existencia extrínseca, en oposición a la consistencia o insistencia intrínseca. Al apoyarse sobre nuestro juego de cortes a través de la estofa, el narcisismo, definido entre intrínseco y extrínseco, se presenta entonces de una manera renovada: al seguir a Lacan hasta las consecuencias más extremas de las hipótesis de Freud.

#### a - Intrínseco/extrínseco

La teoría clásica de las superficies topológicas es una teoría de las superficies intrínsecas. Reservamos el capítulo II para su exposición de conjunto.

Nos encontramos aquí en presencia de un nuevo par de oposiciones: intrínseco/extrínseco.

Se llama intrínseca a la teoría de las superficies topológicas porque distingue o identifica los objetos en función de características, e incluso invariantes, cuya definición no depende de la situación de la superficie en un espacio de una dimensión más alta.

Esas características no varían cuando deformamos la superficie o la transformamos en el espacio en que está dispuesta. Esos invariantes lo son también a través de transformaciones extrínsecas.

El nudo del borde es, al contrario, una característica exclusivamente extrínseca; se lo define en codimensión dos, puesto que una línea (dimensión uno) puede anudarse en un espacio de dimensión tres. El nudo no tiene existencia intrínseca por no ser definible para la superficie en relación consigo misma. Es la elisión intrínseca del nudo.

Para dar una definición intuitiva de estas nociones, reproducimos un breve pasaje de la tesis de A. Lautman, que supo encontrar muy pronto interés en ellas:

“Las propiedades intrínsecas de un ser son independientes de la posición de ese ser en el espacio, y hasta independientes de la existencia de otros seres: pertenecen en propiedad al ser considerado.

Las propiedades de relación (extrínsecas), al contrario, no pueden atribuirse a un ser matemático más que si se lo refiere a otra cosa que él mismo; es tan pronto un sistema de referencia común a varios seres como un espacio ambiente cuyas propiedades pueden definirse independientemente de todo contenido, y aun cierto número de otros seres que sostienen con el primero relaciones de vecindad, incidencia, orientación, etcétera." [26]

Ese par de oposiciones se sitúa ya en la historia de la filosofía platónica, aun cuando ésta intente suturar la dificultad que presenta bajo el aspecto de la elisión que se juega entre sus términos. En esta oportunidad, Albert Lautman diferencia las filosofías de Leibniz y Kant.

Leibniz, que introdujo el término de *analysis situs* en la segunda época<sup>8</sup> de la investigación topológica, supone que puede reducir lo extrínseco a lo intrínseco. El *analysis situs*, en el sentido de Leibniz, responde a preguntas de un género muy preciso. "¿Es posible determinar las propiedades de situación mediante el conocimiento de las propiedades de estructura?" Es "la esperanza de determinar lo que concierne a la situación por un análisis de las propiedades internas de la figura". Para nosotros, es asombroso que el nudo del borde invalide esa esperanza. En cambio, el nudo deja una traza intrínseca en la superficie.

Kant, por su parte, en su estética trascendental, funda su concepción del espacio en la necesidad de una referencia universal, la necesidad de un espacio estándar. Afirma así una posición que, para quienes no se liberan de ella, genera grandes dificultades en el abordaje de la topología. Puesto que la medida, en geometría euclídeana, es verdaderamente un invariante, como es costumbre en toda categoría matemática, pero este invariante numérico refiere los objetos a un dominio estándar, con lo que crea o se somete a una hegemonía que impide por su evidencia darse cuenta de la puesta en juego del acto de traducción. Los matemáticos mantienen una fuerte adhesión a esta noción de estándar, puesto que, en topología, donde ya no se trata de medida, la estructura de grupo (grupo de homotopía, grupo de homología) como invariante algebraico aún se privilegia en comparación con los invariantes numéricos.

La historia de las matemáticas y el desarrollo de las estructuras en las que participamos invalidan esas dos posiciones; es muy fácil ver en qué sentido.

Conservamos de Kant su definición de lo universal que se establece mediante un comentario crítico: es la consistencia de la lógica moderna. Este universal es la condición absoluta que funda

el fantasma. Sade demuestra con Kant que, si esta condición absoluta es necesaria en el fundamento de un bien, también puede servir para fundar un mal execrable. Inversión de Kant que es preciso tener en cuenta para situar otra solución con Freud.

Verdaderamente será preciso que algún día se lea ese escrito de Lacan, "Kant con Sade", para dejar de agitar el fetiche de la crueldad que reduce el deseo a fin de evitar la castración. Recordemos que lo que en el discurso corriente de hoy en día se llaman fantasmas no lo son en el sentido del discurso analítico, sino fetiches, las imágenes que el sujeto necesita para asegurar su excitación. En tanto que el fantasma es una frase articulada de la cual derivan los síntomas. Kant y Sade no están más allá del principio del placer, sino que regulan su economía crítica. Y Sade no hace más que mostrar en qué sentido la estética de Kant se da vuelta como un guante.

A primera vista, la topología introduce una variación entre lo intrínseco y el estándar extrínseco. Esta variación se anuda de acuerdo con ciertos rasgos de estructura que se repiten. El sujeto se hace cargo de la estructura de esos invariantes.

Contra Leibniz, las propiedades extrínsecas no pueden reducirse a lo intrínseco; se desdibujan hasta desaparecer, y eso justifica la creación de la topología algebraica por parte de Poincaré<sup>9</sup>

Contra Kant, no encontramos otra universalidad que la consistencia relativa y ningún absoluto más que una trivialización (borradura en lo intrínseco). Lo que no constituye una referencia.

Sin embargo, a continuación utilizamos las estofas en el estudio de los nudos en que una superficie de tensión es una superficie con un borde, porque está construida a partir de un nudo o una cadena.

Hablamos del borde (en singular) de la superficie; su nudo o su cadena se denominan así según el número de componentes de ese borde. Cuando hay un componente hablamos de nudo de borde, y empleamos la expresión cadena de borde cuando los componentes son varios.

La teoría de las superficies topológicas puede elaborarse en términos de superficies con borde o de superficies sin borde. Hay una estricta correspondencia entre las dos versiones de la teoría.

Privilegiamos la versión de la teoría de las superficies topológicas con un borde para seguir a Griffiths [3] y porque apuntamos mediante este estudio a la topología del nudo. Pero indicamos la correspondencia entre las dos teorías.

Hay además una razón fundamental para esta preferencia: una superficie con borde cualquiera puede sumergirse en el espacio supuestamente intuitivo de dimensión tres.

8. *Essaim*, pp. 23-24

9. *Essaim*, p. 149

Sumergida: vale decir que está dispuesta sin presentar punto múltiple en ese espacio. En ese sentido, esta presentación es una presentación inyectiva de esa superficie, en la cual cada uno de los puntos de ésta es distinto de los otros y la superficie carece de singularidad.

El par de oposiciones pertinente a partir de la existencia extrínseca pasa a ser la de la sumersión y la inmersión (no se trata de una diferencia topológica relativa a la continuidad, sino de una diferencia subyacente en teoría de los conjuntos, referida al carácter inyectivo o no inyectivo).

No profundizaremos aquí esta distinción, dado que en el Apéndice (pp. 303 y siguientes) rechazamos la presentación de las superficies inmersas y en la totalidad de esta obra nos contentamos con estudiar las superficies sumergidas. Esta manera de presentar las superficies no les impone otra singularidad que la de al menos un agujero imaginable.

La distinción entre sumersión e inmersión es esencial para captar la noción de que no hay nudo en codimensión uno (una línea en una superficie). Es cierto, podemos inmergir (puntos de intersección) un círculo en la superficie de la esfera de múltiples maneras pero sólo podemos sumergirlo de una sola, como lo mostramos en el capítulo IV. Podemos sumergir un círculo de múltiples maneras en la superficie de un toro, como lo estudiamos en el capítulo V, pero el lector puede ya saber que de manera intrínseca a la superficie tórica esas sumersiones de círculo no están anudadas; lo mostraremos en el capítulo VI mediante equivalencias intrínsecas del efecto que producen en esta estofa.

### a' - *Los narcisismos y la transferencia*

En el tercer período de su enseñanza, el doctor Lacan reformula el conjunto del discurso analítico en términos de nudos. Los dos grandes rasgos estructurales que están en el fundamento de este discurso, cuya articulación presentamos en términos de grafos y de superficies en las páginas precedentes, se retoman entonces en el espacio del nudo. La continuación de nuestra serie de fascículos de resultados apunta a dar los pormenores de esta estilización incomparable con las otras. Ya no se trata de schemas, ya no se corre el riesgo de recaer en la representación. Con el nudo, la construcción de letras, luego del lento ceñimiento en torno de su cuestión, culmina en la de la escritura. No retomaremos aquí lo precedente en estos términos, a fin de reservarlo para la continuación de nuestra serie de fascículos de resultados.

Es al volver al primer gesto, y seguir con ello la lógica presentada por estos schemas, cuando mostramos la apuesta de esa última etapa en un comentario en forma de dibujo de los tres schemas ópticos del doctor Lacan.

Los dos primeros se construyen y comentan desde el libro I del Seminario; el conjunto de los tres está en un escrito (E., pp. 647-684; «s»).

Los tres schemas ópticos ofrecen una presentación de los dos narcisismos y la transferencia.

Presentemos el narcisismo. Al decir de Freud, se trata de una actitud por la cual “un individuo trata su propio cuerpo de manera semejante a aquella en que, por lo común, se trata el cuerpo de un objeto sexual” [1 i].

A menudo, los psicoanalistas comprenden esta definición gracias al modelo óptico del espejo que produce una imagen del cuerpo del sujeto como el de un otro en el espacio del espejo. Pero esto deja escapar la dinámica de la estructura, la dificultad que quiere que el sujeto se apoye en el lenguaje para superar la prematuración (retraso) y que encuentre en él, al mismo tiempo que su solución, un malestar más radical. Podemos entender el narcisismo humano de una manera modificada en el segundo schema óptico debido a la diferencia introducida en topología de lo intrínseco a lo extrínseco.

En su enseñanza, Lacan tomó como punto de partida esas construcciones ópticas. Las retoma y prolonga cuando desecha de manera definitiva toda interpretación de las instancias freudianas de la estructura del sujeto en términos personalistas (E., p. 683; «s»). Que éstos dejen al margen de su campo la aporía de la castración basta para mostrar sus límites.

Del personalismo no retendremos otra cosa que el punto de partida de la teoría de la identificación. La etimología de la palabra persona [*personne*], que el latín refiere a la máscara (*persona*), nos conduce hasta los frescos de las sepulturas etruscas de la necrópolis de Tarquinia, donde se muestra varias veces a Phersu, el hombre enmascarado. En la “tumba de los Augures”, un fresco escenifica el juego de Phersu, en el que tuvieron su origen los combates romanos de gladiadores. Phersu sostiene a otro personaje por medio de una cuerda; si aquél está enmascarado, el otro tiene la cabeza escondida en una capucha, y es atacado por un perro feroz, del que intenta defenderse con una maza de madera; el animal ya le infligió varias heridas. El mismo Phersu está presente en la

“tumba de los juegos olímpicos” y en la “tumba del polichinela”. En esta última está vestido con un atuendo con “diseño en damero, en el que alternan los cuadrados negros y blancos”. Su túnica está hecha de varios pedazos de tela (estofa) cosidos unos con otros, como nuestras superficies topológicas intrínsecas presentadas en el capítulo II.

Este encuentro etimológico da testimonio en una imagen de la agresión asociada al personaje y la fragmentación ligada de manera necesaria a la personalidad. Hay un vínculo de estructura entre el yo, nuestra alma, esa pseudotendencia de unidad, y la agresión imaginaria, erótica; de hecho, se trata de una tendencia a la desunión. En lo cual puede percibirse que el rebajamiento del psicoanálisis a una técnica de adaptación, bajo la rúbrica del yo fortalecido en su aislamiento, no puede sino echar más leña al fuego que pretende extinguir.

Juzgamos con una sonrisa consternada la observación de tal o cual dirigente político, o tal o cual periodista, que nos dicen considerar molestos los efectos agresivos de la enseñanza de Lacan. Esta ironía sería además un buen ejemplo de inversión en la estructura si no tuviera consecuencias devastadoras para varias clases de edad consagradas a buscar la unión, desconocedoras del efecto pacificador de la disarmonía. Pero no podemos dirigir este reproche sino a los especialistas, que son los únicos responsables de esa opinión cuando confunden el acto y la violencia, que alimenta un pacto sordo: no habría “nuevo significante”. Lacan supo oponerse a ellos en su tiempo.

Este vínculo entre el yo y la tensión se establece por medio de los juegos del circo en Roma, los sacrificios, el traje de polichinela (falo). De tal modo, la noción de persona, de máscara, es ese vínculo. “Qué fantástico camino el de Phersu, máscara cargada de una simbólica sacrificial, triturada por el desarrollo de la historia. Finalmente terminó en nuestro diccionario bajo el acápite de ‘personne’, y permitió así que el espectro de Phersu atormentara para siempre a la lengua francesa” [28].

Pero esta segunda construcción óptica puede ser subvertida a partir del nudo entre intrínseco y extrínseco en el tercer schema de Lacan. En su homenaje a Wedekind, éste nos señala que el hombre enmascarado es también uno de los nombres del padre.

(A) *Primer schema óptico*

El doctor Lacan invierte el schema óptico de Bouasse, llamado del ramo invertido, y hace de él el schema del jarrón invertido.

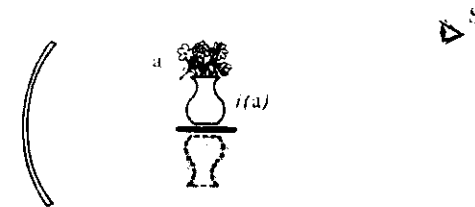


Fig. 9

El jarrón real está aquí por debajo, oculto a la mirada, pero puede ser visto por un sujeto ubicado al fondo de la habitación y enfrentado a la construcción. Ésta está formada por un espejo esférico que permite ajustar la imagen real de ese jarrón alrededor de un ramo real. Esta pequeña organización ilustrará para nosotros el narcisismo primero, al que calificaremos de narcisismo animal. Su estudio es de la competencia de la etología. Esta dimensión no está ausente de lo Imaginario de quienes hablan [17]. Otra cosa es la estructura: estructura del lenguaje, la ausencia de metalenguaje.

(A') *Segundo schema óptico*

Ilustramos, luego de Lacan, la función del lenguaje, la necesidad de un metalenguaje, por el recurso a un segundo espejo, en este caso plano.

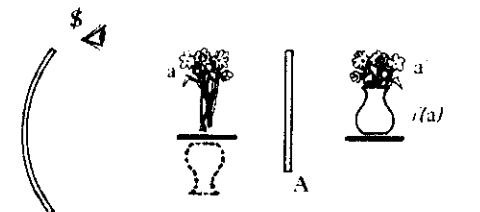


Fig. 10

Al disponer un espejo plano A en el medio de la habitación frente a la construcción precedente, un sujeto S, que esta vez se encuentre del lado del espejo esférico, puede ver en una imagen virtual del ramo  $a'$  y del jarrón  $i'(a)$ , cómo la imagen real de éste  $i(a)$  ajusta su cuello alrededor del ramo real  $a$ . El espejo plano, A,

hace que se produzca la modificación de nuestra pequeña organización en una máquina que presenta los rasgos estructurales del narcisismo primario. Aquí, el jarrón es verdaderamente cosa; lo sublime, con la base para arriba, está abajo. En lo cual volvemos a encontrar la inversión señalada por Freud con respecto al inconsciente entre lo que está arriba y lo que está abajo. No por ello el jarrón es menos inalcanzable para la mirada directa.

Esta construcción no es tan estereotipada y banal como lo creen quienes no distinguen entre primero y primario, y para los que se interrumpe la inteligencia del narcisismo por no tener acceso a la dimensión topológica de la diferencia entre intrínseco y extrínseco. Para ellos el cuerpo sólo es tomado como objeto en una imagen simétrica e inalcanzable.

El espejo pone un límite, y la máscara es Phersu que provoca a la persona con su aspereza simetrizante. De hecho, como vamos a verlo, no hay metalenguaje: los dos espejos no tienen la misma función. El primero deja que la mirada sea sujeto intrínseco al cuerpo; el segundo genera una posición extrínseca con sus particularidades de estructura. Nos referimos ahora a las consecuencias de ese otro papel cumplido por el espejo A.

### (A'') Tercer schema óptico

Si hacemos poco caso de los celosos y los maldicientes, podemos captar en la transferencia otra función del espejo que genera anamorfosis, vista de sesgo, luz rasante.

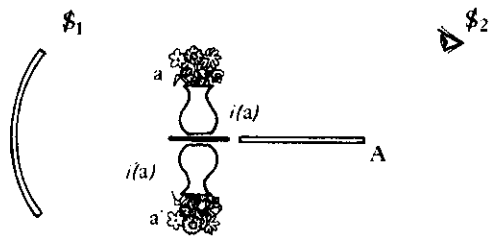


Fig. 11

En este tercer schema, el espejo A dio un cuarto de giro. La mirada se desplazó para volver al fondo de la habitación, en su posición impensable primera. Puede ver entonces la imagen real del jarrón  $i(a)$ , transmitida por el espejo esférico, reflejarse como en un lago. La imagen se desdobra para ser vista también en una imagen virtual  $i'(a)$ , simétricamente por debajo de donde el jarrón está en lo Real. Este eclipse no puede durar; es función de la entrada de la caverna, retorno a su lugar, trivialización instantánea, en que el sujeto se ve Narciso en un relámpago. Debido a ello, no hay

metalenguaje y este modelo óptico que lo ilustra brinda una presentación de la estructura de la castración.

Volvamos ahora a la diferencia entre los dos primeros schemas ópticos, para comentar su articulación en términos topológicos de análisis intrínseco y extrínseco. El doctor Lacan no ignora esta distinción entre intrínseco y extrínseco y la define claramente para nosotros, algún tiempo más tarde, en términos de sujeto y objeto. La distinción se descubre cuando él constata que “un toro sólo tiene agujero, central o circular, para quien lo mira como objeto y no para quien es su sujeto” (*L'Étourdi*, p. 42).

El toro intrínseco es una estofa compacta, cerrada, sin borde, que no muestra ningún agujero. Sólo los trayectos del grupo fundamental permiten calificar su estructura, como lo estudiamos en los capítulos III y V.

Resulta que puede ser visto desde el exterior, de manera extrínseca, al mirarlo como objeto. El modo más simple de presentar un toro es mediante una estofa en forma de anillo que incluya un agujero de un tipo muy especial. Ese agujero constituirá el objeto del capítulo V.

La diferencia entre los dos narcisismos puede entenderse entonces como pasaje de lo intrínseco a lo extrínseco. En el segundo, en vez de ser mero sujeto del cuerpo el sujeto trata su cuerpo como objeto, a la manera en que trata el cuerpo de otro objeto sexual. Es exactamente la definición del narcisismo dada por Freud, cuya lectura se renueva de tal modo.

Enseñamos el pasaje del primero al segundo aspecto del narcisismo con sus consecuencias de transferencia en el tercer schema óptico. En el segundo, más allá de su interpretación gracias a un espejo, el sujeto puede situarse como dependiente de la topología extrínseca de una estofa. Pero no puede hacerse cargo verdídicamente de ello por el pasaje evanescente a través de lo intrínseco en el tercer schema óptico. El modelo óptico del doctor Lacan entraña ya esta posibilidad, incluso en términos de espejo.

En un caso del espejo, imaginario, el cuerpo se proyecta a otro lugar; en el otro caso, simbólico, del lenguaje de la topología, el sujeto existe desde otro lugar a su cuerpo.

Entre consistencia y existencia, se tratará, por intermedio de la insistencia de los agujeros (pulsiones), de situar al sujeto en lo Simbólico, y en ello radica nuestra topología. En ese juego entre intrínseco y extrínseco, podrá apoderarse de su estructura en un redoblamiento, como lo escenificó maravillosamente, en su teatro, W. Shakespeare con *Hamlet*. Es cierto que ese pasaje en la transferencia es instantáneo, que no se estabiliza sino que se repite. Por consiguiente, el sujeto debe pasar varias veces por él antes de ser capaz de dar cuenta de ello.

Esta entrada es de ficción: apenas despegada, sigue siendo existente, es decir que "siste afuera" (S. XXII), pero no se sabe adónde [*mais on ne sait pas où*]. En la exploración de ese *pas-z-où*,\* entre la existencia extrínseca y los dos modos intrínsecos de la consistencia y la insistencia, la modificación entañña la elisión (*fading*) del nudo que se presta a un ceñimiento por cortes.

Al desechar el personalismo y la personalidad, sin relación con la paranoia dado que es la misma cosa, Lacan marca en 1958 una ruptura de tono en sus escritos, cuando aborda de manera definitiva, para abandonar sus términos, la proyección (imaginaria) que nos enseña a distinguir de la introyección (simbólica).

Luego de su observación sobre el informe de Daniel Lagache, en que introduce la significación del falo, va a romper con lo precedente en el psicoanálisis posfreudiano y con lo que va a seguir en el psicoanálisis neolacaniano. Vuelve a partir de la castración, de su estructura de lenguaje, y emprende la matematización del deseo (E., p. 683; «s»). Mediante un cambio de estilo y de tono, esta ruptura se consuma el mismo año, en *Juventud de Gide*. Es el año al que hacemos remontar su introducción del término goce en el discurso del análisis (véase p. 53).

Para él, el descubrimiento freudiano presenta una inversión esencial.

El yo, reputado instancia de unificación, se revela cambiante y principio de desunión.

El deseo, reputado siempre diferente, cuando se lo confunde con los caprichos ligados a la insatisfacción, se convierte con Freud en una insistencia, sin cambios, siempre el mismo.

El deseo estructura las construcciones que presentamos en nuestra topología. Es el modo de articulación del conjunto de nuestros schemas. Es principio de traducción desde la entrada de la caverna y gobierna hasta los más mínimos detalles de la superficie de sus muros. El deseo es la astilla que insiste en la carne, y que la sabiduría simula ignorar. La omite y recibe así su castigo en ese aire triste que la caracteriza, "aire de esclavo que conserva a través del tiempo" (E., p. 757; «p»). De ese transporte clandestino "del acero que lleva bajo su rona", nunca obtendrá la convicción del sujeto.

Hoy es apropiado el rigor, ya no moral sino matemático. Al no pasar por alto esta instancia, es oportuna una ética, a partir de la cual llamamos desde la cuneta, lugar muy estrecho, y nos proponemos retornar a esas máscaras en las que "se nos ofrece el secreto del deseo y con él el secreto de toda nobleza" (E., p. 757; «p»).

\* Una de las traducciones posibles de este *pas-z-où*, si se considera la semejanza de su pronunciación con *pas de où*, es "*pase de dónde*" (n. del t.)

#### 4. ... el gabinete de los designios

En ese escrito en que se refiere a la relación de la letra y el deseo, en oposición a la proyección imaginaria constituida por la construcción del personaje gideano, Lacan sitúa la introyección simbólica, a raíz de un lapsus cometido en la lectura de Gide. En el lugar dejado vacante por la destrucción de las cartas que había escrito a Madeleine, Gide escribió un vacío (E., p. 762; «p»). Después de haber estudiado las diversas presentaciones de la estofa, en el transcurso de las cuales afinamos la definición de lo que es un agujero, volveremos a encontrar la movilidad de éste en nuestra conclusión, antes de anudarlo en la continuación de la serie de los fascículos de resultados.

##### a - Trazos

Prestamos mucha atención a los invariantes de una superficie topológica. Esta manera de actuar, evidente para un matemático versado en topología, no es inmediata para cualquiera. Una gran parte de la estupefacción producida por la topología en los lectores principiantes es una consecuencia de la ausencia de este método en ellos. Consideramos que es un poco abusivo encasillar el desprecio topológico en ese registro. Es cierto que ya no destacamos las formas geométricas; esta noción no es pertinente, y corresponde a la topología el mérito de librarnos de la noción de forma. El reconocimiento de un objeto ya no obedece a la representación, puesto que con los invariantes lo aislamos en todos sus aspectos, cualquiera sea su presentación. Éste es un primer punto; el segundo consiste en decir que más allá persisten otros errores, siempre sorprendentes. Si se los aborda con método, son más atrayentes y se tornan enseñables.

Es preciso señalar que hay dos modos de abordar los invariantes. Tienen dos nombres, según se los considere ingenuamente o sean bien definidos por la teoría, vale decir, construidos.

El grado de volumen corresponde a la dimensión topológica.

La estofa corresponde a la superficie topológica intrínseca.

El agujero imaginable como ruptura de superficie corresponde al componente de borde de una superficie topológica, cosa de la que nos ocupamos en el capítulo II.

La cara de una estofa corresponde a la orientación de una superficie topológica.

El agujero tórico corresponde a los generadores de varios grupos definidos en relación con una superficie topológica, de los que nos ocupamos en el capítulo V.

Este doble lenguaje aparente no corresponde a una división simplista. Los términos son el efecto de una traducción, a la que en matemáticas puede llamarse reducción, pero dependen de una construcción. Podemos dar el ejemplo de su práctica en la escritura y la lectura del japonés (véase Presentación de la serie, p. II) si es necesaria una referencia, y la traducción presenta matices.

Conocemos el caso del cruzamiento de dos hebras de hilo (encima-debajo) que da lugar a una semitorsión de estofa, que puede presentarse como un pliegue (véase capítulo I, p. 62). Esta vez se trata de traducciones dentro de registros topológicos propios.

Pero el pliegue efectivo de una estofa puede reducirse de manera diferente hasta el extremo en que ya no corresponde sino al género de las superficies no orientables intrínsecas (véase capítulo VIII, p. 264).

Esta traducción no es una falta de precisión en el método, y requiere buenas construcciones. Hace que captemos la diferencia entre el enfoque intuitivo, es decir ingenuo, y el estudio formalizado. Hace actuar al trazo.

#### a' - Dibujos

Nuestra apuesta, construir el objeto *a*, se gana con "tinta y pincel" (*Lituraterre*, p. 7). Para su abordaje aconsejamos al lector proveerse de papel y lápiz y no olvidarse de practicar algunos dibujos. No todos tienen el don de dibujar según su intuición, pero damos en esta obra los principios de dibujo a los cuales nos sujetamos.

No hay duda de que quienes realizaron este curso exhiben algunas facilidades a la hora de dibujar. Pero según nuestra intención esa intuición puede reducirse a unos elementos simples y ordenados, que no impedirán a los dibujantes de talento encontrar también en ellos algún interés en un dominio limitado.

Sigue siendo notable que los dibujos de nudos, aunque rudimentarios, presenten más dificultades, y no pretendemos haberlas reducido aquí en la misma medida que las que pueden encontrarse en el caso de las estofas.

Al apoyarse sobre el dibujo de un nudo, basta con comprobar que nos ocupamos principalmente de dos singularidades de sumersión de las estofas.

En primer lugar: el pliegue, en el caso de los cruzamientos de los nudos de borde, para las estofas agujereadas (véase capítulo I, p. 62).



Fig. 12

En segundo lugar: el agujero tórico, en el caso de estofas no agujereadas, cuyo trazado se suma a un montaje plegado (véase capítulo V, p. 161).

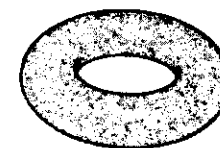


Fig. 13

Queda una singularidad de coincidencia y atravesamiento (recorte) de las estofas, cuyo estudio tuvimos la precaución de dejar para el Apéndice (véase Apéndice, capítulo I, p. 305), dado que se trata de otro modo de presentación extrínseca llamado inmersión, en oposición a la sumersión.



Fig. 14

Hay que agregarle un protocolo de interpretación más sofisticado, en tanto que su trazado es más simple, al punto de ser ignorado en los dibujos de superficies sin borde.

Este conjunto reducido de trazos da lugar a una composición infinita y de una riqueza imaginaria sin límites, que nos llevó a desplegar esta obra de una manera bastante sustanciosa [*étouffée*].

## EL PSICOANÁLISIS CON LACAN

**El goce y el interdicto del deseo**  
Superficies de tensión (*empan*) de un nudo

AGUJERO IMAGINABLE  
NÚMERO DE CARAS

**1. Del goce**

El interdicto es otra figura en el juego de lo dicho al decir. Para nosotros, ese interdicto es estructura, y es al explicar esta estructura cuando dibujamos los trazos de la cuestión que se plantea al sujeto. El sujeto se ve obstaculizado por la presencia de un cuerpo, el suyo o el de otro. No sabe qué hacer con un cuerpo: es la cuestión del goce, la cuestión del uso del cuerpo.

**a - *Presentación escritural***

La aparición del término goce está atestiguada en el discurso analítico por dos escritos de Lacan del año 1958.

En el primero: “La significación del falo”, palabras pronunciadas en Munich el 9 de mayo de 1958<sup>1</sup>, se hace referencia al goce masturbatorio de la fase fálica (E., p. 693) que se convertirá en el goce fálico,  $J\Phi$ .

En el segundo: “Juventud de Gide o la letra y el deseo”, aparecido en abril del mismo año<sup>2</sup>, en relación con el Ideal del yo de Freud, se menciona el goce de un deseo para definir que esta instancia se forma mediante la adopción de la imagen de un Otro. Este Ideal del yo se pinta sobre una máscara cuya función va a ocuparnos en el capítulo VII. Eso se produce “con la represión de un deseo del sujeto” del que el Otro “tiene el goce junto con los derechos y los medios” (E., p. 762; «p»). Ya reconocemos allí lo que en el discurso del psicoanálisis se convertirá en el goce del Otro,  $J\bar{A}$ .

Insistamos en la coordinada jurídica del goce, con la que acabamos de toparnos bajo el aspecto de los derechos, puesto que parece esencial. Esta coordinada nos brinda la oportunidad de vincular el Ideal del yo con el parentesco. Encontramos esta acepción del goce en un escrito de Lacan fechado en 1959, en

1. No disponemos de la fecha de redacción, que consideramos contemporánea dado que este texto no fue publicado antes de la aparición de los *Ecrits*.

2. En el número 131 de la revista *Critique*.

homenaje a Ernest Jones, en el que define la sexualidad por la represión (E., p. 713; «b»).

De manera contraria a las analogías de las que algunos suelen abusar, Lacan explica en qué sentido una técnica, como el cultivo de la tierra, puede calificarse de metáfora del coito. En la medida en que una técnica es objeto de una interdicción, interdicción recaída en este ejemplo sobre el goce de la tierra y producida a raíz de las reglas de la alianza y el parentesco, cuya función combinatoria tenemos aquí situada, la técnica que reemplaza a la primera se torna simbólica de una satisfacción sexual. La técnica interdicta en razón de un bloqueo, un nudo, una imposibilidad en la red combinatoria en tanto que ésta regla el goce de las cosas, cae bajo el peso de la represión.

La presentación del concepto de goce en 1972, en el seminario "Aun", que retoma y prolonga el seminario sobre "La ética del psicoanálisis", insiste sobre esta dimensión jurídica del goce, al definirlo por el usufructo. Es siempre en función de las mismas leyes que rigen el legado del uso de algunos bienes, de su goce o de algunos títulos confiados al sujeto, con la condición de no abusar de ellas, que le es preciso transmitirlos (S. XX). Las instancias freudianas se forman, en la represión, a partir de las singularidades y los accidentes de esa red.

El goce es el uso del cuerpo en sus coordenadas culturales y jurídicas, pero es también el lugar "cuya falta haría vano el universo" aunque hiciera "languidecer el Ser mismo". El goce responde a lo que soy. Pero en vez de decirme que soy algún mueble, designa de manera diferente un sitio: "Estoy en el lugar desde donde se vocifera que 'el universo es un defecto en la pureza del no ser'" (E., p. 819; «v»). Planteamos estos elementos, que son poco regocijantes, para aclarar esta tercera coordenada ligada a la estructura. Veamos ahora de dónde nos vienen, en la obra de Freud, ese concepto y su cuestión.

### a' - Donde se encuentra el goce en la construcción freudiana

La cuestión del goce se plantea desde "Una teoría sexual", cuando Freud se ocupa de la tensión (*Spann*) sexual y el mecanismo del placer preliminar. El mecanismo de la excitación sexual parece paradójico y hasta contradictorio si consideramos el placer como una disminución de la tensión, como lo sostiene con firmeza Freud en este lugar preciso de su texto ([I e], p. 114; [I e'], p. 11). En efecto, no entendemos cómo pueden buscarse en el mismo gesto la disminución de la tensión (placer) y la prolongación e incluso el aumento de ésta con vistas a un placer más grande ([I e], p. 115; [I e'], p. 13).

"Por una parte, a esta estimulación ya está vinculado el placer; por la otra, aquélla tiene como consecuencia una elevación del estado de excitación sexual o un despertar de ésta allí donde todavía falta." ([I e'], p. 13.)

Además, apenas un poco más adelante:

"Este tocamiento provoca ya una sensación de placer pero simultáneamente es apropiado como ningún otro para despertar la excitación sexual que reclama un plus de placer." ([I e'], p. 15.)

También:

"Entonces el efecto es el mismo: por una parte, sensación de placer que se ve muy pronto fortalecida por el placer proveniente de las modificaciones preparatorias, por la otra, nueva elevación de la tensión sexual que muy rápidamente se convierte en el displacer más notorio si no tiene la oportunidad de provocar otro placer." (Id.)

El "problema cuya solución sería tan difícil como importante para la concepción de los procesos sexuales" ([I e], p. 114; [I e'], p. 9), lo leemos considerando que es el de la estructura de la involución significante.

"El problema radica, justamente, en la manera en que el placer experimentado genera la necesidad de un placer más grande." ([I e'], p. 15; [I e], p. 116.)

Es el problema del plus de gozar que, como lo señalan los traductores que citamos, vimos asomarse en la pluma de Freud cuando habla de ese "plus de placer".

No se trata de saber si ese principio debe llamarse del placer, del displacer o del placer-displacer. No sería en ese caso más que una discusión de palabras que no daría cuenta de la paradoja del goce.

En un párrafo agregado en 1920 a su tercer ensayo sobre la teoría de la sexualidad, Freud completa su argumentación mediante la teoría de la libido. La paradoja del goce, el enigma de la sexualidad humana, se convierte en la diferencia y la identidad de dos libidos que identifica como libido del yo y libido del objeto sexual. Volvemos a encontrar claramente la cuestión principal de estructura que, en nuestra Presentación, decíamos era el momento de Freud.

Para nosotros, esa paradoja es estructura: estructura del lenguaje, la del significante, la castración, aquí paradoja del goce. Sólo puede abordarse mediante una metáfora, lo que Lacan llama la función imaginaria del falo, para decir que en el momento en que se descubre no es una simple mistificación que hace que sólo un velo pueda arrojarse sobre ella, sino que es elidida. Esta estructura del interdicto es la estructura del pudor en que el demonio del *Eidos* (demonio del pudor) salta a la escena en el instante del develamiento del falo (E., pp. 555 y 692; «o» y «q»)

Para ser construida en lógica, esta estructura requiere una topología. Se realiza gracias a un operador interior, la función del Otro que modifica la lógica clásica antes de elidirse para dar acceso al campo de las ficciones. El Otro está tachado por su elisión<sup>3</sup> y muestra en qué sentido lo falso no cesa de no escribirse, pero existe como los números imaginarios existen a los números reales. Así nos referiremos a esta estructura: interdicto recaído igualmente sobre el Otro. Estructura que es falta del Otro y de su goce, cosa de la que hay que dar cuenta.

Es estructura topológica cuyos relieves desarrollamos a través de variedades topológicas: los grafos, las superficies, los nudos. Es el momento de la experiencia sin el cual no surte efecto ninguna consecuencia sintomática (fobia) o estructural (*Penisneid*) (E., p. 693; «q»).

“Desde luego, su porvenir depende de la ley introducida por el padre en esta secuencia” (E., p. 694; «q»). La ley, la combinatoria del significante, lleva consigo los rasgos de esta estructura. Su intervención se sitúa en los schemas de Lacan entre I y A, caracterizando los signos de percepción de Freud, por oposición a las percepciones puras, en bruto, de la fisiología, que no experimentan ese recorte secuencial. Pero lo Imaginario depende de lo Simbólico, y la violencia misma descansa sobre un pacto. Por lo tanto, el resurgimiento de la rebelión depende de una falla de esa estructura, y de una falla en la articulación de ésta el retorno maníaco de la tristeza. Retorno que es mortal (*Télévision*, p. 39).

### a” - *Presentación estructural*

Si no perdemos de vista el trazado de los schemas en estas superficies, podemos leer y mostrar en nuestra Conclusión en qué aspecto la involución significante da cuenta de la manera en que se anuda lo que es primero con lo secundario. Esto aclara la composición del superyó con el Ideal del yo de Freud, y de los signos de percepción con lo preconscious, y en qué sentido puede entender-

se el goce como [oi]goce-sentido [*j'ouis sens*], médula de la palabra, jirón de discurso que constituye la voz de la conciencia. La paradoja del goce, cuya alma es la falsificación, como lo dijimos antes, tiene por efecto la necesidad de la culpa en la neurosis. Ésta se mantiene mientras la angustia que separa la satisfacción del deseo no es purificada. Esta purificación es escritura.

Hace falta tiempo para escribir con claridad la paradoja, siempre la misma, que se formula una vez más en otra parte en relación con el padre, en esta otra figura:

“...no sólo el asesinato del padre no abre la vía hacia el goce, que su presencia supuestamente prohibía, sino que refuerza su interdicción.” (S. VII, p. 207; «214».)

Al padre sólo se lo supone mediatizador del interdicto del goce. A su respecto podemos ya distinguir la rivalidad imaginaria, por un lado, de la ley cuya autoridad él asume, acompañada, por el otro lado, por la elisión que le es correlativa. La noción de asesinato las confunde. Es en este aspecto que debemos escribir la ecuación que compone lo Imaginario con lo Simbólico.

“Todo está ahí, y realmente ahí, tanto en el hecho como en la explicación, la falla.” (S. VII, p. 207; «214».)

Esta ecuación es fantasma del que no pretendemos salir, pero, al dar cuenta de ella gracias a las matemáticas, hacemos matema lógico de esa misma imposibilidad, de esa falla.

Esta solución lógica, al no pegotarse ya en lo Imaginario, nos confirma que:

“Exterminado el obstáculo bajo la forma del asesinato, no por ello el goce queda menos interdicto; más aún, la interdicción es reforzada.” (S. VII, p. 207; «214».)

Pero al mismo tiempo nos transmite el perfil de esta dificultad y su disolución.

La estructura va al cuerpo o al pensamiento. Así, a raíz de este interdicto, de los jugos que lo constituyen —el Otro, la inversión y el velo—, el goce se reparte necesariamente como goce fálico y goce del Otro. Estos dos goces no son, respectivamente, sustancia extensión (el cuerpo en la histérica) y sustancia pensamiento (el alma en la neurosis obsesiva). Inducen otra sustancia, sustancia goce (el objeto de la fobia), lugar de inflexión en la sintomatología de las neurosis. Ciertas máscaras despliegan esta sustancia cuando

3. *Noms*, fascículo n° 0

puede extenderse en un territorio, extensión de la libido cuando en ella reina el lenguaje, a partir y distinta, por lo tanto, de la etología.

El interdicto recaído en el goce conduce necesariamente al fracaso de un primer goce, el fálico, digamos. Es la manera en que la metáfora tiene éxito al fracasar, deja oír lo que no dice e implica la búsqueda de otra cosa, digamos el goce del Otro, efecto del arrebatado. La satisfacción, siempre decepcionada en el sujeto, lo lleva a sospechar otro goce a alcanzar. Pero quedarse allí es insuficiente; es una acepción débil del interdicto a la cual permanece adherido quien no experimentó la estructura en buena lógica. Ese otro goce, si existiera, no sería éste; el que haría falta es el que no hiciera falta (S. XX, pp. 54-57; «73-76»). Esto hace absoluta la decepción y la resuelve de manera redoblada.

Pero en lugar de contentarnos con parafrasear la elegante presentación que de ello dio Lacan, es al escribir de manera axiomatizable la lógica del perfil de esa caída, al modificar el álgebra de Boole y la razón de Kant, cuando esta construcción nos muestra en qué sentido entraña una consumación. Traducimos en matemáticas esa misma imposibilidad<sup>4</sup>. Al no renunciar a escribir esa estructura, demostramos, mediante la realización de su mismo fracaso, aquello en lo cual no se escribe. Esta estructura del goce es la del lenguaje, de acuerdo con la cual no hay metalenguaje, con la condición de construir esta nueva negación y respetar su temporalidad.

El velo homologa la trivialización de esta otra lógica y nos permite el estudio de los rasgos estructurales que condicionan esa banalización. Nos vemos obligados a razonar sobre enunciados falsos y conjuntos vacíos. Esto puede parecer una falta lógica, dado que el mundo académico reputa lo falso como defectuoso. Esa falta desvía los razonamientos del sujeto, y por una inversión éste se la atribuye y se convierte en culpable de ella. Puesto que el sujeto razona con claridad en lo falso y es falso que no sepa, de manera textual, que aunque no tenga y nunca vaya a tener acceso en los dos sexos sino a este goce fálico (masturbatorio o coital), su goce depende de otro, otro goce que no tendrá porque no podría ser. Pero es falso que sepa que no puede y que no se atreva a aludir a ello, en su articulación lógica: tan grande es la intimidación que le provoca el temor de ser falible, por ser culpable de una falta lógica.

Es falso entonces que no sepa tampoco y al mismo tiempo que al resignarse al goce fálico presta un mal servicio al órgano peniano, en consideración a ese otro goce, y que cometa entonces una falta de gusto.

Comprendemos de tal modo que Freud manifieste reservas en la discusión relativa al onanismo, tanto con respecto a las tesis liberales como a las posiciones represivas.

Puesto que el problema no reside en ello, dado que, en ese dominio, es sin duda el de la existencia de otra lógica.

Al final del segundo capítulo de la enseñanza de Lacan, la involución significativa nos forma en esta dialéctica; se trata de nuestros ejercicios de intercambios entre superficies biláteras y superficies uniláteras. Allí se proyecta la topología del sujeto, y esta etapa intermedia no da aún más que una débil idea de la razón de su fracaso (“*La méprise du sujet...*”; “*Raison d’un échec*”). En cambio, brinda ya los medios necesarios para la investigación en el espacio del nudo. La recaída del velo fálico hace más difícil ese giro siguiente, como lo explica el doctor Lacan cuando emprende su nueva prueba (“*À la lecture du 17 décembre*”, p. 98). En el transcurso de ésta, intenta considerar su existencia a partir de la insistencia de lo Real como agujero (imposible). La insistencia del agujero pasa entonces a lo Simbólico.

Quien se enrede aún en la teoría de las superficies topológicas intrínsecas tiene garantizado el falicismo, dado que supone otra teoría inalcanzable. Esto nos incita a pasar a esta última etapa porque es falso que sea diferente de la que la precede, y pese a ello es falso que sea la misma. Llevados únicamente más lejos por la estructura, no suponemos, en la multiplicidad de los nudos, otra cosa que el lugar de un ceñimiento más preciso de esa otra sustancia que no hay, calificada de fobia entre estofa y corte. A esta sustancia se engancha el sujeto de la narcosis (el drogado, como se lo llama) con el farmacéutico o los dealers, los diodos y el soldador. A ella la transforman en esta cosa psi (psicosis) los irresponsables que juegan con la desocupación para intimidar y someter al empleado, y en la bolsa para despojar al pequeño accionista. El drama ligado a la estructura se anuda debido a que no es menos necio querer asumir la defensa de aquéllos y suprimir toda tensión, siendo así que se trata de aprender a ejercerla.

Con nuestras superficies de tensión (*spanning surfaces*) retomamos la demostración de que no hay goce del Otro. Tal puede ser la situación del psicoanálisis en 1986 para quienes nos apoyan.

Esta búsqueda no es infinita, no es ideal; es simplicidad, porque el nudo delimita la última etapa de la enseñanza de Lacan, a partir de la cual se produce un transtorno topológico que borra su historia.

4. *Nons*, fascículo nº 0.

## 2. Del enjambre a la estofa

### $a_1$ - Construcción de las superficies de tensión

Presentemos aquí un uso bastante sorprendente del cálculo del grupo fundamental de un nudo, tal como lo efectuamos en los campos de ex-sistencia del nudo<sup>5</sup>. Ese uso nos conduce a continuación a una mayor simplicidad, a cálculos más reducidos, aún más puros. El grupo fundamental de un nudo, en nuestra presentación, nos ofrece un homólogo discreto y en álgebra del teorema de Stokes. El doctor Lacan relaciona la deriva freudiana (*Trieb*) con ese teorema del cálculo diferencial e integral (E., p. 847; «w»). El cuerpo está implicado en esa deriva por intermedio del agujero que se apoya sobre un borde. El sujeto puede comprobar que esa deriva, en cada tentativa de traducción, genera una tensión que se mantiene hasta que él encuentra la palabra justa. El doctor Lacan sostiene esta transposición de dos rasgos de estructura. El primero quiere que la pulsión, como el cálculo del flujo en el teorema mencionado, se produzca en una zona apoyada sobre un borde. El segundo es que su efecto en la zona se resume en el cálculo a lo largo del borde. Como lo decía Freud, sin duda estamos ahí en el registro más mitológico del discurso analítico, para no decir en el nivel de las pulsiones. Para nosotros esta referencia encuentra su razón en el trabajo de traducción, en lugar de un modelo físico cualquiera. Nuestra versión vincula el teorema con el comentario dado por el doctor Lacan en su seminario XI (lección del 13 de mayo de 1964), en el que se halla la presentación más pura del circuito de la pulsión en un trayecto que recorre el espacio circundante de un borde. Calcular en el enjambre significativo, ¿no es vivir la pulsión en una práctica de traducción? Para avanzar en ese campo, hay que leer con claridad que esta traducción actúa sobre dos registros que deben atravesarse para resolverse. Esta prueba se vuelve más pura para el sujeto en caso de haber pasado varias veces por ella. Libera la palabra.

Con este fin, en nuestro aprendizaje, se trata de obtener, por un cociente del grupo, es decir una simplificación de los cálculos<sup>6</sup>, un coloreado de las zonas que defina exactamente una superficie cuyo nudo considerado es el único borde. Donde vemos que la tensión (*Spann*) depende del nudo de borde, y donde podemos plantear, con nuevos gastos en esta estofa, la cuestión de la consistencia, la de la paradoja del goce, la estructura tensional del lenguaje y su resolución mediante un corte pertinente e interpretativo. Desde el lugar de este corte la tensión logra establecerse, y a partir de ella la construcción parece de la incumbencia del analizante.

5. *Essaim*.

6. *Essaim*. pp. 48 y 124

Llamamos superficie de tensión (*spanning surface*) a esta estofa deducida de nuestros cálculos, como ahora lo mostramos. Se trata de un corte transverso en el campo de existencia del nudo, que es ya una proyección de la estructura en la historicidad. A continuación, esta precipitación nos servirá para orientarnos en el centelleo del nudo consecutivo a su ruptura.

Consideremos ejemplos sencillos. En el caso del nudo borromeo, el cálculo nos da, a partir de tres generadores, la marcación de las siguientes zonas.

$$\begin{aligned} a &= yx^{-1}zx \\ a &= yzy^{-1}xy \\ a &= zxz^{-1}yz \end{aligned}$$



Fig. 1

(Este ejemplo se trata explícitamente en nuestro fascículo de resultados n° 1, pp. 101-104.)

Las tres expresiones de la zona anotada a corresponden claramente a la definición del grupo de ese nudo, porque por otra parte sabemos que está construido como un grupo libre de tres generadores y dos relaciones.

Esas dos relaciones son:  $yx^{-1}zx = yzy^{-1}xy = zxz^{-1}yz$ .

Al sacar el cociente<sup>7</sup>, es decir, al agregar ciertas relaciones, obtenemos las marcaciones que definen una superficie cuyo borde es el nudo borromeo, así como la cachemira es la marca, distante, de orillas antiguas.

$$\begin{aligned} x &= y = z \\ x^2 &= 1 \end{aligned}$$



Fig. 2

Para las relaciones complementarias  $x = y = z$  y  $x^2 = 1$ , obtenemos la superficie que corresponde al coloreado de las zonas anotadas x. Esta superficie de tensión es unilátera, y es por eso que la coloreamos como un pedazo de estofa monocroma.

7. *Essaim*. pp. 48 y 124

$x =$  

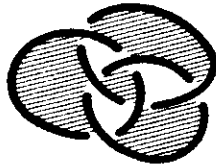


Fig. 3

Cuando las superficies de tensión son biláteras —nos ocuparemos más adelante del número de caras (véase p. 65)— se las conoce en matemáticas con la denominación de superficies de Seifert (por el nombre del matemático H. Seifert).

### $a_2$ - Semitorsiones y pliegues

Formulemos la definición de un tipo de trazo que se encuentra en nuestros dibujos, el más importante luego del trazo de borde. Se trata del trazo de pliegue.

A los cruzamientos del nudo <sup>8</sup> corresponden semitorsiones de cinta (de superficie de tensión). Mediante nuestros cálculos podemos hacer aparecer pliegues en lugar de las semitorsiones.

*Definición de un pliegue:*



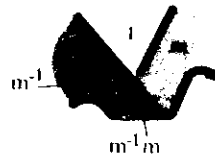
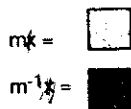
Un cruzamiento marcado...



...al cual agregamos una línea de perspectiva, llamada línea de pliegue



La marcación es un coloreado del pliegue...



...cuyo borde modificamos de manera continua, a fin de acentuar su presentación de pliegue

Fig. 4

A un cruzamiento <sup>9</sup>, cuando el cociente del grupo da valor 1 a dos zonas lindantes por el vértice, zonas adyacentes al cruzamiento, podemos añadirle un trazo de través que tacha una zona neutra (valor 1) y reemplazar 1 por  $m^{-1}m$  (compuesto por la inversa de una palabra,  $m^{-1}$ , y por esa palabra,  $m$ ). El coloreado bicolor corresponde entonces claramente a un pliegue de fragmento de estofa bilátera, con la convención de que asignamos un color a cada letra y una zona lleva entonces el color de la primera letra de la palabra que la nombra. (El caso de las estofas uniláteras no constituye aquí un problema, dado que  $m = m^{-1}$ , sencillamente, por lo cual las dos caras son del mismo color.) Anotamos como  $mx$  una palabra que comienza con la expresión  $m$ , y  $m^{-1}x$  una que empieza con la expresión  $m^{-1}$ .

Señalemos que las letras siguientes de las palabras en cuestión dan los diferentes espesores de estofas que pueden subponerse en cada zona, con su orden de apilamiento.

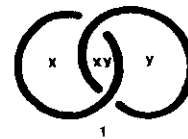
La porción de borde recubierta por la primera capa de estofa que suspende la mirada, está ahora punteada. En el caso del pliegue que aislamos:



Fig. 5

Veamos dos ejemplos.

Estas diferentes convenciones dan rápidamente un resultado en el caso de una cinta cuyo borde es un enlace.



$xy = 1$

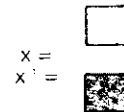
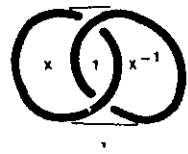
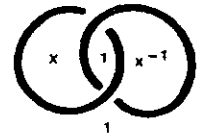


Fig. 6

Se trata de una cinta de estofa, como un pedazo de yute, que presenta dos pliegues del mismo sentido.

De acuerdo con este principio, podemos marcar los pliegues de la superficie de tensión del nudo borromeo que esbozamos anteriormente (figura 3).



Fig. 7

Lo que da el siguiente coloreado,  $x = \begin{array}{|c|} \hline \text{diagonal lines} \\ \hline \end{array}$

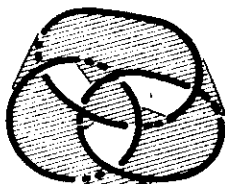


Fig. 8

Si acentuamos la deformación del pliegue de manera continua, lo que no cambia nada ni en el cálculo ni en el coloreado, obtenemos esta superficie:

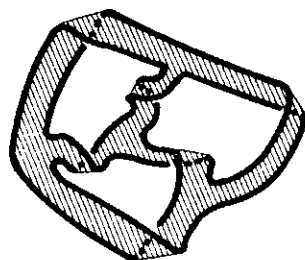


Fig. 9

Como conclusión, diremos que *la superficie de tensión sin los pliegues* de la figura 3 es correcta; corresponde a *la superficie con los pliegues* de la figura 9.

Mediante esos cálculos y coloreados obtenemos unas presentaciones de estofas anudadas. Nos encontramos en una topología extrínseca a las estofas, como lo explicábamos en la Introducción (p. 38). Esto no nos obliga a olvidar lo que puede saberse de la topología intrínseca de una estofa. Al contrario, es lo intrínseco lo que olvida lo extrínseco y no a la inversa. De tal modo, la teoría, en lo sucesivo clásica, de las superficies topológicas intrínsecas, a la cual está dedicada esta obra, sigue siendo para nosotros de un uso seguro (véase capítulo II, p. 77). Las propiedades características que reconoce son, para algunos, deducibles de nuestros cálculos, lejos de la tosquedad del madapolán. Estudiamos ahora esas propiedades en el caso de las superficies de tensión de los nudos.

### 3. Propiedades intrínsecas características de una superficie de tensión

#### $a_1$ - El número de caras

Se dice que una estofa es bilátera cuando podemos distinguir en ella dos caras (como en un disco).

Se dice que una estofa es unilátera cuando no tiene más que una sola cara (como la banda de Möbius).

En este caso hablamos de cara y descartamos el término lado, pero conservamos como uso corriente los términos bilátera y unilátera para hablar de las estofas.

El número de caras es una característica extrínseca de la superficie de tensión, y no se lo define en la topología intrínseca de la estofa (véase capítulo III, p. 106). En ésta, el número de caras tiene un invariante correspondiente, la orientabilidad.

Estas dos nociones son correlativas. Una orientación de una estofa se define mediante un punto de referencia sumergido en él: es una característica intrínseca. Las caras se definen mediante normales (vectores perpendiculares) a la superficie. Esta característica recurre al espacio circundante: es extrínseca. La correlación entre estas dos maneras de expresar una misma característica es notable, y parece burlarse del problema de *dimensión* que aquí está en cuestión.

Hacemos aparecer esa característica a través de dos coeficientes del grupo fundamental del nudo. Nuestro cálculo es extrínseco de hecho<sup>10</sup>, da el número de caras.

Para exponerlo, consideramos el nudo de trébol en sus dos presentaciones duales una con respecto a la otra<sup>11</sup>.

<sup>10</sup>. *Essaim*, p. 60.

<sup>11</sup>. *Essaim*, p. 105 y 118.



Fig. 10

*Primera presentación*

(0) *El cálculo de base.* El cálculo del grupo fundamental, para la primera presentación, nos da, a partir de dos generadores, la siguiente marcación de las zonas <sup>12</sup>,

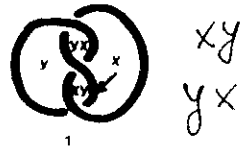


Fig. 11

con la relación  $xy^{-1}x^{-1}yx^{-1}y^{-1} = 1$

(1) *Distinción de los llenos y los vacíos.* Obtenemos el cociente al añadir la relación  $x = y$ , para determinar el índice de cada una de las zonas del aplanamiento <sup>13</sup>, y definimos como vacíos las zonas de grado par, o sea  $x^2 = 1$ , a fin de que la zona periférica esté vacía, para mayor simplicidad, como lo señalamos en el fascículo n° 1 <sup>14</sup>. Obtenemos una superficie de tensión que corresponde al coloreado de las zonas de índice impar, anotadas  $x$  en razón de nuestro cociente precedente ( $x^2 = 1$ ).



Fig. 12

(2) *Búsqueda del número de caras.* Retomamos los resultados del cálculo en la etapa anterior (0), vale decir, antes de efectuar el cociente, para determinar el número de caras de la estofa.

Las dos zonas vacías centrales del nudo, anotadas  $x^2$  en la figura 12, se indican como  $xy$  e  $yx$  en la figura 11. Esas zonas están ahora vacías, y la expresión de cada una de ellas es igual a 1. Así, a partir

<sup>12.</sup> *Essaim*, pp. 117, 13  
<sup>13.</sup> *Essaim*, pp. 122-126. 14.  
<sup>14.</sup> *Essaim*, p. 90.

de un primer cociente del grupo fundamental determinante de una superficie de tensión del nudo (oposición llenos/vacíos), obtenemos las indicaciones necesarias para establecer dos nuevas relaciones:  $xy = 1$ , e  $yx = 1$ , que corresponden a un nuevo cociente realizable en el caso de los resultados de la figura 11.

Podemos reemplazar entonces  $xy$  e  $yx$  por 1 en las expresiones del cálculo del grupo fundamental del nudo. La relación del grupo  $xy^{-1}x^{-1}yx^{-1}y^{-1} = 1$  se reduce:  $x(xy)^{-1}y(yx)^{-1} = xy = 1$ , del que deducimos  $y = x^{-1}$ .

Cada una de las zonas llenas de la superficie de tensión se designa, ya sea por  $x$ , ya por la inversa de  $x$ : mediante esta escritura distinguimos las dos caras de la superficie que, por lo tanto, es bilátera.

Al hacer corresponder un color a  $x$  y otro color a  $x^{-1}$ , obtenemos un nuevo coloreado de la superficie de tensión que pone en evidencia la presencia de dos caras distintas. En efecto,  $x$  es diferente de  $x^{-1}$  ( $x \neq x^{-1}$  equivale a  $x^2 \neq 1$ ). El lector puede verificar en el cálculo que precede que la igualdad contraria,  $x^2 = 1$ , no se introdujo en la etapa (2), a partir del momento en que volvimos al resultado dado en la figura 11.

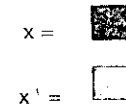


Fig. 13

*Segunda presentación*

Definamos con las mismas técnicas la superficie de tensión de la segunda presentación del nudo de trébol y decidamos su número de caras.

(0) *El cálculo de base.* El cálculo del grupo fundamental nos da, a partir de dos generadores, la marcación siguiente de las zonas <sup>15</sup>,

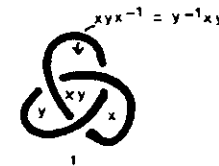


Fig. 14

con la relación  $xyx^{-1} = y^{-1}xy$ .

<sup>15.</sup> *Essaim*, pp. 105

(1) *Distinción de los llenos y los vacíos.* Sacamos el cociente al agregar la relación  $x = y$  para determinar el índice de cada una de las zonas, y definimos como vacías las zonas de grado par, o sea  $x^2 = 1$ , a fin de que estén vacías como la zona exterior. Obtenemos una superficie que corresponde al coloreado de las zonas de índice impar, anotadas  $x$  en razón del cociente  $x^2 = 1$ .

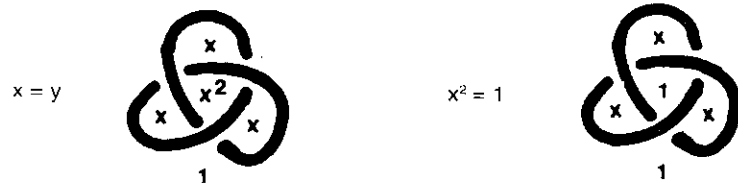


Fig. 15

Hemos definido una superficie de tensión del nudo de trébol, tejida como el fustán. Para determinar su número de caras, retomamos el cálculo desde el inicio.

(2) *Búsqueda del número de caras.* La zona vacía central del nudo, anotada  $x^2$  en la figura 15, se anota como  $xy$  en la figura 14. Ahora, esta zona está vacía, por lo que podemos plantear  $xy = 1$  y reemplazar  $xy$  por 1 en todas las expresiones del cálculo del grupo fundamental; se trata del nuevo coeficiente de ese grupo efectuado en el caso de los resultados dados por la figura 14.

La relación  $xyx^{-1} = y^{-1}xy$  se reduce a  $x^{-1} = y^{-1}$ , o sea  $x = y$ . Lo que significa que todas las zonas llenas de la superficie de tensión pueden designarse por  $x$ : la estofa no tiene más que una sola cara, es unilátera. En efecto, en este caso, la relación  $y = x$ , expresión simplificada de la relación del grupo, junto con la relación  $xy = 1$  del cociente aquí adoptado, da  $x^2 = 1$ , lo que significa que la operación del grupo es involutiva y la estofa unilátera.

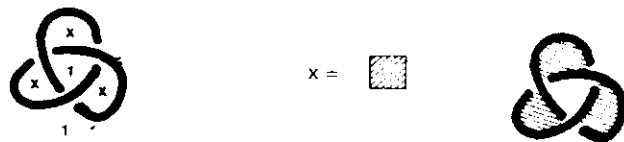


Fig. 16

Es necesario distinguir bien los diferentes cálculos. En primer lugar, el del grupo fundamental del nudo (0); luego, el cociente que efectuamos al agregar unas relaciones que simplifican las expresiones del grupo fundamental y de las que obtenemos una superficie (oposición lleno/vacío,  $x/1$ ) de tensión del nudo (1); por

último, el transporte de las relaciones resultantes del primer cociente (es decir, las que se escriben a partir de las expresiones de las zonas vacías, como tales iguales a 1) a las expresiones de las zonas llenas del grupo fundamental (aquí una sola relación). Mediante este segundo cociente (2) obtenemos a cambio una indicación relativa al número de caras de la superficie de tensión: sea  $y = x^{-1}$ , que corresponde a las estofas biláteras, sea  $y = x$ , que corresponde a las estofas uniláteras.

#### $a_2$ - El número de borde

El borde de la superficie de tensión está compuesto por un conjunto de círculos desunidos. Por círculo designamos toda curva cerrada que es sumersión del círculo trigonométrico de la geometría analítica (el "puente de los asnos" clásico  $x^2 + y^2 = 1$ ). Determinar el número de borde es contar el número de círculos componentes del borde. Ese número de componentes del borde, o número de borde, es una característica intrínseca de la superficie de tensión. Asumirá toda su importancia en el capítulo siguiente, cuando nos ocupemos del indicador de Euler-Poincaré y del género de las estofas.

#### 4. Reducción por el dibujo de una superficie de tensión a sus características intrínsecas

Tres operaciones permiten reducir una superficie de tensión cualquiera a la forma más simple que le es intrínsecamente equivalente (el mismo número de caras y el mismo número de borde). Una operación es extrínseca (no cambia el nudo del borde), dos son intrínsecas (deshacen el nudo del borde). Mediante estas transformaciones topológicas, continuas una de la otra, se trata de conservar la estofa (lo intrínseco) sin el nudo, siendo el anudamiento de la estofa una característica extrínseca<sup>16</sup>.

#### Operación I: Deformación de las superficies con borde

La primera operación consiste en un cambio de la presentación de la superficie de tensión de tal modo que se puedan efectuar con facilidad las otras operaciones. La deformación de las superficies

\* (Demostración del teorema del cuadrado de la hipotenusa. Figuradamente, obstáculo con el que sólo tropiezan los ignorantes.) n. del t.

16. Si denominamos  $f$  a una transformación intrínseca, y  $F$  a una transformación extrínseca del espacio que contiene la banda de dos semitorciones hacia el espacio que contiene la banda sin semitorción, hay que decir que  $f$  no es una restricción de  $F$  (ver Introducción, pp. 38-39)

12 p. 83  
p. 187

con borde es una operación extrínseca que hace aparecer la superficie de tensión considerada como un conjunto de cintas (o breteles) de indiana con pliegue y semitorsión o sin ellos, que pueden cruzarse entre sí y volver a ligarse unas a otras en un todo conexo. Es posible entonces deslizar una cinta a lo largo de otra, es decir, desplazar la encrucijada que forman.

Pueden presentarse dos casos: la cinta desplazada no se topa ni con semitorsión ni con pliegue en la cinta por la que se extiende...

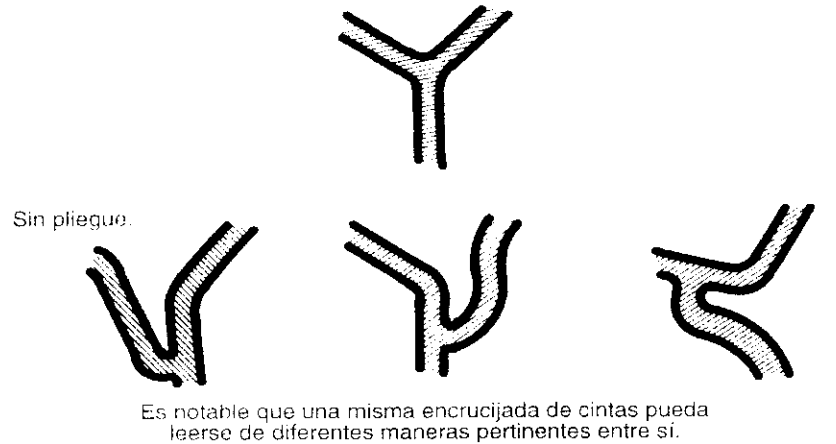


Fig. 17

...o, en el caso contrario, va a crearse un pliegue sobre la cinta desplazada al paso de la semitorsión (o del pliegue) de la cinta que se extiende.

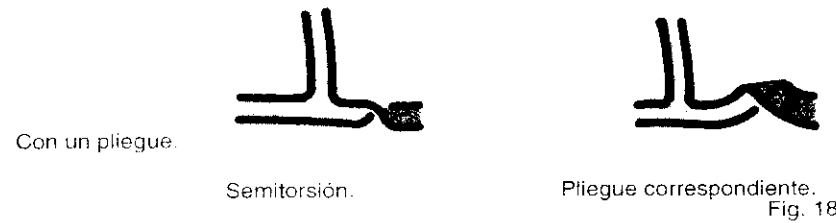


Fig. 18



Paso de un pliegue.

Resultado del paso de una semitorsion.



Fig. 19

La situación inicial de esta serie de dibujos puede dar lugar a otro cambio de presentación.



Fig. 20

### Operación II: Supresión de las semitorsiones en número par

La segunda operación es intrínseca a la estofa: sobre una misma cinta, pueden suprimirse las semitorsiones consecutivas en número par. Esta homotopía del borde deshace el nudo (extrínseco) pero conserva las características intrínsecas.

Así, una cinta con un número par de semitorsiones (un número entero de torsiones) es intrínsecamente equivalente a una cinta sin semitorsión, como los efectos de relieve del ruán:



Fig. 21

Una cinta con un número impar de semitorsiones es equivalente a una cinta con una sola semitorcion.



Fig. 22

### Operación III: Intercambio arriba-abajo de las cintas de estofa

La tercera operación es, como la precedente, intrínseca. En el nivel de un cruzamiento de dos cintas, éstas pueden atravesarse una

a la otra, como lo posibilita el nansú, de tal modo que la que estaba abajo pasa arriba.

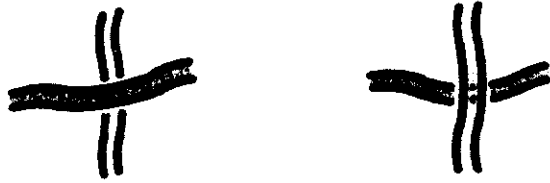


Fig. 23

Precisemos que esta homotopía de cintas (o de bandas) sólo tiene sentido para las pertenecientes a la misma estofa (están conectadas por sus extremos).

Definidas estas tres operaciones, damos a continuación dos ejemplos de reducción de una superficie de tensión a sus características intrínsecas.

Retomamos en primer lugar el nudo de trébol en su presentación bilátera cuyas características conocemos, y luego el nudo borromeo cuya superficie de tensión conocemos y cuyas características es posible conocer a través de los cálculos que podemos efectuar, como lo hicimos anteriormente para las dos presentaciones del nudo de trébol.

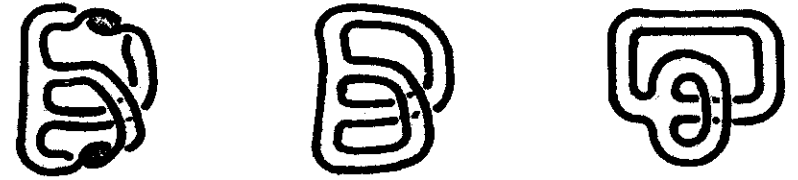
*Ejemplo del nudo de trébol en su presentación bilátera*



La superficie de tensión se transforma en una presentación en cintas que incluyen semitorsiones



Desplacemos la ligazón de una de esas cintas... al pasar una semitorsión, se crea una semitorsión



Reagrupamos las semitorsiones que están apareadas.

De acuerdo con la operación II, suprimimos los pares de semitorsiones.

Obtenemos así una encrucijada de bandas: un toro agujereado

Fig. 24

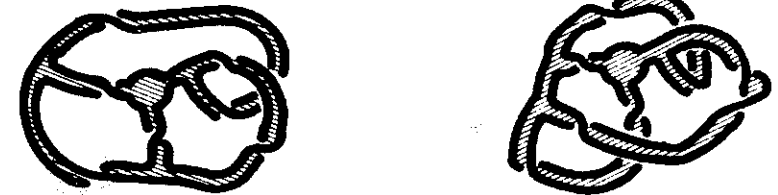
La superficie de tensión intrínseca del nudo de trébol en su presentación bilátera es un toro agujereado.

*Ejemplo del nudo borromeo*



La superficie de tensión, sin los pliegues, del nudo borromeo.

La presentamos en un montaje de encrucijada de cintas



Un primer deslizamiento a lo largo de otra semitorsión según la operación I

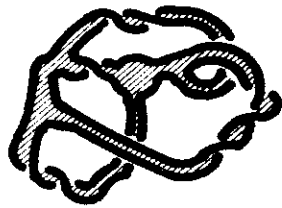
Luego un segundo deslizamiento. En los dos casos se produce el paso de una semitorsión Fig. 25

*Intermedio:*

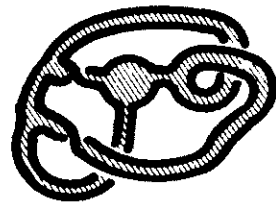


en el que recordamos que al paso de una semitorsión se produce una nueva semitorsión.

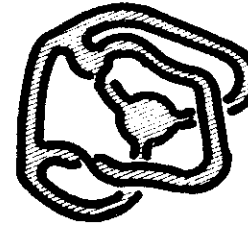
Fig. 26



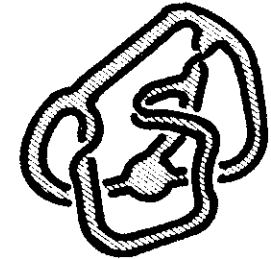
Reagrupamos las semitorsiones que se produjeron en las mismas cintas



Suprimimos las semitorsiones por pares, según la operación II (la que queda esta desplazada)



Desplazamos una cinta más de estofa sin encontrar semitorsiones.



Luego pasamos una semitorsión. Se produce una nueva semitorsión.

Al desplazar una cinta a lo largo de otra, ponemos de relieve un rizo de cinta

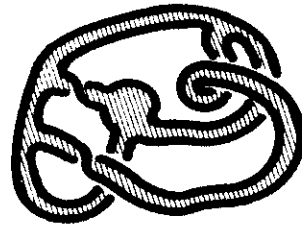
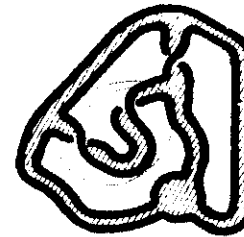
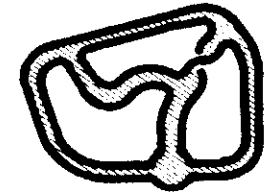


Fig. 27



Reducimos el recorrido de la cinta de estofa que lleva dos semitorsiones.



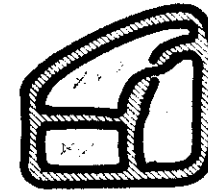
Suprimimos esas dos semitorsiones inversas entre sí.

*Intermedio:*



Fig. 28

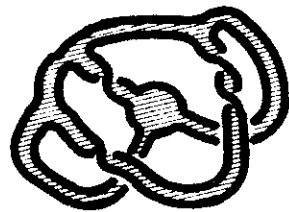
en el que mostramos que un rizo de cinta equivale a dos semitorsiones. Esto se ve al seguir las disposiciones mutuas de los dos elementos de borde.



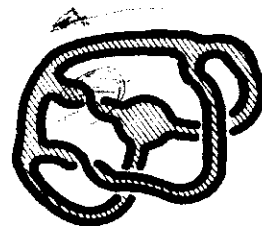
Queda una sola semitorsión. Desplazamos del otro lado de la figura una cinta de estofa sin semitorsión.



Lo cual da esta disposición regular, que equivale a



Dos semitorsiones, entonces, en lugar del rizo.



que podemos suprimir, según la operación II.

un diagrama hecho de una banda de Moebius con dos agujeros



Fig. 29

Se trata de la estructura intrínseca de la superficie de tensión del nudo borromeo.




**La estofa del clasicismo  
y la superficie para Lacan**

Teoría de las superficies topológicas intrínsecas

NÚMERO DE BORDE  
SCHEMAS P.Q.R.

Las características intrínsecas de la superficie de tensión de un nudo son por lo tanto las trazas, el recuerdo del hecho de que había un nudo. En la estofa el nudo se olvida, como borrado por la esponja: quedan algunas trazas insuficientes para reconstruirlo; en efecto, varios nudos diferentes pueden tener una superficie de tensión intrínseca que presente los mismos invariantes. Queda en el caso de esta estofa un cálculo en el género del nudo.

Mostraremos a continuación de qué manera los cortes en las superficies de tensión pueden convertirse en un nuevo invariante del nudo. Esos cortes demarcan vacíos.

En este capítulo hemos visto cómo los cálculos en los campos de ex-sistencia de esos nudos son reemplazados por coloreados de rayas , de un grisado claro  y de otro más oscuro , que los sustituyen con exactitud. Esos coloreados traducen la proyección de la gramática de la pulsión en la lógica del fantasma. En lo que resta de esta obra evitaremos recurrir al cálculo algebraico, y sólo emplearemos los coloreados correspondientes.

!!

1. **Definiciones**

a<sub>1</sub> - *Las superficies topológicas*

Una superficie topológica es un montaje de pedazos de estofa. Para ser de la incumbencia de esta teoría, el montaje debe efectuarse según dos principios que hay que respetar rigurosamente.

Una superficie topológica se presenta como un traje de Arlequín, un *patchwork* de retazos irregulares pero cuyas características no son indiferentes.



Fig. 1

• *Los pedazos de estofa* son extensibles y retráctiles a voluntad, de acuerdo con las necesidades del montaje. En topología, la medida no importa, ni para la superficie ni para los fragmentos que la constituyen. Esos elementos de superficie son polígonos que pueden ponerse sobre el plano (es decir, localmente equivalentes a  $R^2$ ) o sobre la esfera, lo que es lo mismo (véase capítulo IV, p. 148). Esos jirones de estofa son discos topológicos cuyo perímetro está provisto de puntos. Éstos recortan el perímetro en segmentos, y esos puntos son sus extremos. Hay al menos un punto: el disco topológico más pequeño (pedazo de estofa o pastilla esférica) es el disco cuyo perímetro está recortado en un solo segmento por un punto.



Fig. 2

Cada montaje de superficie realizado según los principios que ahora enunciaremos se denomina **empedrado** [*pavage*] en el caso en que los pedazos de estofa son unos polígonos cualesquiera. Si está constituido por pedazos que son exclusivamente triángulos, hablamos de triangulación. En todos los casos, los pedazos de estofa son las caras del empedrado, los segmentos cosidos sus aristas y los puntos de extremos identificados sus vértices. También empleamos de manera habitual el término “cara” para designar el revés y el derecho de un pedazo de estofa. Más adelante analizaremos esta dificultad de vocabulario. Que una cara de empedrado tenga dos caras es una consideración a la que en lo que sigue prestamos gran atención, y explicitaremos este paradigma en el capítulo III.

• **Dos principios de montaje**, precisos e imperativos, de esos fragmentos de estofa definen las superficies topológicas.

*Primer principio:* Dos pedazos se cosen juntos a lo largo de un segmento propio de cada uno que se convierte en arista, frontera común entre ambos (una frontera de esa naturaleza no pertenece al borde de la superficie, se integra al grafo de un empedrado consistente en la estofa).



Fig. 3

*Segundo principio:* No hay más de dos pedazos de estofa cosidos a lo largo de una misma arista (en el Apéndice rechazamos las construcciones que presentan más de dos fragmentos de estofa cosidos a lo largo de una misma arista).



La construcción admitida

La construcción no admitida

Fig. 4

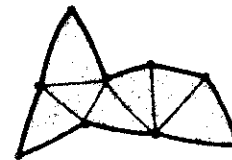
Esto define todas las superficies topológicas que pueden estudiarse según esta teoría, en lo sucesivo clásica. Es posible enumerar todos sus casos y reconocer los que son semejantes: es la clasificación de las superficies topológicas *intrínsecas*.

Esta definición de las superficies topológicas intrínsecas a partir de su montaje implica como reacción la homología de los trayectos en la superficie de nuestras estofas, y da la razón de esa homología.

Nuestras estofas son superficies topológicas intrínsecas: se trata de un caso de traducción y definición muy simple.

### $a_2$ - *Definición del borde de una superficie topológica*

• **El borde** de una superficie topológica es la reunión de los segmentos de los pedazos de estofa que no sirvieron para el montaje por costura.



Montaje con un componente de borde



Banda o cinta, montaje con dos componentes de borde

Fig. 5

Esta reunión de segmentos montados extremo con extremo siempre da lugar a una reunión de círculos disjuntos. Puede tratarse de uno o varios círculos. En todos los casos, hablaremos del borde de la superficie para aludir a esa reunión; de los *componentes* de ese borde para hablar de cada círculo distinto; y nos referiremos al *número de borde* (como se habla del precio del pan) para el número de los componentes del borde.

Podemos definir entonces los agujeros más imaginables que provocan así una ruptura en la superficie. Cada agujero imaginable como ruptura de superficie se define mediante un círculo componente del borde de una superficie topológica. Es la oportunidad de encontrarse con la reducción de un invariante intuitivo, el agujero imaginable, a un invariante bien construido, el componente de borde. Propiamente hablando, no hay agujero imaginable en la superficie intrínseca; sólo su borde insiste en ella, y el agujero existe para nosotros. Esto no define ní más que un tipo de agujero entre los que distinguimos, y muestra la necesidad de distinguir diferentes tipos de agujeros entre ellos.

- Puede suceder que todos los segmentos se hayan cosido al montaje, en cuyo caso *el borde* queda *anulado*: existen por lo tanto superficies sin borde.

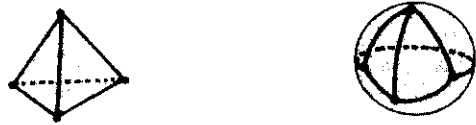


Fig. 6

De tal modo, se distinguen dos tipos de superficies: las *superficies sin borde*, para el montaje de las cuales sirvieron todos los segmentos de los pedazos de estofa; y las *superficies con borde*, en las que algunos segmentos de pedazos de estofa no fueron cosidos. Destaquemos una vez más que la reunión de esos segmentos constituye uno o varios círculos. Este hecho notable, que amenaza convertirse en una evidencia, merece ser meditado (véase fig. 5).

Postulada la distinción entre superficies con borde y superficies sin borde, puede establecerse una correspondencia entre ellas.

a<sub>3</sub> - *Primera proposición importante*

*Proposición.* A toda superficie topológica (con borde o sin él) corresponde una superficie sin borde:

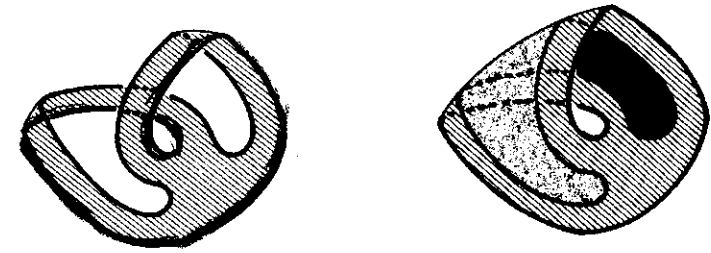
a) si la superficie carece de borde, la superficie sin borde correspondiente es esta misma superficie;

a') si la superficie tiene un borde, el borde de esta superficie  $S$  es una reunión de círculos disjuntos. Podemos construir una superficie sin borde (cerrada)  $S'$  asociada a  $S$  al *cerrar* los agujeros imaginables como ruptura de superficie; estos agujeros están delimitados por cada uno de los círculos que componen el borde. El cierre de los agujeros se obtiene gracias a unos discos cosidos a lo largo de cada círculo componente del borde de la superficie  $S$ .

Decíamos que el agujero imaginable existe para nosotros como un invariante intuitivo; se trata de una noción muy débil de la existencia porque el agujero es sustantivado por el disco que viene a cerrarlo, cosa que nos asegura nuestra primera proposición.

No por ello este tipo de agujero deja de ser, como los otros, diferente del vacío en su manera de ser. El vacío no podría confundirse con un agujero si lo definiéramos por el conjunto vacío. El agujero es más o menos sustantivable, como lo veremos a continuación, mientras que en la teoría de los conjuntos el vacío es del orden de una esencia. La distinción entre sustancia y esencia, como la interrogamos en nuestro juego de traducción, corresponde en principio a la diferencia entre la definición en extensión y la definición en intensidad de un conjunto.

Volvamos a la sustantivación del agujero imaginable.



Dos agujeros

Cerrado un agujero, queda otro

Fig. 7

En el dibujo de la derecha, un disco deformado cierra un agujero de la superficie del dibujo de la izquierda.



Esta superficie presenta un solo agujero

Un disco presentado como un rectángulo deformado...



... llega a cerrar el agujero...

...para constituir un toro sin agujero

Presentación del disco deformado que llega a cerrar el agujero

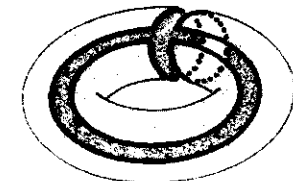


Fig. 8

Esta proposición facilita la teoría de las superficies porque permite atenerse a una teoría de las superficies sin borde.

Algunas superficies exigen ser sumergidas en un espacio de dimensión cuatro para quedar cerradas; vale decir, para que sea

efectivamente realizable, según nuestros principios de montaje, la superficie sin borde que les corresponde. Las superficies que constituyen una excepción son las no orientables; las definimos más adelante.

Si utilizamos al revés nuestra primera proposición principal, podemos pasar por la etapa de una teoría de las superficies con un solo componente de borde (un solo agujero) haciendo corresponder a cada superficie sin borde otra que presente un solo agujero. Esta teoría es intermedia entre la teoría de las superficies sin borde y la teoría de las superficies cuyo borde tiene varios componentes. Con apoyo en esta correspondencia con las superficies topológicas sin borde, abordamos la teoría de las superficies topológicas intrínsecas de cualquier tipo sin presentar mediante el dibujo más que superficies sumergibles que tengan por lo menos un componente de borde. Esta estrategia no debe hacer olvidar la existencia de superficies cerradas (sin borde) irrealizables en un espacio de dimensión tres.

#### $a_+$ - *Invariantes intrínsecos*

Los invariantes<sup>1</sup> intrínsecos permiten a los matemáticos reconocer las superficies topológicas en su identidad, y distinguirlas cuando son desemejantes. Para nosotros, estos invariantes matemáticos ofrecen un interés aún más grande, ya que dan lugar a definiciones reducidas y bien construidas que traducen rasgos notables desde un principio, en los objetos flexibles. Esos rasgos exhiben a veces la dificultad de ser la condensación de varios invariantes. En esta obra discutimos diversos casos de figuras, a fin de poder mantener el modo intuitivo de hablar sin perder rigor, y practicar la traducción en los dos sentidos.

Esta práctica es corriente en la lengua, según que se traduzca un signo lingüístico en otros signos de la misma lengua, en otra lengua o en un sistema de símbolos no lingüísticos. En un momento de alienación extrema, puede suceder que algunos obstruyan esta práctica intentando el uso de frases hechas [*langue de bois*], y es divertido que se nos reproche a la vez prestarnos a ese empobrecimiento de la traducción y desarrollar su práctica intensiva. Para nosotros, no se trata de "reclamar la supresión de expresiones tan engañosas como la salida o la puesta del sol"; puesto que somos de la opinión de Roman Jakobson cuando sigue empleando esa imagería ptolemeica "sin que eso implique el rechazo de la doctrina copernicana, y nos resulta sencillo pasar de

nuestras conversaciones corrientes sobre el sol naciente o poniente a la representación de la rotación de la tierra" ([25], p. 81). Este autor da la razón de este ejercicio, que para nosotros es homólogo a la estructura del lenguaje de acuerdo con la cual no hay metalenguaje. Dice muy simplemente, como lo destacó Freud, que "todo signo puede traducirse en otro signo" y que esa traducción estructura el lenguaje sin hacernos salir nunca de él.

Al final de la Introducción, enumeramos los casos de traducciones de esa naturaleza con que nos encontramos en relación con las superficies. Demos aquí los nombres mejor construidos en la teoría de los conjuntos de esos invariantes de superficies.

Existe en principio la posibilidad de que sean orientadas o no, que corresponde al número de caras; este término es justamente equívoco porque también sirve en matemáticas para designar las caras de un empedrado. Lo mantenemos, sin embargo, en el caso de las superficies biláteras o uniláteras.

Están además el número de borde, el género, el indicador de Euler-Poincaré, el grupo fundamental y el grupo de homología, que apuntalan y ponen orden en la definición del agujero.

Algunos de estos invariantes, como el género, sólo pueden ser definidos para una superficie topológica cualquiera por medio de ese mismo invariante definido para la superficie topológica sin borde correspondiente.

A estas características se les dice invariantes porque son propiedades que no varían en el transcurso de las transformaciones continuas de la topología.

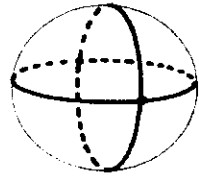
Damos su definición en el capítulo III con un comentario para cada uno de ellos, luego de indicar el alcance del recurso a esos invariantes en la articulación de lo Simbólico y lo Imaginario.

## 2. Elementos de base de la clasificación de las superficies y su modo de composición

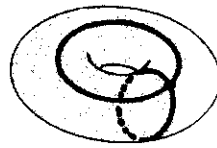
### $a_1$ - *Teorías*

#### • *Primera versión: Teoría de las superficies sin borde*

Se retienen cuatro elementos de base por los que está compuesta una superficie cualquiera. Se trata de las siguientes cuatro superficies sin borde: la esfera, el toro, el espacio proyectivo y la botella de Klein.



La esfera

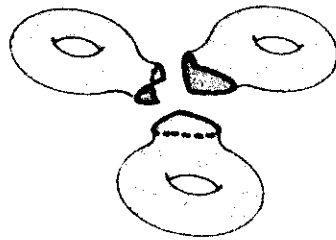


El toro

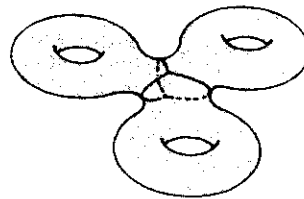
Fig. 9

Para el plano proyectivo y la botella de Klein, que no representamos aquí, véase el Apéndice (p. 303).

Para componer las superficies sin borde a partir de los mencionados cuatro elementos sin borde, se hace un agujero en cada elemento (lo que crea un borde en cada uno de ellos) y se los vuelve a pegar entre sí siguiendo esos bordes, lo que cierra los agujeros.



Tres toros agujereados



El triple toro

Fig. 10

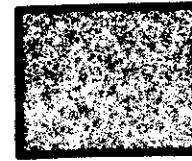
• *Segunda versión: Teoría de las superficies con borde que presentan un solo círculo componente* (agujereadas una sola vez).

1. *Articulación* de la teoría precedente con la que ahora se expone.

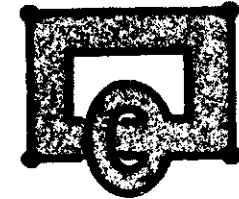
Sobre cada una de las cuatro superficies sin borde de la sección precedente practicamos un agujero (un borde hecho de un solo componente). La esfera provista de un agujero es un disco. El toro provisto de un agujero se llama toro agujereado, y lo presentamos en una encrucijada de bandas. El plano proyectivo agujereado es la banda de Moebius. La botella de Klein agujereada es la 2-banda de Moebius. Estas dos últimas equivalencias se establecerán en el Apéndice (p. 315) a través de diversas representaciones del plano proyectivo, por una parte, y de la botella de Klein, por la otra.

2. *Los elementos de base* de esta teoría y su modo de composición.

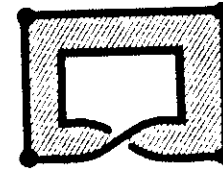
Podemos descomponer una superficie cualquiera que tenga al menos un borde reducido a un solo componente en un montaje de varios elementos, escogidos entre los cuatro siguientes: el disco, el toro agujereado, la banda de Moebius y la 2-banda de Moebius.



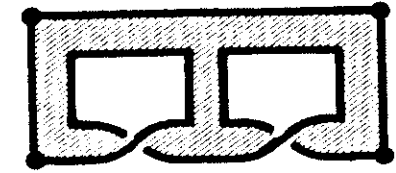
El disco = la esfera agujereada



El toro agujereado



La banda de Moebius = el plano proyectivo agujereado



La 2-banda de Moebius = la botella de Klein agujereada

Fig. 11

Para componer entre sí las superficies con borde, se cosen los elementos con borde que acabamos de citar a lo largo de segmentos de su borde respectivo de acuerdo con nuestros dos principios de montaje.



Dos toros agujereados

El doble toro agujereado



Una banda de Moebius



Un toro agujereado



Una banda de Moebius y un toro con un agujero

Fig. 12

• *Tercera versión: Teoría de las superficies con borde de cualquier tipo* (agujereadas)

1. *Articulación de la teoría precedente con la que se presenta a continuación.*

Las superficies de cualquier tipo que tengan más de un componente de borde se obtienen a partir de las superficies con borde con un solo componente.

La razón es que a una superficie *cualquiera* corresponde una superficie *sin borde*, de acuerdo con nuestra proposición principal. De ello hemos deducido, utilizándola al revés, que a una superficie sin borde corresponde una superficie de *un solo componente* de borde. Ésta corresponde por lo tanto a una *infinidad* de superficies con borde, superficies que son las mismas que aquellas a las cuales corresponde la superficie sin borde que le está asociada.

Los componentes de borde suplementarios son otros tantos agujeros imaginables diferentes. Podemos hacer todos los agujeros imaginables como ruptura de superficie que queramos, es decir, sacar un número cualquiera de pastillas (discos = esferas agujereadas).

En lugar de decir que hacemos agujeros suplementarios en las superficies con un borde que presentan un solo componente, diremos que aportamos elementos suplementarios, cada uno de los cuales es equivalente a un disco agujereado (esfera de dos agujeros = banda de dos caras).

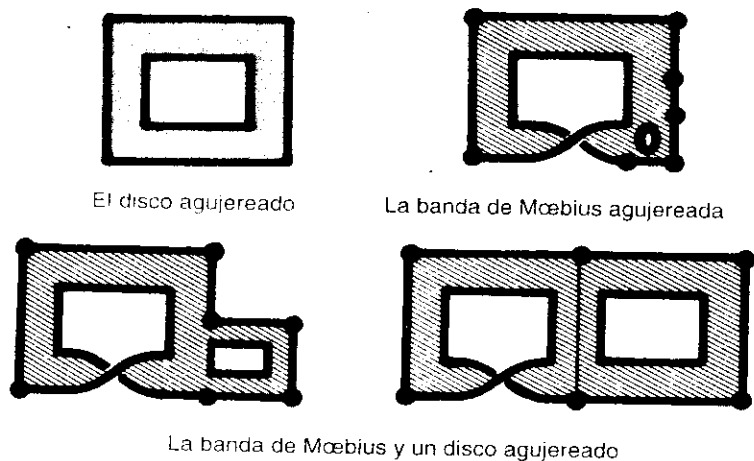


Fig. 13

Hacemos corresponder a la esfera (superficie cerrada) el disco agujereado que tiene dos círculos componentes de borde. Puesto que, a la inversa, la esfera es equivalente a un disco agujereado cuyos dos agujeros se han cerrado.

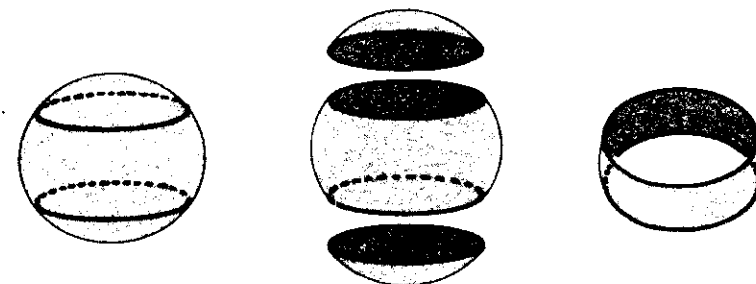


Fig. 14

Así obtenemos una mejor formulación de la teoría de las superficies topológicas con borde de cualquier tipo, en la que volvemos a encontrar la presentación de Griffiths [3].

2. *Los elementos de base de esta teoría y su modo de composición.*

Podemos descomponer una superficie cualquiera que tenga al menos un borde, con la excepción del disco (esfera agujereada), en un montaje de elementos, elegidos entre los cuatro siguientes: el disco agujereado, el toro agujereado, la banda de Möbius y la 2-banda de Möbius.

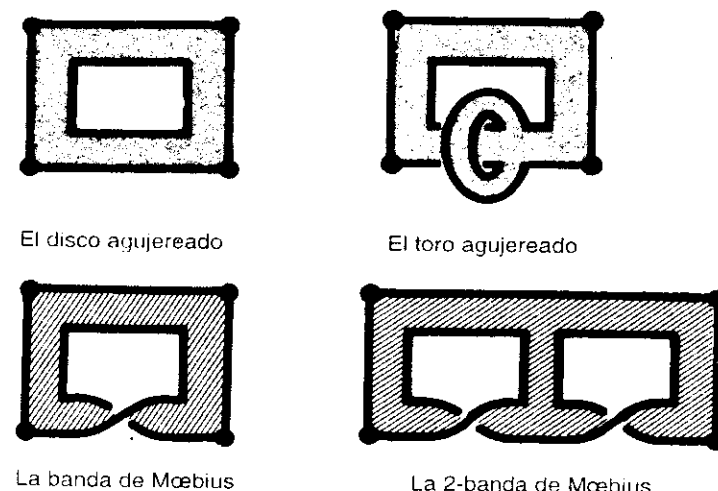


Fig. 15

Componemos estos elementos de base como los de la sección precedente, respetando nuestros dos principios de montaje.

Un compuesto de dos bandas de Möbius equivale a una botella de Klein agujereada, y la botella de Klein equivale a un compuesto de dos planos proyectivos. Podríamos contentarnos con tres elementos de base, dado que uno de los cuatro es ya un compuesto. El teorema principal que sigue dará la razón de la elección de cuatro elementos.

$a_2$  - *Composición desarrollada de los elementos de base*

Podemos utilizar varios elementos semejantes (por ejemplo dos toros para hacer un doble toro).



Fig. 16

No todos los elementos de base se utilizan necesariamente.

Enumeremos algunos resultados. Para las superficies sin borde:

- Un compuesto de dos esferas da una esfera.
- Un compuesto de  $n$  esferas da una esfera.
- Un compuesto de dos toros da un doble toro (también llamado 2-toro; véase antes).
- Un compuesto de  $n$  toros da un  $n$ -toro.
- Un compuesto de dos planos proyectivos da una botella de Klein.
- Un compuesto de tres planos proyectivos da, a primera vista, un plano proyectivo más una botella de Klein; pero también da lugar a la segunda proposición importante de esta teoría.

$a_3$  - *Segunda proposición importante*

$a$  - *Teorema principal*

Para las superficies sin borde:

- Tres planos proyectivos compuestos dan un plano proyectivo más un toro.

- Para las superficies con borde:
- Tres bandas de Möbius compuestas dan una banda de Möbius más un toro agujereado.



Fig. 17

A partir de este teorema no hay que concluir que dos planos proyectivos compuestos entre sí son equivalentes a un toro. Dos planos proyectivos sólo son equivalentes a un toro en presencia de un tercer plano proyectivo. Siempre debe quedar al menos un plano proyectivo cuando reemplazamos el compuesto de dos de ellos por un toro. Puede suceder, por lo tanto, que queden dos planos proyectivos compuestos entre sí. En ese caso, no podemos asimilarlos a un toro. Mostramos ahora, mediante el dibujo, la pertinencia de esos resultados en el caso de las superficies con borde.

Agreguemos el siguiente enunciado recíproco: la composición de un plano proyectivo y de un toro resulta en un 3-plano proyectivo.

Luego, formulemos el teorema más general que se deduce de nuestro teorema principal.

$a'$  - *Teorema general*

Un número impar  $(2n + 1)$  de planos proyectivos equivale a un plano proyectivo más  $n$  toros; un número par  $(2n)$  de planos proyectivos equivale a un 2-plano proyectivo más  $(n - 1)$  toros.

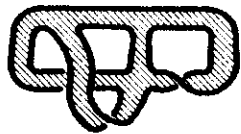
$a''$  - *Mostración del teorema general*

Por medio de diez dibujos, mostramos la equivalencia intrínseca de las dos presentaciones de la figura 17.



A partir del primer dibujo de la figura 17 que presenta tres bandas de Möbius,

desplazamos la ligazón de un breteíl de la superficie; pasa una semitorción y se genera una nueva



Suprimimos el par de semitorsiones que se suceden directamente debido a la primera transformación.



Prolonguemos esta transformación. El mismo bretel se engancha ahora más allá de otra semitorsión, lo que genera una nueva semitorsión en el bretel.



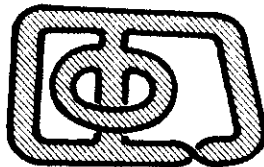
Ahora, hay dos semitorsiones en el bretel que forma parte de nuestra superficie según otro enganche.



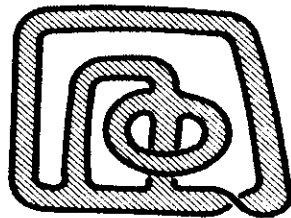
Suprimimos este par de semitorsiones, ya que sólo consideramos esta equivalencia de manera intrínseca.



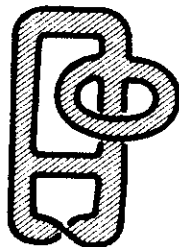
Aquí, una transformación de inmersión de la superficie hace pasar el bretel por encima de otro bretel.



a fin de reducir aún más el modo de atadura de ese primer bretel.



Desplazamos ahora el enlace del bretel torcido, el que incluye la última semitorsión de esta superficie.



Intercambiamos la zona exterior haciendo pasar el bretel torcido por encima de la figura. Esta transformación no crea nuevas semitorsiones.

Fig. 18

### 3. Presentaciones

#### $a_1$ - La gran esfera de Soury

Una superficie topológica *sin borde* es una esfera sobre la cual se enganchan 0, 1 ó 2 planos proyectivos y una multiplicidad de toros, o ninguno.

A una superficie de esa naturaleza pueden agregarse tantos agujeros como se quiera para obtener una superficie con borde.

Una superficie topológica *cualquiera* es una gran esfera provista de cero, uno o dos planos proyectivos (véase el teorema general), una multiplicidad de toros, eventualmente nula, y una multiplicidad de agujeros, o ninguno.

Es posible entonces ajustar una superficie topológica por tres números:

- $p$  : número de planos proyectivos,  $p$  igual a 0, 1 ó 2;
- $q$  : número de toros,  $q$  es un entero positivo;
- $s$  : número de agujeros,  $s$  es un entero positivo.

Una superficie topológica con borde es una gran esfera agujereada (un agujero) provista de 0, 1 ó 2 planos proyectivos, una multiplicidad de toros, eventualmente nula, y una multiplicidad de agujeros *suplementarios* o ninguno. Una superficie topológica *con borde* será indexada mediante tres números,  $p, q, r$ ; este último es el número de agujeros que se agregan al de la esfera agujereada de partida. Es por lo tanto inferior en una unidad al número  $s$  de agujeros de una superficie *cualquiera* ( $r = s - 1$ ).

#### $a_2$ - Los schemas de Griffiths

Siguiendo a Griffiths —al cual hay que remitirse para las demostraciones de los resultados precedentes—, damos una presentación de la teoría de las superficies topológicas con borde (hecho a un lado el disco, equivalente a la esfera agujereada).

Con la excepción del disco, que parece cumplir el papel de un elemento neutro para la composición de las superficies, asociamos a una superficie topológica cualquiera un triplete de números  $(p, q, r)$ , como acabamos de decirlo en la sección precedente, y un schema P.Q.R.<sup>2</sup>

2. Griffiths adopta una correspondencia entre las letras  $p, q$  y  $r$  y las superficies de géneros diferentes que se distingue de la nuestra apenas por una permutación circular.



(0, 0, 2)  
2 discos agujereados = esfera de 3 agujeros



(0, 2, 0)  
2 toros agujereados = 1 doble toro agujereado (el 2-toro agujereado)



(0, 1, 1)  
1 toro agujereado + 1 disco agujereado = 1 toro de 2 agujeros

Fig. 19

El disco agujereado corresponde al número  $r$ , y sirve para contar el número de agujeros además del necesario para nuestra presentación de las superficies mediante el dibujo de los hundimientos de esas superficies.

El número de partes tóricas aparece como otros tantos toros agujereados: corresponde al número  $q$ .

**$a_3$  - Diversos complementos a nuestra presentación de la teoría de las superficies topológicas intrínsecas**

Estos complementos constituyen el aspecto de la teoría que interesa a la mayor parte de las obras de matemáticas que se ocupan de las superficies topológicas. Esas ramificaciones ocultan, cada una a su manera, el rasgo de estructura que queremos subrayar, pero no procuran sino utilizar sus resultados con vistas a tratar diversos problemas generales más clásicos. En razón de ello, podemos calificar de desconocido el rasgo de estructura en cuestión.

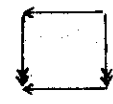
**• Las identificaciones de polígonos esféricos**

Existe otra presentación de las superficies topológicas intrínsecas, en lo sucesivo clásica entre los matemáticos franceses debido a su adopción por el profesor H. Cartan.

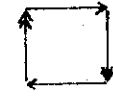
La teoría de las superficies topológicas puede presentarse a partir de la identificación de los segmentos del borde de polígonos planos dotados de una orientación apropiada.



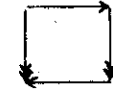
La esfera



El toro



El plano proyectivo



La botella de Klein

Fig. 20

En los próximos capítulos volveremos a encontrar esta presentación de las superficies topológicas intrínsecas y, gracias a nuestra lectura extrínseca, mostraremos su equivalencia con la presentación que hacemos en términos de superficies que tengan al menos un agujero.

**• La teoría de Morse**

La teoría de las superficies topológicas incluye además la teoría de Morse, de la que no nos ocupamos. Hay que señalar que esa teoría seduce a los aficionados idealistas, enamorados de la geometría diferencial, debido a su aspecto, que la acerca a la mecánica clásica y su mayor fineza aparente. Pero nosotros preferimos a ella nuestros ejercicios estructurales a propósito de rasgos invariantes que no tratamos de relacionar con un único dominio estándar, ya sea numérico o algebraico<sup>3</sup>.

**• Las metamorfosis de empedrados de superficies**

De manera más reciente, C. Léger y J.-C. Terrasson agregaron un capítulo importante a la teoría de las superficies topológicas [9]. Tras los pasos de Coxeter, escribieron el juego reducido de las metamorfosis de empedrados de superficies, consumando así la intuición de ese gran matemático. Su resultado puede dibujarse en extensión, mediante agujeros, en nuestra presentación de la teoría de las superficies gracias a nuestra lectura extrínseca de la dimensión, como lo mostramos a partir del capítulo IV con respecto a los agujeros imaginables.

**$a_1$  - Ventajas de nuestra presentación**

Cada superficie que tenga *al menos un agujero* tiene, para nuestra presentación por el dibujo, la ventaja de ser sumergible en  $R^3$ .

Es posible entonces efectuar una presentación de ella sin singularidad (presentación de la cosa misma), que la sitúa en la teoría clásica de las superficies topológicas. El hecho de privilegiar

las superficies que tengan *al menos un componente de borde* permite por lo tanto presentar por un dibujo (schema de Griffiths) cada superficie considerada de manera exacta. Ese schema sustituye a un triplete de números  $(p, q, r)$ , pero podemos leer ese triplete en el schema, y esta presentación puede ser más sencilla para un lector principiante, a quien le falta la intuición de lo que se trata.

• *El caso de las superficies sin borde no orientables, en esas condiciones*

Es cierto, las superficies que tienen *al menos un agujero* no abarcan el conjunto de las superficies que podemos realizar, según nuestros principios de montaje, en un espacio de cualquier dimensión.

Para alcanzar todas las superficies (variedades de dimensión dos) de esta teoría no es necesario ir más allá de la dimensión cuatro. Esta propiedad muestra ya la importancia de la noción de codimensión. Esta noción extrínseca es la diferencia (sustracción) entre el número de dimensión de una variedad y el del espacio en el cual está sumergida.

Algunas construcciones, para dar como resultado una superficie sin borde que respete los principios de esta teoría, sólo se cierran en el espacio de dimensión cuatro.

Se trata de las superficies no orientables, las que implican al menos una banda de Möbius.

En general, las presentaciones de esos casos particulares se efectúan inmergiéndolos en el espacio de dimensión tres, es decir, generando singularidades (de inmersión) que contravienen nuestro segundo principio de montaje. Esas singularidades de inmersión son líneas de puntos múltiples (véase el Apéndice, p. 304).

En cambio, podemos obtener un correspondiente en dimensión tres de toda superficie, realizable con nuestros pedazos de estofa, de acuerdo con nuestros dos principios, en un espacio de cualquier dimensión. *Basta con hacer en él un agujero* utilizando al revés nuestra primera observación principal. Es decir que a cada superficie sin borde corresponde una superficie agujereada que tiene por lo tanto un componente de borde. Podemos sumergirla en dimensión tres mediante un agujero que aceptamos reconocer como una singularidad, pero que no permite creer que se trate exactamente del objeto en cuestión, dado que hay pasaje de una superficie sin borde a una superficie que presenta un borde. Nadie puede admitir entonces que se trate de la misma cosa, a menos que esté confundido.

Esta presentación muestra la diferencia que debe hacerse entre rigor y exactitud. Para ser rigurosos, debemos decir que hay una estructura de superficie sin borde que necesita la codimensión

dos y que las singularidades de inmersión (línea de puntos múltiples) o de sumersión (al menos un agujero) eluden esta necesidad al hacer creer que es posible presentar las superficies en codimensión uno.

En el caso de las singularidades de inmersión, la singularidad permite pensar que la codimensión dos no es necesaria para presentar las superficies sin borde. Tenemos el testimonio de muchos aficionados que toman el cross-cap o el modelo de la botella de Klein por el plano proyectivo o el 2-plano proyectivo. Lo que los perjudica porque confunden una *representación* con la cosa misma. Se encuentran así en una impasse ante la estructura de esta cosa, en provecho de la representación. Esta estructura exige, para ser identificada, al margen de creer captar su objeto —con la mirada, con la mano— bajo la forma de un modelo, realizar en ella algunas acciones efectivas, como permutaciones, trayectos, coloreados (véase el Apéndice, p. 303).

En el caso de las singularidades de sumersión, aquí preferidas, no pretendemos tratar en codimensión uno las superficies sin borde; respetamos con ello la necesidad de la codimensión dos para las superficies sin borde. Por medio del agujero imaginable como ruptura de superficie, eliminamos las singularidades de inmersión que contradicen la definición de las superficies de nuestra presentación, dentro de la cual permanecemos, sin tener pretensiones de exhaustividad. Procedemos de tal forma porque esta presentación lleva en su seno una formulación de la teoría de las superficies que subraya el rasgo de estructura del que queremos dar cuenta. Para alcanzar la totalidad del ámbito abarcado por la teoría de las superficies topológicas, nos vemos obligados a especificar lo que hacemos gracias a las sumersiones de superficies con borde.

Puede parecer paradójico queelijamos una presentación que da representaciones exactas, mientras que por otra parte insistimos en las condiciones necesarias para la definición de una categoría de objetos. La paradoja se resuelve cuando decimos que hay que elegir entre esos dos puntos de vista y no desconocer ninguno.

#### 4. Conclusión

Asociamos a cada superficie con borde un schema de Griffiths, llamado P.Q.R., que corresponde, a partir de nuestros cuatro elementos de base, al triplete  $(p, q, s)$  de números reconocido por Soury, habida cuenta de que  $r = s - 1$ .

Demostremos algunos ejemplos.



$$p = 1, q = 2, r = 2$$



$$p = 2, q = 1, r = 1$$

Fig. 21

Como lo señalábamos al comienzo de este capítulo, de hecho no hay más que tres elementos de base: es por eso que en esta notación se trata de un triplete. Pero queda una diferencia entre número par y número impar de planos proyectivos, de acuerdo con lo que se deduce del teorema general. Así se comprende que hablemos de cuatro elementos de base.

No hay que olvidar que, según el teorema general de esta teoría, el caso  $p = 3, q = 1, r = 2$ , se convierte en  $p = 1, q = 2, r = 2$ .



$$p = 3, q = 1, r = 2$$



$$p = 1, q = 2, r = 2$$

Fig. 22

Puesto que  $p$  siempre puede reducirse a 1 ó 2, dado que podemos sacar bandas de Möbius por pares (aquí un par) y reemplazarlas por tantos toros agujereados como pares de bandas de Möbius se han sacado (aquí un toro agujereado, o sea una parte tórica agujereada).

El caso  $p = 4, q = 0, r = 1$  se convierte, de acuerdo con el teorema general, en  $p = 2, q = 1, r = 1$ .



$$(4, 0, 1)$$



$$(2, 1, 1)$$

Fig. 23

Así puesta en sus grandes líneas la teoría de las superficies topológicas, volvemos a la presentación de los invariantes que permiten reconocer una misma superficie a través de presentaciones (montajes) diferentes, y distinguir las superficies que no son idénticas.

A continuación, proseguiremos con el abordaje de una preocupación antigua y esencial para esta teoría, un poco descuidada debido a su consumación. Nos referimos a la cuestión de los cortes que pueden practicarse en esas superficies. Como lo muestran los invariantes, los trayectos efectuados en la superficie de esos montajes de pedazos de estofa producen separaciones (no conexidad) características de la estructura de esas superficies. Esto permite seguir al doctor Lacan en sus juegos de dimensiones, cuando dice que la superficie es corte (*Radiophonie*, p. 70; «32»; *L'Étourdit*, p. 27).

Los capítulos siguientes se ocuparán, en cada caso elemental, de las diferentes presentaciones posibles de esos montajes de estofas, y de los cortes (superficies) que podemos efectuar en ellas.

### Capítulo III

## El nacimiento del juego

### Invariantes

#### SEMITORSIÓN Y NÚMERO DE BORDE LOS OTROS INVARIANTES

Los invariantes son a primera vista lo que la antigua geometría llamaba propiedades características. Son los indicadores o los rasgos característicos que se conservan a través de las transformaciones topológicas y permiten, por lo tanto, en circunstancias diversas y hasta sorprendentes, identificar y distinguir los objetos independientemente de las apariencias. De modo tal que tienen en primer lugar una función comparable a la de los indicadores coloreados, muy conocidos en química elemental.

Desde un principio damos un ejemplo de un análisis estructural de esa naturaleza en el caso de un problema aparentemente elemental, pero los invariantes tienen para nosotros una función suplementaria.

Con respecto a ellos, la noción de cifra de identificación, asociada a los seres topológicos estudiados, es engañosa dado que ninguna necesidad exige que sean numéricos. En vez de cifrado, preferimos el término de traducción o transposición (*Umsetzung*). Ya en la geometría euclidea la medida es un invariante. Su carácter numérico no debe confundirnos, pero aún representa una dificultad. La medida enmascara que se trata de relacionar los objetos con otros objetos: aquí, los objetos geométricos con números. Que estos últimos estén incluidos en un espacio tan estándar nos importa menos. La primera originalidad de la topología algebraica sigue siendo que nos invita a hacer corresponder a los objetos topológicos unos objetos algebraicos, por ejemplo los grupos.

Para nosotros, el interés de este procedimiento no reside en la transposición integral y biunívoca de una categoría de objetos, cuyo manejo es poco habitual, a otra categoría de objetos mejor conocida. A ese punto de vista, preferimos una diversidad de traducciones locales, efectuadas en varios sentidos. Esta práctica permite anudar varios registros mediante la traducción y, en vez de una unificación totalizadora, llegamos a una consumación que da razón. Ésta consiste en recoger su fórmula por el ceñimiento de un agujero así delimitado. Contrariamente a la idea de que la imaginación desborda la conceptualización, en topología asistimos a un desborde de la imaginación por la estructura, mucho más rica.

A partir de invariantes intuitivos a los que parece que cualquiera puede recurrir, la matemática efectúa una reducción abordando

el campo de los objetos topológicos. Esa reducción confirma los invariantes intuitivos en lo que éstos querían decir, y los libera de confusiones. Establece la coherencia de dos campos diferentes pero cada uno de ellos consistente. A este respecto, siempre volvemos al ejemplo de la escritura japonesa. ¿Qué decir de su trabajo, si el chino arcaico, al cual se refiere, no hubiera sido una lengua constituida? Pero su virtud sigue estando en la doble lectura, como para nosotros aquí, en psicoanálisis, con la topología.

La dificultad de la topología se hace evidente cuando se sabe que para el matemático esos invariantes deben poder construirse dentro de las matemáticas en el lenguaje de la teoría de los conjuntos desde hace un siglo. En matemáticas, los invariantes son conjuntos construidos a partir de la definición conjuntista de las variedades estudiadas, preservadas por las transformaciones. Conducen a una teoría del objeto, y sabemos que este procedimiento no deja de producir algunos efectos intratextuales debidos a la traducción. Esta cuestión constituye el objeto del Apéndice de nuestro fascículo de resultados nº 1.

No estableceremos aquí la secuencia de construcción de esos invariantes hasta reducirlos a puras ficciones conjuntistas, ya que los presentaremos en un juego de abreviaturas adecuadas y suficientemente bien construidas. Esta práctica puede prolongarse con más fineza en el caso de los matemáticos a los que debemos la escritura subyacente a nuestras construcciones.

No creemos que los medios mnemotécnicos, a los que se recurre en el uso, sean mero trucos. Por otra parte, en el ejercicio de un paso de danza, la fragmentación, necesaria para el aprendizaje, se borra en beneficio del estilo.

En tercer lugar, esos invariantes dependen no sólo de la entidad estudiada sino también de las transformaciones que definen el espacio en el cual ésta se pone a prueba. La influencia del contexto sobre esas combinaciones de letras que son los invariantes es, con mucho, la función más importante para situar las ficciones freudianas como lo son las entidades matemáticas, e indicar el registro de materialidad de la dinámica de la estructura.

Lo que precede esboza la explicación del hecho de que la práctica del psicoanálisis determine su clínica. Planteamos que no hay clínica sin una ética, y que ésta es el bien decir en el análisis. Comenzamos entonces a mostrar en qué sentido la clínica depende de la práctica, que es por su parte traducción y consecuencia de la doctrina que uno se hace del análisis a partir de Freud. Se deduce de ello que no por ser el fetiche el invariante de la perversión y el objeto de una fobia el invariante de una neurosis, pueden servir como índices para identificar personas, puesto que se trata ya de sujetos divididos en la estructura. Y el famoso término de psicótico,

cuyo empleo se difundió entre algunos para designar a su Otro, no tiene por invariante el mal comportamiento en la mesa. La foreclosure es un defecto en la práctica de traducción de los objetos y los invariantes entre sí coagulados como en una holofrasis.

El ejercicio que se presenta a continuación nos muestra el uso de un rasgo característico que sustituye a lo que constatamos por la apariencia. Este ejercicio inaugura la discusión de ese nuevo invariante intuitivo que es la semitorsión de estofa. La prolongaremos hasta el final del capítulo VIII. Este ejemplo muestra la diferencia entre el empleo nefasto de la noción de forma y, en oposición, la ventaja de nuestro recurso al bosquejo de un lenguaje de categorías acompañado de invariantes.

### 1. Las semitorsiones aparentes de los breteles y el número de borde

Llamamos *bretel* en sentido estricto a un pedazo de estofa compuesto por dos de sus segmentos (aristas) separados, con otra estofa sobre *un solo componente* de borde de ésta.

Llamaremos *punte* a un mismo pedazo de estofa cuando sus dos segmentos de composición están sobre *dos componentes* de borde distintos.

Una superficie de borde presenta más o menos semitorsiones sobre los *breteles*.

Sabemos ahora que, de manera intrínseca, tiene 0, 1 ó 2, pues los breteles que contienen semitorsiones puede reducirse por pares con la condición de que haya por lo menos una de más.

De manera intrínseca, no hay semitorsión sobre los puentes. El único elemento que presenta un puente es el toro agujereado.

De manera extrínseca, pueden agregarse tantas semitorsiones por pares sobre un mismo *bretel* o sobre un mismo *punte* como se desee. Esto se deduce de los dos capítulos precedentes.

Planteemos un problema exclusivamente con respecto a los breteles: consiste en decidir si las semitorsiones que pueden producirse durante la construcción extrínseca de una superficie, por el añadido de *breteles* únicamente, son semitorsiones efectivas, o no, en lo intrínseco, ya que puede suceder que algunas de ellas no sean más que aparentes, y esto, de otro modo que en el caso de los pares de semitorsiones que se borran de lo extrínseco a lo intrínseco.

Damos un ejemplo de esta existencia intrínseca aparente de una semitorsión a partir de la siguiente superficie.

1. *Notes*, fascículo de resultados nº 0, Apéndice.

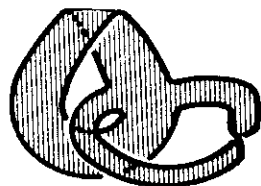
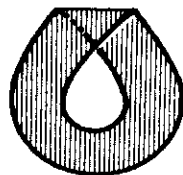


Fig. 1

Podemos describir esta superficie como una banda de Möbius provista de un bretel que presenta una semitorción. Esta descripción no es unívoca, pero el hecho de que exista nos basta para seguirla, como protocolo de montaje y desmontaje, y llegar en todos los casos a una conclusión.



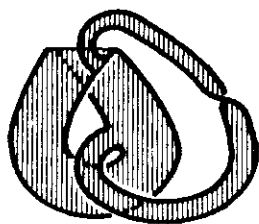
Una banda de Möbius



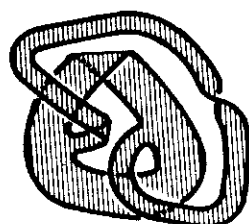
Un bretel

Fig. 2

La banda de Möbius no tiene más que un único componente de borde. Ese pedazo de superficie, por lo tanto, se agrega claramente a esta superficie por una composición realizada en dos sitios de un mismo componente de borde. Se trata de un bretel y no de un puente. Mostremos mediante deformaciones de la topología del espacio en el cual está sumergida esta construcción —extrínsecas entonces—, que esa semitorción no es sino aparente, tanto en lo extrínseco como en lo intrínseco.



Desplazamos el segmento en el que se compone el bretel con la banda de Möbius



El pasaje del pliegue de la banda de Möbius hace aparecer una semitorción suplementaria

Aproximamos las dos semitorciones de el bretel y retraemos éste a fin de hacer aparecer un rizo

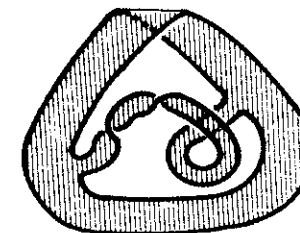


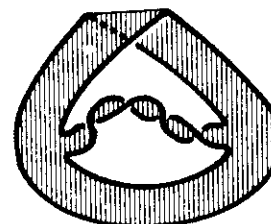
Fig. 3

Intermedio:

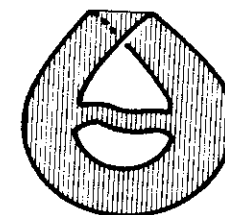


Fig. 4

en el que mostramos que un rizo tal vale por dos semitorciones, cosa que se ve si seguimos las disposiciones mutuas de los dos elementos de borde independientemente de la superficie.



Las cuatro semitorciones presentes en este bretel son inversas dos a dos; por consiguiente, se anulan mutuamente



y se verificarán con ello que no hay semitorción efectiva en este bretel

Fig. 5

En su obra, la más cercana a nuestra presentación de las superficies topológicas, Griffiths [3] formula el problema de la identificación de las torsiones (aquí las llamamos semitorciones) en la página 33, en el caso de un montaje de superficie original. Al respecto, muestra que el bretel, en apariencia sin semitorción en ese dibujo, incluye una efectiva de manera intrínseca.

Mostrémoslo en la misma presentación.

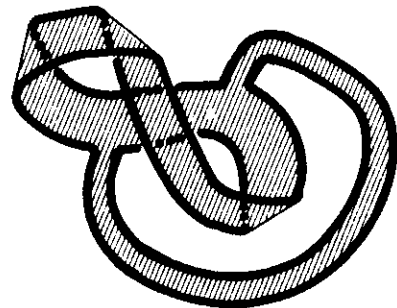


Fig. 6

En esta identificación, no podemos, por lo tanto, fiarnos de la forma que presenta la superficie para contar el número de semitorciones efectivas. Es preciso que hallemos un rasgo característico de la presencia o ausencia de una semitorción semejante y que sea invariante para las transformaciones topológicas.

En el caso preciso de la ausencia o la presencia de una semitorción en un bretel adjunto a una superficie, la variación del número de borde constituye ese rasgo (véase capítulo I, p. 69).

Desarrollamos el razonamiento con respecto a una descripción escogida del montaje de la superficie. Esta descripción no es unívoca, pero una cualquiera, que presente la superficie como un montaje de breteles sucesivos, dará siempre el mismo resultado final. A propósito de las otras descripciones, el cálculo de invariantes determinará la identidad de esta superficie y podremos mostrar la equivalencia mediante un cambio de presentación.

Basta con hacer notar la correspondencia rasgo a rasgo, en un caso simple, para formularse el principio sobre el cual se basa el razonamiento. Su demostración compete a un cálculo más amplio que no damos aquí.

Consideremos la situación muy simple de un disco.



Fig. 7

Si añadimos un bretel sin semitorción sobre un mismo componente de borde de un montaje de superficie ya existente (Griffiths

llama, a tal bretel, oreja no torcida), comprobamos aquí que esta construcción genera un nuevo componente de borde:  
 $(b = 1 \rightarrow b = 2) = (0 \text{ semitorción})$ .



Fig. 8

Si agregamos un bretel que presente una semitorción en un mismo componente de borde de un montaje de superficie ya existente, comprobamos que eso no genera un nuevo componente del borde:  $(b = 1 \rightarrow b = 1) = (\text{una semitorción efectiva})$ .

Demos un criterio seguro. Si  $S$  es una superficie, plana o no, y  $B$  un bretel agregado a  $S$  como corresponde, se calificará a  $B$  de *torcido o alabeado*, vale decir, que presenta una semitorción efectiva, si y sólo si la superficie  $S$  y la superficie  $S + B$  tienen el mismo número de borde.

Esta observación basta para decidir sobre el carácter aparente o efectivo de la semitorción en el ejercicio que hemos dado.

Verifiquemos que se trata de la solución de nuestro problema en el caso del ejemplo ya resuelto antes mediante un cambio de presentación.

Para la descripción elegida (figura 2), había un componente de borde para la banda de Möbius.

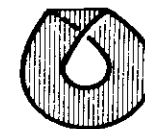


Fig. 9

Hay dos de ellos en el montaje obtenido.

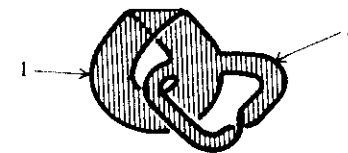


Fig. 10

Por lo tanto, no hay semitorción efectiva en el bretel agregado.

Contamos los componentes de borde, el número de borde, gracias a un coloreado del borde en el que cambiamos de color cada vez que volvemos al punto de partida. Hay tantos componentes de borde como colores utilizados.

## 2. Superficies orientables, superficies no orientables

Ya hemos hablado de esta característica de las superficies en el capítulo I. Se trata de la segunda gran separación, luego de la distinción entre las superficies con borde y las superficies sin borde, que es preciso hacer para orientarse en las superficies topológicas.

Las estofas que tienen dos caras se llaman, de manera manifiesta, biláteras; son, en el sentido de una mejor construcción que reduce esta noción, orientables de la manera en que vamos a exponerlo. El lector puede retener que en nuestros dibujos se colorean mediante dos tramas contrastadas.

Las estofas que no tienen más que una sola cara se llaman, de manera igualmente aproximada, uniláteras; la buena definición de ese dato conduce a llamarlas no orientables. El coloreado de sus dibujos mezcla los dos colores: son por lo tanto monocromos.

Volvamos a la muy discutible noción de cara en el contexto de la teoría de la dimensión.

No rechazaremos ese término, sin embargo, en el uso manifiesto en que sirve para designar las dos caras de un disco, cuando uno quiere ponerlo del otro lado, o de una moneda, cuando se tira a cara o ceca. No obstante, ya hemos dicho que se opone al uso exclusivo de ese término en matemáticas, puesto que ésta lo reserva para designar las caras de un empedrado.

Podemos definir las dos caras de un pedazo de superficie mediante dos flechas opuestas, cada una de ellas perpendicular a este elemento de superficie.

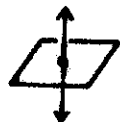


Fig. 11

De estas flechas se dice que son normales a la superficie. No participan de ésta, están afuera, por estar unidas a ella sólo por un punto. Es una noción extrínseca.

Como nuestro pedazo de superficie va a integrarse a un montaje en un empedrado de superficie como una cara de ese empedrado, estamos en condiciones de definir de manera extrínseca las dos

caras distintas de la cara de un empedrado. Esto no tiene nada que ver con la teoría de las superficies topológicas intrínsecas, y no hace más que traducir la noción de cara que recubrimos con una capa de color en nuestros dibujos. Nuestros coloreados, y por eso mismo nuestros dibujos, son en sí mismos, por lo tanto, de un aspecto extrínseco.

Ya podemos delimitar la razón que hizo calificar de monstruosos los montajes de superficies que no presentan más que una sola cara. Para estar bien armada, la teoría de las superficies topológicas debe partir de los pedazos de superficie esféricamente presentables en los que las dos normales se definen y se distinguen claramente como opuestas. La involución que se produce en ciertos montajes particulares puede tener sorpresas, sobre todo para quien piensa exclusivamente de manera esférica.

Digamos en estos términos qué son los estofas biláteros y uniláteros.

Si ninguna transformación de una de esas flechas (vectores) normales a la superficie de un montaje la lleva a superponerse a su inversa, la superficie es en su conjunto bilátera: tiene dos caras.

Si, al contrario, como en la banda de Möbius, un desplazamiento de una de las flechas logra que se la confunda con su inversa, la superficie es no orientable, unilátera: se dirá que no tiene más que una cara. Mostramos una transformación semejante en la superficie de la banda de Möbius.

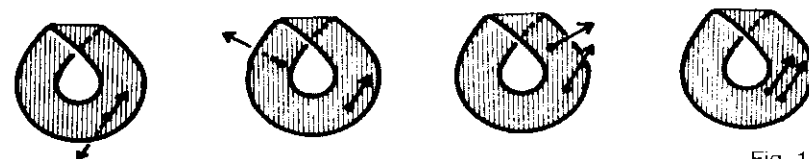


Fig. 12

Pese a su impropiedad y con estas precisiones, en nuestros dibujos seguiremos reemplazando esta noción de normal (flecha perpendicular al pedazo de superficie) por coloreados, y seguiremos hablando de caras.

En cambio, esto no significa que debamos ahorrarnos una buena definición de aquello a lo que corresponde la distinción entre superficies biláteras y superficies uniláteras. Hablemos ahora de las superficies topológicas intrínsecas orientables y no orientables.

Decir que una superficie es orientable es decir que podemos definir en ella una orientación y una orientación inversa, de tal manera que *no podamos* pasar de una orientación a su inversa por una transformación de la topología.

Demostremos un ejemplo de una orientación tal gracias a un par de vectores en la superficie de una banda que presenta dos pliegues, como puede suceder en un pedazo cualquiera de superficie.

Eso dos vectores, considerados en un orden dado, definen un ángulo orientado en la superficie. Este ángulo se anota mediante el par  $(x, y)$ , una notación para la orientación de la superficie.

La orientación inversa es la lectura del ángulo inverso  $(y, x)$ .



Aquí tenemos una elección de orientación en la superficie de nuestra banda; la hacemos deslizarse hacia arriba y salvar el pliegue

Fig. 13

Donde vemos que la dificultad reside en el pasaje de los pliegues. En efecto, es en ese momento cuando es deseable formularse una política precisa sobre aquello en que se convierte la orientación del par de vectores.



El par de vectores se desliza hacia arriba



y llega, de manera continua, hasta la línea de pliegue



Comienza a pasarla al mismo tiempo que se mantiene solidario de la superficie luego de superada la línea

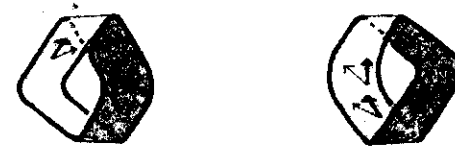


Sigue desliziándose

Fig. 14

Un par de vectores pasa un pliegue: sufre una simetría y una rotación en el plano del dibujo. Pero sigue siendo idéntico a sí mismo en la topología de la superficie.

Después de haber examinado esta dificultad, retomamos nuestra transformación.



La marca móvil se dirige hacia abajo y pasa un segundo pliegue para volver a su punto de partida

Fig. 15

En la superficie de esta banda de dos pliegues, ningún desplazamiento del primer par de vectores permite llevarlo a superponerse con el par de vectores que sería su inverso.

Tras haber definido dos orientaciones inversas por ejemplo dos pares de vectores inversos en la superficie de la banda de Möbius, decir que una superficie es no orientable es, al contrario, poder transformar el primer par en el segundo mediante un desplazamiento continuo en la superficie de la banda o, para decirlo de otra manera, llevarlos a superponerse.

Esto es posible en el caso de la banda de Möbius. He aquí un desplazamiento del par  $(x, y)$  que, habida cuenta del ángulo que forman, llegará a coincidir con el par  $(y, x)$ . Las dos orientaciones inversas del ángulo se superponen.

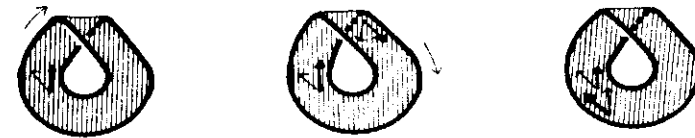


Fig. 16

Nuestra discusión de la noción de cara de un estufa, de los términos aproximados de bilátero y unilátero y de los bien construidos en matemáticas, orientable y no orientable, nos permite establecer firmes correspondencias entre ellos. Hablar del número de caras es hablar de una manera extrínseca y manifiesta de la orientación intrínseca de una superficie. De una superficie de dos caras puede decirse que es bilátera u orientable, mientras que a una superficie no orientable puede calificársela de unilátera por no tener más que una sola cara.

El carácter orientable o no orientable de las superficies separa su multiplicidad en dos partes. De tal modo, la esfera y los multitoros son biláteros; el espacio proyectivo y sus compuestos son uniláteros.

La posibilidad de estar orientadas o no, con los cuatro invariantes aritméticos y algebraicos de los que nos vamos a ocupar a continuación, permite identificar y distinguir las superficies. Estos cuatro últimos invariantes no bastan por sí solos, porque para dos

superficies diferentes pueden ser los mismos; en ese caso es el carácter bilátero o unilátero el que, coordinado con ellos, evita la confusión.

### 3. Presentación de los invariantes intrínsecos de las superficies topológicas

Al margen del hecho de ser o no orientables (número de caras), hay dos invariantes aritméticos principales: el indicador de Euler-Poincaré y el género de una superficie topológica. Además, dos invariantes algebraicos: el grupo fundamental y el grupo de homología.

Comencemos por presentar el indicador de Euler-Poincaré.

#### $a_1$ - El indicador de Euler-Poincaré

Es el primer invariante que da una verdadera caracterización de cada superficie. Es una generalización de la fórmula de Euler, ya conocida por Descartes [33], la llamada fórmula de los poliedros.

En un poliedro convexo, agregado de pirámides (tetraedros), la suma de los vértices menos la suma de las aristas más la suma de las caras<sup>2</sup> es igual a 2.

Si consideramos  $S$  la suma de los vértices,  $A$  la de las aristas y  $F$  la de las caras, la fórmula de Euler para un poliedro convexo se escribe así:  $S - A + F = 2$ .

Demos el ejemplo del tetraedro,  $S = 4$ ,  $A = 6$ ,  $F = 4$ .



Fig. 17

Para seguir la generalización de ese resultado bajo el nombre de indicador de Euler-Poincaré, señalemos que en topología un poliedro convexo es una esfera construida como un montaje de triángulos exclusivamente (triangulación de la esfera o esfera triangulada).

<sup>2</sup> Aquí las matemáticas conservan la palabra, contrariamente al uso que hacemos de ella a propósito de la orientabilidad. Se trata de los triángulos delimitados por las aristas, nuestros pedazos de estofa del comienzo.

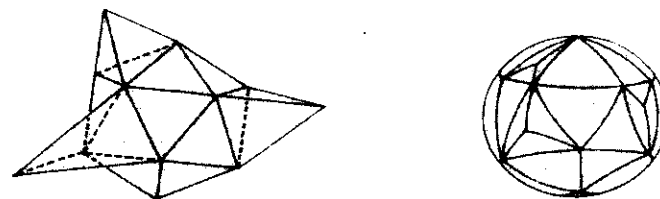


Fig. 18

La fórmula para un recorte de la esfera en triángulos (una triangulación dada), si llamamos  $E(S)$  al indicador de Euler-Poincaré, se convierte en

$$E(S) = S - A + F,$$

en donde  $S$  es el número de puntos en la triangulación (vértices de los triángulos),  $A$  el número de aristas de los triángulos mutuamente cosidos y  $F$  el número de triángulos. Cada vértice y cada arista, aunque comunes a varios triángulos, sólo se cuentan una sola vez.

La fórmula de Euler para los poliedros convexos nos dice que el resultado es  $E(S) = 2$ . Pero será diferente para las superficies no esféricas. Si construimos cada superficie con la ayuda de triángulos o si, a la inversa, descomponemos cada superficie en fragmentos triangulares, podemos tratar de calcular el valor de la expresión  $E(S) = S - A + F$ . Ese número es constante para una triangulación cualquiera de la superficie considerada.

Veamos el ejemplo del toro y el cálculo de su indicador de Euler-Poincaré a partir de una triangulación dada.

$$S = 1, A = 3, F = 2 \\ E(S) = 1 - 3 + 2 = 0$$



Fig. 19

El indicador de Euler-Poincaré puede obtenerse mediante un recorte o una construcción de las superficies según otros tipos de fragmentos que los triangulares. Esos empedrados de la superficie deben admitir de todas maneras caras que sean porciones de esfera. Cualquier fragmento de superficie (disco cuyo borde está provisto de un vértice por lo menos), como en nuestra definición, da el resultado obtenido a partir de triángulos.

Ese número, el indicador de Euler-Poincaré, es constante para cada superficie del mismo género, esto independientemente de la fineza de la triangulación. La razón de ello puede darse para cada superficie, así como en el caso de la esfera, si se procede por refinamiento en la triangulación o por desbaste de cualquier descomposición. Estas operaciones, en el curso de las cuales se

conserva el resultado, consisten en el agregado o la quita de vértices, aristas y caras.

Veamos un ejemplo a partir del tetraedro sumergido en la esfera (figura 11).  $E(S) = 4 - 6 + 4 = 2$ . Agreguemos una arista entre dos vértices, éstos mismos agregados sobre aristas distintas.



Fig. 20

En ese caso de figura, una cara da lugar a dos; hay una arista de más y dos aristas se dividieron en dos; se añaden dos vértices.  $S$  aumenta en 2,  $A$  en 3 y  $F$  en 1. Calculemos la secuencia de esas variaciones sobre el indicador, o sea  $2 - 3 + 1 = 0$ . El indicador  $E(S)$  no cambia porque el efecto del refinamiento de la triangulación es nulo,  $E(S) = 6 - 9 + 5 = 2$ .

Varias superficies diferentes pueden tener el mismo indicador de Euler-Poincaré. Así, pues, hay que acompañar este invariante con algunos otros, por ejemplo el número de borde y la posibilidad de orientación, para identificar o distinguir superficies sin ambigüedad.

Desde Clérambault, el erotismo ligado a las telas o las estofas provoca un interés que nos parece justificado si sabemos vincularlo con la escritura. Ese indicador de cada superficie se calcula al trazar grafos, nudos y cadenas consistentes en las superficies topológicas. No es sólo que la superficie calcula sino que se ofrece a un cálculo cuya intuición parece posible que tengamos. Una obra reciente se consagra a tales variaciones de lo imaginario del cuerpo a la escritura [20].

### $\alpha_2$ - El número de borde

Este invariante es muy importante, por lo que nos vimos obligados a ocuparnos de él ya en el capítulo I, y sobre todo en el capítulo II. Corresponde al número de esferas agujereadas en los schemas de Griffiths, aumentado en una unidad.

Bien construido, este invariante permite abordar agujeros imaginables. No lo retomamos aquí, ya que ahora definiremos invariantes que delimitan la definición de otro tipo de agujero especificado por el agujero tórico, que no presenta borde.

### $\alpha_1$ - El género

El género es el invariante más original de la teoría de las superficies topológicas intrínsecas. Es un refinamiento de la noción de dimensión. Todas las superficies son de dimensión dos, localmente equivalentes al plano. Lo cual significa decir también que una superficie puede ser fragmentada por un objeto de dimensión uno, una línea, un trayecto consistente en la superficie (corte). Con ello no hacemos más que recordar la definición inductiva de la dimensión, dada en la Introducción (p. 15).

El género de una superficie indica un número de esas líneas de corte. Algunas de éstas se particularizan por el efecto de fragmentación de la superficie que generan. Según haga falta un número más o menos grande de cortes para obtener la separación de la superficie en dos partes disjuntas, se dirá de las superficies que son de géneros diferentes.

El género de una superficie cualquiera es igual al género de la superficie sin borde que está asociada a ella, de acuerdo con nuestra primera proposición importante, formulada en el capítulo II.

El género de una superficie sin borde es el número *máximo* de cortes cerrados que pueden efectuarse en esa superficie *sin tener la seguridad* de recortarla en fragmentos *disjuntos*. Para un número inferior al del género, no estamos seguros del efecto del recorte; para un número superior, estamos seguros de que la superficie está disjunta.

Consideremos algunos ejemplos para mostrar el alcance de estas propiedades de conexión de las superficies.

Sobre un pedazo de superficie, un círculo genera siempre una disyunción.



Fig. 21

Al estar las superficies compuestas de pedazos, esta desconexión puede producirse siempre en cualquier superficie. Mediante una línea, en todo momento podemos recortar una superficie en dos pedazos separados.

El número dado por el género no nos indica las condiciones de disyunción de una superficie, dado que, como acabamos de decirlo, ésta siempre es posible; el género, empero, nos dice a partir de qué rango se producirá necesariamente esa disyunción.

También podemos inferirlo del género de los pedazos obtenidos.

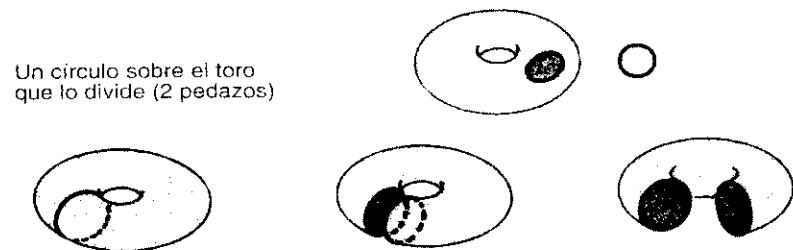
En la superficie de una esfera, sólo pueden trazarse círculos. Se dice que la esfera es de género 0, lo cual indica el número máximo de líneas que pueden trazarse en ella sin dividirla de manera segura.



Fig. 22

Decir que una esfera es de género 0 es decir que una línea la divide de manera segura.

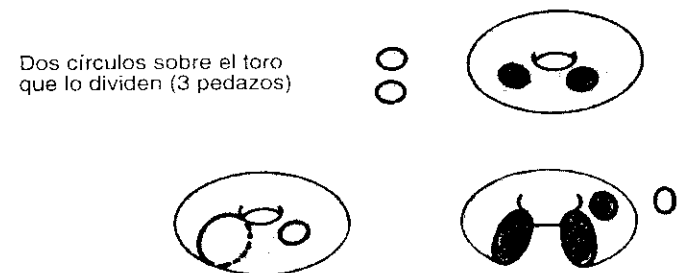
Sobre el toro, puede ser que una línea que dibuje un círculo como en el caso anterior divida la superficie, pero también puede suceder que el círculo recorte el toro dejándolo de una sola pieza.



Un círculo sobre el toro que no lo divide

Fig. 23

En cambio, dos círculos trazados sobre la superficie del toro, cualesquiera sean, con la condición de que no coincidan, lo dividen forzosamente. El toro, por lo tanto, es de género 1; mostrémoslo a través de tres dibujos.



Dos círculos sobre el toro que lo dividen (2 pedazos)



Dos círculos sobre el toro que lo dividen (2 pedazos)

Fig. 24

Un poco de práctica con el toro permite advertir rápidamente que aquí se trata del conjunto de las diferentes maneras de sumergir dos círculos disjuntos en su superficie. En cada caso hay separación: al menos un pedazo se desglosa.

Pasemos una vez más al doble toro en el que, desde luego —y como siempre—, un solo corte puede dividir su superficie, y no únicamente el primero que presentamos (el que recorta una pastilla) sino también éste.



Fig. 25



En cambio, tres cortes, cualesquiera sean, con la condición de no coincidir (de no tener intersección), recortan necesariamente el toro de tal modo que lo dividen. El doble toro es de género 2.

He aquí un ejemplo extremo de tres cortes que dividen el doble toro en dos esferas de tres agujeros.



Fig. 26

Podemos presentar el cuadro del género de las superficies topológicas biláteras. Son la esfera y los multitoros.

Superficies:	Esfera	Toro
Géneros:	0	1
		

Superficies:  
Géneros:

Doble toro  
2

n-toro  
n



Fig. 27

Para abarcar el conjunto de los elementos de la teoría expuesta en el capítulo anterior, damos el género de las dos superficies no orientables que son el plano proyectivo y la botella de Klein.

El género del plano proyectivo es 1 porque dos cortes dividen forzosamente su superficie, como lo veremos en el capítulo VII. En el capítulo VIII nos ocuparemos de la botella de Klein, que es de género 2.

El 3-plano proyectivo es de género 3; pero ¡cuidado! los géneros no se suman cuando se componen los elementos de superficie. Un compuesto de una banda de Möbius (género 1) y un toro (género 1) no es de género 2 sino de género 3, ya que nuestro teorema principal nos indica que esta composición es también equivalente a un 3-plano proyectivo.

El género, como el indicador de Euler-Poincaré, no basta por sí solo para caracterizar una superficie. Aquí hay que distinguir entre las superficies uniláteras (no orientables) y biláteras (orientables), distinción invariante de la que ya nos hemos ocupado.

Hay una correlación muy simple entre el género y el indicador de Euler-Poincaré, pero sólo vale para las superficies orientables sin borde:

$$E(S) = 2 - 2G(S),$$

en donde  $E(S)$  es el indicador de Euler-Poincaré y  $G(S)$  el género de la superficie.

Esta fórmula puede establecerse por recurrencia y verificarse por la serie de los resultados en el caso de las superficies de géneros más simples.

En el caso de las superficies orientables con borde, existe además una correlación complicada por el número de borde.

Recordemos que estos dos invariantes definidos para las superficies sin borde y orientables pueden serlo para las con borde de cualquier tipo.

El género de una superficie cualquiera es igual al género de la superficie sin borde asociada a ella, de conformidad con nuestra primera proposición importante formulada en el capítulo II (p. 80):

$$G(S) = G(S'),$$

en que  $S$  es la superficie considerada y  $S'$  la superficie sin borde asociada a ella.

El indicador de Euler-Poincaré de una superficie cualquiera es el indicador de la superficie sin borde asociada a ella, disminuido en el número de borde.

$$E(S) = E(S') - b,$$

en que  $b$  es el número de borde.

Esta definición obedece al hecho de que cada componente de borde se cuenta entre las aristas del empedrado, que hay que hacer que lleven un vértice y que por consiguiente cada agujero correspondiente a esos componentes de borde equivale a la supresión de una cara.

Pero sólo en los casos de las superficies orientables, con borde o sin él, nuestra primera fórmula se convierte en:

$$G(S) = 1 - \frac{1}{2} (E(S) + b),$$

dado que aquella fórmula sólo se había establecido para las superficies orientables, y ésta se obtiene mediante el transporte de los resultados que acabamos de recordar a la primera.

No damos fórmulas equivalentes para las superficies no orientables.

### $a_1$ - El grupo fundamental

El grupo fundamental de una superficie es el grupo que forman las clases de lazos (cortes) homotopos<sup>3</sup> en la superficie considerada como espacio<sup>4</sup>. Esos lazos están orientados y portan un punto, y todos tienen el mismo origen. Homotopos quiere decir que son equivalentes por deformaciones continuas, lo que no se opone a que se recorten en sí mismos. No hay que confundir la homotopía y la isotopía. Esta última es una deformación continua sin intersección.



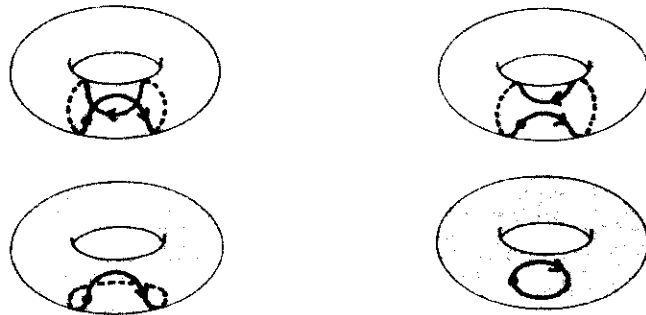
Isotopía del lazo

Fig. 28

3. *Essaim*, p. 179.

4. *Essaim*, p. 69 y bibliografía sobre el grupo fundamental.

Cuando el lazo se deforma continuamente y se recorta a sí mismo, se trata de homotopía.



Homotopía del lazo

Fig. 29

Indicamos a continuación el grupo fundamental de las cuatro superficies sin borde de base.

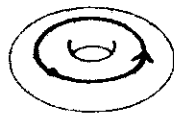
*La esfera:* su grupo es trivial porque todos los lazos, cortes en la superficie, son equivalentes en ella (homotopos) y reducibles. Se los puede retraer en un punto.



Lazos reducibles

Fig. 30

*El toro:* su grupo  $Z^2$  se define a partir de los dos tipos de lazos generadores llamados longitudes y meridianos.



Un lazo longitud

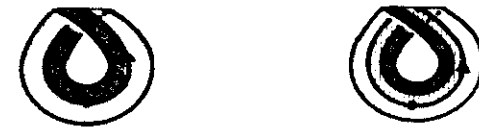


Un lazo meridiano

Fig. 31

Un trayecto cualquiera en la superficie del toro es un compuesto cualquiera de esos dos elementos de base.

*El plano proyectivo:* su grupo  $Z_2$  se define a partir de dos tipos de lazos (0, 1) sometidos a la ley de diferencia simétrica<sup>5</sup>.



Generador  
Dos tipos de lazos sobre la banda de Möbius (plano proyectivo con un agujero)

Fig. 32

La botella de Klein: su grupo también es  $Z^2$ , pero su cociente se saca mediante la relación  $a^2 = b^2$ .

Para cerrar este breve panorama general sobre el grupo fundamental, agreguemos que los grupos fundamentales de las superficies compuestas de varios de los cuatro elementos enumerados aquí, se componen de los grupos fundamentales de esos elementos, según el principio presentado por el teorema de Van Kampen. Este teorema es uno de los resultados principales de la topología algebraica ([7], p. 22; [8], p. 138).

### $a_5$ - El grupo de homología

El grupo de homología es el grupo que forman las clases de ciclos (cortes) homólogos en la superficie considerada como espacio. Existe una correspondencia entre los ciclos del grupo de homología y los lazos del grupo fundamental ([9], pp. 147-148).

Tomemos la construcción del grupo de homología: es otra manera de hablar de los trayectos en la superficie. Se realiza a partir de las triangulaciones que mencionamos al principio del capítulo II. En el marco de la teoría de la homología, esas triangulaciones se escriben en álgebra mediante combinaciones lineales y dan lugar a una teoría de la homología algebraica, disociada de los dibujos.

Como deseamos presentar estos elementos de matemáticas, esta teoría de ficciones, mediante el recurso a dibujos, no haremos aquí más que esbozar una presentación de la homología, dado que se nos ofrecen varias posibilidades.

Para una triangulación dada, un ciclo es un compuesto cerrado (los dos puntos extremos se confunden) de aristas orientadas de ese tipo de empedrado.

<sup>5</sup> *Noms*, fascículo de resultados nº 0.

Un ciclo puede estar constituido por varios componentes no conexos entre ellos. Cada componente es un ciclo en sí mismo.

Se dice que dos ciclos orientados son homólogos cuando el conjunto formado por uno y el inverso del otro constituye un ciclo-borde.

Se dice que un ciclo es un ciclo-borde cuando el conjunto de esos componentes separa (no conexidad) un pedazo orientable de la estofa, y cuando ninguno de sus subconjuntos produce ese efecto.

Los elementos del grupo de homología son las clases de ciclos equivalentes para esta relación de homología.

La clase formada por los ciclos-borde es el elemento neutro del grupo de homología.

Veamos un ejemplo de ciclo-borde en el toro.

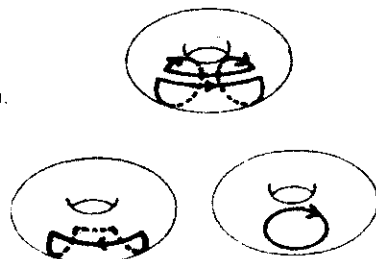
Este ciclo-borde, formado por dos componentes, se orienta según la orientación de un ciclo y la orientación inversa de otro homólogo del primero



Fig. 33

Veamos ahora un ejemplo de un modo de composición que podríamos usar para presentar el grupo de homología de una manera efectiva. Hay que señalar que componemos los ciclos evitando la coexistencia de varias composiciones en el mismo dibujo, lo que significa que en cada oportunidad en que queremos mostrar una composición efectiva retomamos un nuevo dibujo de la superficie estudiada. En el caso presentado aquí, sobre el toro, resulta que el compuesto efectivo es un trayecto reducible: cosa que no es exigida por la definición de los ciclos-borde.

Componemos estos dos ciclos en el dibujo mediante una puesta en continuidad que respeta su orientación.



para no dar ya sino un solo componente de ciclo-borde que puede retraerse por una deformación continua en un trayecto reducible en la superficie del toro

Fig. 34

En el caso de las superficies con borde, existe una teoría de la homología relativa a esos bordes.

Los ciclos de homología relativa ya no son únicamente caminos cerrados, sino caminos que pueden tener sus extremos en los componentes de borde.

Los ciclos-borde se definen también en relación con el borde de los agujeros. En lo cual el lector puede ver que hay varios usos del término borde y, por consiguiente, que debemos aportar precisión, lo que vamos a hacer al final de este capítulo en una presentación renovada de la teoría de las superficies topológicas.

Ya no seguimos adelante antes de esa presentación mediante el dibujo de la homología de los ciclos en la superficie de las estofas.

Para hacerla bien, habría que seguir combinaciones (lineales) de giros que recorrieran de manera estricta un grafo en la superficie de la estofa. Ese grafo está constituido por ciclos generadores que caracterizan el grupo de homología de cada una de esas superficies topológicas intrínsecas.

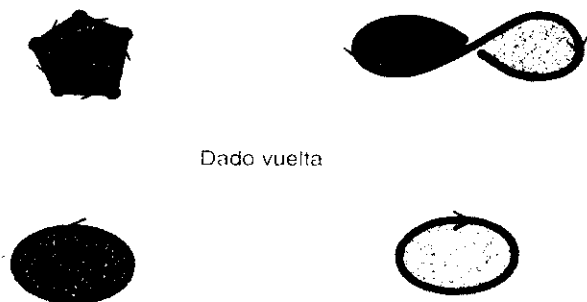
Ahora bien, nosotros apuntamos al estudio de las sumersiones de nudos y cadenas en la superficie de esas estofas más que a las sumersiones de grafos. Incluso hay heterogeneidad entre esos dos tipos de objetos, ya que los componentes de los nudos y las cadenas se caracterizan por no ser más que círculos (grafos que sólo presentan un vértice y una arista). A la inversa, como las sumersiones de nudos y cadenas pueden escribirse en los términos de los grupos de homología y homotopía de las variedades matemáticas, la presentación por el dibujo de esos grupos no es desdeñable, y su realización dependerá del aspecto otro de las superficies topológicas de las que hablamos ahora. Ese aspecto es transversal y está desfasado con respecto a la homología.

#### 4. Presentación de las superficies topológicas intrínsecas mediante montajes orientables y no orientables por pedazos

Una vez introducida la orientación de las superficies topológicas y esbozada la presentación del grupo fundamental y el grupo de homología de éstas, se hace necesario especificar nuestra presentación de la teoría de las superficies topológicas intrínsecas. Esta precisión consiste en distinguir en cada caso entre nuestros elementos, teniendo en cuenta la orientación.

a<sub>1</sub> - Teoría de los recortes orientables por pedazos

1. Los pedazos de estofa son de dos caras (biláteros), y cada una de éstas se ilumina con un color diferente; en nuestros dibujos, estos colores se vierten por dos tramas contrastadas. Cada color corresponde a una orientación del borde.



Dado vuelta

Fig. 35

2. Los montajes son de dos tipos que se distinguen afinando el primer principio.

a - Está el montaje verdadero, que respeta la coloración a una y otra parte de la arista común.



Fig. 36

Esta arista se convierte en una arista de frontera (el uso que hacemos del término frontera es, a partir de aquí, más restrictivo que en lo que precede), de tal manera que la estofa se orienta o colorea de la misma forma en cada uno de los lados de la arista. Convenimos en considerar las aristas fronteras como aristas que se borran porque no separan nada.

Este modo de montaje también se llama de anulación de segmentos de borde. Al borrar una arista frontera, creamos pedazos hechos de varias caras de empedrado.

a' - Está el falso montaje, que no respeta la coloración de los pedazos de estofa a una y otra parte de la arista común. Ésta se convierte en una arista de borde que consiste en la estofa.



Fig. 37

Este modo de montaje también se llama de identificación de un segmento de borde de uno de los pedazos con un segmento de borde del otro pedazo. No hay anulación de los segmentos de borde; al contrario, éstos producen por identificación una arista orientada que no se borra sin efecto de desorientación y a la que en este estado de la teoría no borramos en ningún caso.

3. Para el borde, conservamos la misma definición que antes, con poco más que un matiz.

El borde de una superficie es el grafo formado por los elementos que no sirvieron para el montaje verdadero.

Borde que insiste



Frontera  
Montaje verdadero



Borde que consiste  
Montaje falso

Fig. 38

Empleamos el mismo término de borde para designar el conjunto de los segmentos y las aristas que forman ese grafo y la reunión conjuntista de esos elementos.

Hay dos tipos de borde:

- El borde que insiste (o i-borde). Está formado por el conjunto de los segmentos que no sirvieron para ninguno de los dos tipos de montaje (la acepción del término borde utilizada en lo que precede). Las estofas de borde que insiste son las superficies con borde de las que hablamos en el capítulo anterior.

Recordemos que el borde que insiste siempre está constituido por uno o varios círculos, a los que llamamos componentes de borde que insiste.

- El borde que consiste (o c-borde). Está formado por el conjunto de las aristas producidas por el falso montaje (identificación).

A partir de ahora podemos hablar de las estofas de borde que consiste.

Las estofas con borde que consiste:  
 - Pueden corresponder a las superficies sin borde de nuestra presentación precedente, superficies sin borde que insiste. Éstas se presentan entonces como recortes orientables por pedazos cuyo borde que consiste forma un grafo.



Fig. 39

Llamamos vértices que consisten a los del grafo de borde que consiste. Son todos de valencia par.

- Encontramos superficies con borde que consiste entre las superficies con borde que insiste: en ese caso, el borde que consiste también puede presentar, además del grafo, aristas que lo unen a los componentes del borde que insiste e incluso, más simplemente, que unen esos componentes entre sí.

Llamaremos vértices que insisten a los vértices comunes a una arista de borde que consiste y un componente de borde que insiste. Entre ellos se cuentan los únicos vértices de valencia impar.

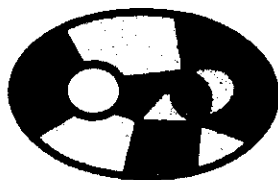


Fig. 40

El conjunto del borde de una superficie cualquiera es por lo tanto un grafo. Ese grafo de montaje (o de recorte) está constituido por:

- círculos componentes de borde que insiste;
- un subgrafo de borde que consiste;
- aristas de borde que consiste que vinculan los componentes de borde que insiste con el resto del grafo y entre sí. Su número es par.

Hagamos una observación sobre la teoría de la homología: las aristas orientadas, que son segmentos de borde identificados y que consisten en la estofa pero no se borran (aristas de borde que consiste). Forman ciclos orientados incluidos entre los ciclos orientados de la teoría de la homología.

Esto es cierto tanto de la homología de las superficies sin borde que insiste como de la homología relativa al borde de las superficies con borde que insiste. Pero, en la teoría, hay otros ciclos además de los constituidos por elementos de borde que consiste: los veremos más adelante.

Está la frontera:

- la que consiste en el conjunto de las aristas producidas por el montaje verdadero (anulación de borde). Esta frontera es un borde nulo: se borra en el recorte orientable por pedazos. Al borrar las fronteras, podemos pasar de un empedrado orientable por caras a un recorte o montaje orientable por pedazos.



Fig. 41

Llamamos vértices fronteras a los vértices comunes a los bordes y las fronteras.

Llamamos vértices puros-fronteras a los vértices del grafo de fronteras.

Cuando borramos las aristas fronteras, borramos al mismo tiempo los vértices fronteras y los vértices puros-fronteras.

4. Las superficies topológicas intrínsecas, las estofas, son clases de equivalencia de empedrados orientables por caras.

Mediante la borradura de las aristas fronteras obtenemos la presentación de esas estofas por recortes orientables por pedazos. En oposición a los empedrados cuyas caras son siempre porciones de esfera, los pedazos son aquí porciones de esfera o de toro.

Las superficies topológicas intrínsecas son clases de equivalencia de recortes orientables por pedazos.

Las superficies orientables, estofas biláteras, son susceptibles de producirse mediante montajes que sólo recurren a los montajes verdaderos. Entonces, el conjunto del grafo de montaje se borra, porque no está constituido más que por aristas fronteras: sólo subsiste, llegado el caso, el borde que insiste. Tales recortes nulos, orientables por pedazos, corresponden a los dibujos de las estofas biláteras que presentamos la mayor parte de las veces.

Las superficies no orientables, estofas uniláteras, nunca son producidas por un montaje sin el recurso a algunos falsos montajes. Debido a ello, el grafo de montaje entraña necesariamente algunos componentes de borde que consiste.

Queremos llamar la atención del lector hacia el hecho de que las estofas biláteras pueden obtenerse mediante el empleo de falsos montajes. Hablaremos en ese caso de estofas biláteras desorientadas. Se trata de los recortes orientables por pedazos con borde que consiste pertenecientes a la clase de las estofas biláteras.

Así, pues, las estofas de borde que consiste pueden ser tanto estofas biláteras como uniláteras.

Veamos un resultado fundamental en el caso de las estofas con borde que consiste.

• *Corolario principal:* En el caso de una estofa, entre sus recortes orientables por pedazos, con borde que consiste, siempre pueden encontrarse unos cuyo *borde que consiste está constituido por un único componente conexo*, sumersión de círculo.

Llamamos corte que subvierte la estructura a uno de esos círculos-borde que consiste. La superficie está caracterizada por uno cualquiera de esos cortes que subvierten la estructura.

Esta proposición es un corolario del teorema general de la clasificación de las superficies topológicas intrínsecas presentada en el capítulo II.

Esta clasificación nos dice cuáles son los elementos de superficies de base y el modo de composición de los mismos. El teorema general nos asegura que las estofas uniláteras pueden presentarse con el módulo de una o dos bandas de Möbius. Basta con enumerar las presentaciones de los elementos de base de esta clasificación como de los montajes de estofas bicoloreadas y estudiar su composición.



Fig. 42

Esta tarea tiene límites porque no hay más que cuatro elementos de base. Pero hay que estudiar sus diversas composiciones. Además, a fin de articular las superficies de borde que insiste con las

superficies sin borde que insiste, podemos aprender a cerrar de manera orientable por pedazos algunos componentes de borde que insiste.

Al hacerlo, vamos a afinar la práctica de nuestra categoría de recortes orientables por pedazos. Un poco más adelante volveremos a este resultado principal y a la importancia que le atribuimos.

5. Transformaciones entre recortes orientables por pedazos que dejan invariantes las superficies topológicas intrínsecas.

Entre nuestros recortes, retenemos cuatro transformaciones. Tres de ellas dejan invariante la estofa con borde que insiste, clase de equivalencia de los recortes, y la cuarta no hace variar la estofa sin borde que insiste (sin agujero imaginable), que de acuerdo con nuestra primera proposición principal corresponde a una superficie topológica intrínseca cualquiera.

Recordemos al lector, en efecto, que la aludida primera proposición principal del capítulo II asocia una superficie sin borde que insiste a una superficie topológica intrínseca cualquiera. En el presente capítulo, esa proposición acaba de servirnos para definir el género de las estofas con borde que insiste.

Enumeremos nuestras transformaciones definiéndolas con ejemplos.

a - La identificación de los pares de vértices que insisten. Las aristas de borde que consiste, al unirse a los componentes de borde que insiste, producen vértices que insisten: éstos están siempre distribuidos en número par en cada uno de los círculos componentes de borde. Esta transformación hace que los vértices que insisten se deslicen a lo largo de los componentes de borde que insiste hasta identificarlos dos a dos.



Fig. 43

El grafo de las aristas de borde que consiste se presenta entonces a lo largo de los componentes de borde que insiste de manera análoga a su tipo de conexión como grafo en la consistencia de la estofa. Cada vértice es ahora de valencia  $^{\circ}$  par.

6. *Essaim*, p. 29.

Si el lector ha advertido que los únicos vértices de valencia impar del grafo de borde no pueden encontrarse sino en la conjunción de los dos tipos de bordes (vértices que insisten), esto equivale a decir que éstos pueden transformarse de tal manera que en el grafo de borde ya no haya más que vértices de valencia par.

a' - La disyunción de los vértices. En un recorte orientable por pedazos, el borde forma un grafo cuyos vértices pueden ser todos de valencia par. Anotemos esta valencia como  $2n$ . Un vértice de esa naturaleza es un punto de tangencia entre  $n$  arcos de círculos componentes de borde. Podemos separar ese punto en  $n$  puntos, deshaciendo la tangencia de esos arcos de círculos y generando así la puesta en continuidad de pedazos de un mismo color.



Fig. 44

Pueden volver a colocarse aristas fronteras para restablecer la separación de esos pedazos.

Esta disyunción puede estar constituida de varias maneras, dependientes de que la puesta en continuidad se establezca entre los pedazos de un color o los del otro.

a'' - La puesta en continuidad de los componentes. La composición de los componentes de borde que consiste debe definirse por medio de las aristas fronteras que es posible trazar entre esos componentes. Recordemos que las aristas fronteras fueron borradas: podemos restituir las en cualquier lugar, de manera que escindan un pedazo de estofa hecha de un único y mismo color.

Componemos entre ellos los componentes de borde que consiste y poniéndolos en continuidad gracias a una contigüidad de las citadas aristas fronteras.



Fig. 45

El cierre de los agujeros, del que ya hablamos en el capítulo II, debe precisarse aquí en función del empedrado de la pastilla

esférica que cierra el agujero. En todos los casos, las aristas de borde que consiste resultan prolongadas por otras aristas de borde que consiste, a fin de componerse en círculos.

Señalemos dos casos diferentes que pueden presentarse.

Sea el caso de la pastilla orientable en su conjunto: no presenta borde que consiste. Entonces, luego del cierre, un segmento de su borde que insiste da lugar a una frontera al anularse con un segmento de borde que insiste del montaje estudiado, y otro segmento de su borde que insiste da lugar a una arista de borde que consiste por identificación con el segmento de borde cerrado en esta transformación.



Fig. 46

Sea el caso de unas aristas de borde consistente en la pastilla de manera conveniente: entonces, el conjunto de su borde que insiste se anula y son las aristas consistentes en la pastilla las que rematan como círculo el borde que consiste del nuevo montaje.



Fig. 47

Destaquemos el carácter discontinuo de estas cuatro transformaciones entre recortes orientables por pedazos. Tal vez no sean muestra de la topología general tal como ésta se concibe en la actualidad, pero preservan la estructura de la estofa que es un invariante considerado topológico. Esas transformaciones ponen en juego la noción de dimensión o de retracción, así como la de conexidad, y se plantea la cuestión de saber si seguimos estando en topología.

## 6. Grafos, cadenas y nudos.

En una estofa con borde que insiste, el borde que insiste es un nudo o una cadena hechos de uno o varios círculos componentes (véase capítulo II, figura 5).

En una estofa con borde que insiste, el borde nos pone en presencia de grafos no necesariamente conectados entre sí. Los

componentes conexos de grafos son grafos hechos de círculos componentes de borde que insiste y de borde que consiste, eventualmente unidos entre sí por aristas de borde que consiste.



Fig. 48

En una estofa sin borde que insiste, el borde que consiste se presenta como un grafo (véase figura 39).

En una estofa sin borde que insiste, el grafo del borde que consiste puede transformarse, por disyunción de los vértices, en una cadena constituida por un conjunto de círculos componentes.

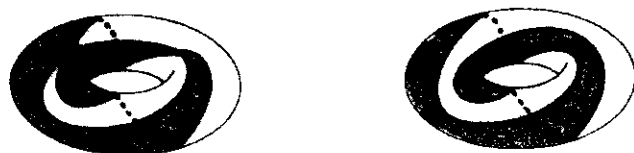


Fig. 49

En una estofa sin borde que insiste, el conjunto del borde que consiste y de la frontera que queremos trazar claramente en él, forma un grafo que puede ser transformado, por disyunción de los vértices propios del borde que consiste, en un grafo hecho de círculos componentes del borde que consiste, eventualmente unidos entre sí por aristas fronteras.



Fig. 50

Nuestro corolario principal es una consecuencia de la proposición que sostiene que, en una estofa sin borde que insiste, la cadena de los círculos componentes del borde que consiste siempre puede transformarse en un nudo de un solo componente de borde que consiste. Sumersión de un círculo, obtenido por la puesta en continuidad de los componentes de borde que consiste.



Fig. 51

Esta última transformación pone en juego un grafo que incluye aristas fronteras.

Con el aspecto que acabamos de presentar, las superficies no son más que montajes orientables por pedazos, entre los cuales incluimos los empedrados orientables por caras, y en caso extremo podemos decir que hasta aquí no hay superficies no orientables, sino únicamente construcciones de estofas uniláteras orientables por pedazos.

### $a_2$ - Las estofas desorientadas

Podemos proceder a la borratura del borde que consiste en una estofa. Si existe un borde que consiste, quiere decir que en la construcción de la estofa participa un falso montaje de pedazos que la presenta como un traje de Arlequín variadamente orientado. Mediante esa borratura cambiamos el coloreado del conjunto de la estofa: ésta pasa a ser monocroma, coloreada en su conjunto por una trama rayada.

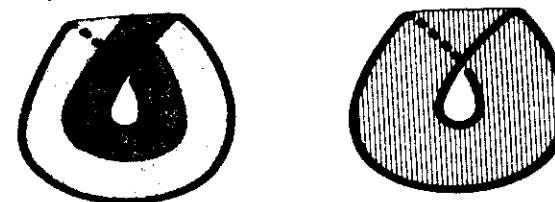


Fig. 52

Esta especie de estofa, no orientable en su conjunto, puede ser bilátera o unilátera. Desde luego, en última instancia sólo las estofas uniláteras son, globalmente, necesariamente no orientables.

En todos los casos de estofas monocromas, podemos formular un teorema de reorientación.

• *Teorema de reorientación:* En los casos de una estofa monocroma, siempre existen montajes orientables por pedazos que la reorientan, es decir, que permiten volver a colorearla con dos colores, presentando un solo componente de borde que consiste, una sumersión de círculo.

Este teorema de reorientación nunca es otra cosa que nuestro corolario principal antes enunciado.

Llamaremos cortes a los ciclos que consisten en una estofa cualquiera. Y hablaremos de los cortes que subvierten la estructura de una estofa, en lo que se refiere a uno cualquiera de los bordes que consisten, hecho de un único círculo componente, cuya existencia asegura nuestro teorema de reorientación.

En los casos de las estofas con borde que insiste, en los que encontramos múltiples aristas de borde que consiste, es conveniente ver de qué manera el único círculo componente del corte puede descomponerse en esas múltiples aristas de borde que consiste, diseminadas en la estofa y que unen componentes de borde que insiste.

Consideremos el ejemplo del corte de la banda de Möbius

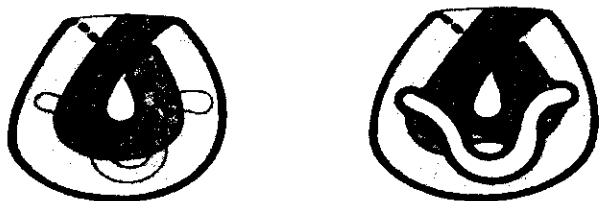


Fig. 53

y del efecto de la apertura de un agujero cuya disposición oscila de uno a otro lado del trayecto de ese corte, generando un borde que insiste, salpicado de aristas de borde que consiste.

En esos casos, siempre podemos transformar estos recortes orientables por pedazos en otros recortes del mismo tipo cuyo borde que consiste en esa estofa esté constituido por un solo círculo componente. Esto gracias a nuestras tres transformaciones entre los recortes orientables por pedazos.

La primera transforma las aristas del grafo de borde en uno o varios círculos tangentes al círculo componente de borde que insiste.

La segunda libera como pequeñas burbujas ese o esos círculos componentes de borde que insiste. Por otra parte, transforma el grafo de borde que consiste en un conjunto de círculos componentes.

La tercera transformación pone en continuidad este conjunto de círculos componentes de borde que consiste para que no formen más que uno, sin cambiar nada en la estructura global de la superficie.

Nos encontramos ante el caso de una teoría de las superficies que puede servir de marco a la formulación de la teoría de la homología, en la que ahora podemos trazar cualquier tipo de ciclos orientados, es decir, distintos de los únicos ciclos orientados que constituyen un borde que consiste. Estos otros ciclos tienen una función de desorientación local o del conjunto de la superficie.

Llegados a esta etapa, para hacer bien las cosas tenemos que retomar el conjunto de la teoría de las superficies a partir de dos tipos de pedazos de estofa iniciales, en lugar de uno solo.

*a<sub>3</sub> - Teoría de los recortes orientables y no orientables por pedazos*

- Los pedazos bicolors orientados por la orientación de su borde.



Fig. 54

- Los pedazos monocromos, no orientables,

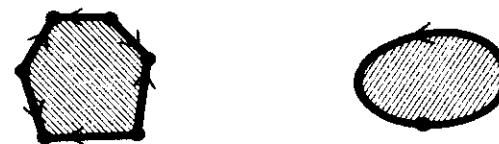


Fig. 55

desorientados por:

- la desorientación de su borde que insiste,



Fig. 56

o por:

- la borradura de un borde que consiste en ellos.



Fig. 57

Hay por lo tanto dos tipos de pedazos monocromos. Pero esta última distinción no crea verdaderamente dificultades si se sabe que los pedazos de estofa son esferas agujereadas que presentan un solo componente de borde que insiste, y si se tiene en cuenta nuestro teorema de reorientación. Estos dos casos se reducen a la misma situación con la ayuda de nuestras transformaciones entre recortes.

En esta teoría de las superficies que tiene abundantemente en cuenta la orientación, podemos discutir y comparar las diferentes presentaciones topológicas de las superficies. Por ejemplo, la de H. Cartan, que utiliza la identificación de manera exclusiva, parece recoger su material entre los polígonos de estofas monocromas, pero se puede hacer referencia a ella a partir de pedazos bicolors de estofa recurriendo a la anulación de borde y la identificación. No lo haremos aquí.

De la misma manera, la teoría de la homología puede reformularse en esos términos de borde que consiste para los ciclos de homología entre los cuales se distinguen los ciclos-borde. La dificultad que nos sorprendió es que esta distinción entre ciclos y ciclos-borde es transversa con respecto a nuestra distinción entre borde que consiste y frontera. Parece haber una inversión entre las estofas biláteras y las uniláteras en la correspondencia que puede establecerse entre esas diferentes funciones de cortes. En rigor de verdad, hay tres colores y por lo tanto una disyunción de casos entre las superficies topológicas intrínsecas reconocidas por la teoría clásica.

#### $a_1$ - Una modalidad del género de las superficies no orientables

Para comprender mejor la simplicidad del resultado principal en lo que precede, deducimos de la presentación del capítulo II un invariante que da la paridad del número de elementos moebianos (planos proyectivos).

El corolario de nuestro teorema principal nos permite afirmar que una superficie unilátera cualquiera siempre puede sufrir el desistimiento de su estructura (no orientable) para convertirse en bilátera (orientable) por el efecto de cortes que consisten cada uno en un círculo único. Nuestro teorema principal afirma que en una superficie unilátera la desorientación siempre puede condensarse en una o dos bandas de Möbius (véase capítulo II).

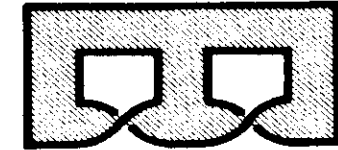


Fig. 58

En efecto, mediante una banda de Möbius, cada par de ellas se transforma en un toro. Se deduce de ello el corolario que dice que el plano proyectivo (una banda de Möbius cuando está agujereada una sola vez) y la botella de Klein (dos bandas de Möbius cuando está agujereada una vez) son los dos elementos de superficie no orientables. Es posible aislarlos con pertinencia y resulta fácil reorientarlos con un único corte circular. En ambos casos, ese corte debe ser por la mediana.



Fig. 59

Estos dos tipos de corte, que subvierten la estructura, son paradigmáticos de los dos únicos géneros elementales de superficies no orientables. Una superficie no orientable cualquiera se reduce a uno de esos dos tipos, a los cuales se agrega un número indiferente de toros y esferas.

Señalemos desde ahora que el primero de los cortes pasa por una semitorción y, una vez efectuado, produce una banda de Möbius, para decir que su contigüidad delimita una de éstas.



Fig. 60

El corte del segundo tipo pasa por dos semitorciones y da lugar a una banda bilátera desorientada, o al menos su vecindad delimita una porción de esfera, pero ésta no es orientable a partir de su borde.



Fig. 61

Aquí, el tipo del corte es sustantivado por una banda de superficie, vecindad del corte como volveremos a encontrarla en el capítulo VII. Estas dos últimas presentaciones carecen del trazado riguroso de los pliegues; esbozan el resultado en términos de simples semitorciones.

Haremos un uso esencial de estos dos tipos de cortes en la investigación de la multiplicidad de nudos <sup>7</sup>.

Un corte de dimensión uno basta para dividir (hacer no conexa) la cara única de una superficie no orientable en dos caras distintas, así como siempre puede dividir en dos partes no conexas una superficie de dimensión dos. De hecho, si hacemos de las caras de superficie un objeto topológico, se trata de presentarlas como una variedad de dimensión dos. Esto es posible gracias a la noción de revestimiento o forro. En ese caso, las superficies biláteras tienen un forro hecho de dos partes no conexas, y las superficies uniláteras uno hecho de una superficie conexa (un solo pedazo). Lo mostraremos en el caso de la banda de Möbius en el capítulo VII.

En el caso de las superficies uniláteras, el tipo del corte, par o impar, agrega una precisión, así como el género precisa la dimensión. Pero no se trata entonces del número de cortes sino del número de semitorciones atravesadas para obtener un efecto de discontinuidad.

Antes de aprender a contar en el género del nudo, hay que aprender a hacerlo en el de las estofas y en el otro, par o impar, de los cortes de las superficies uniláteras.

<sup>7</sup> *Naud*, fascículo de resultados n° 3.

## 1. Invariantes

- La esfera es de género 0.
- Su indicador de Euler-Poincaré es 2.
- Su grupo fundamental es trivial.
- Todos los cortes son equivalentes.

## 2. La esfera como una estofa sin borde

Dibujamos la esfera mediante un círculo cuyo interior está tramado; no es un rasgo del dibujo novedoso entre nuestras convenciones. El círculo es una línea de pliegue tal como la hemos definido, y la trama dibuja una capa de estofa satinada que recubre otra, como en un pliegue. Si se lo recorta, esta estofa sin borde está compuesto de varias estofas con borde, y en nuestros dibujos no hacemos más que borrar las costuras que los unen para formar esa estofa sin borde. Ese dibujo no puede confundirse en ningún caso con el de un disco, si se saben distinguir las líneas de pliegue de las líneas de borde.

### $\alpha_1$ - *Intensión y extensión sobre la esfera*

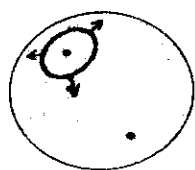
Para mostrar la simplicidad de la esfera, realicemos una transformación que pone en juego la única dificultad que puede encontrarse en ella, a raíz de la existencia de su cara oculta a la mirada.

Empleamos aquí el término cara para hablar de la parte visible y de la parte oculta de la esfera, como se habla de la cara oculta de la luna. Es la tercera acepción de la palabra cara que aparece en esta obra.

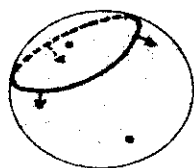
En matemáticas, el término tiene un uso bien definido: se trata de los pedazos de estofa de un empedrado (p. 78). Por otra parte, el uso más frecuente que hacemos de los términos bilátero y unilátero se refiere a la noción de lados de una estofa (p. 106). En vez de este término, preferimos el de cara, por ser más comúnmente admitido en relación con un disco o una moneda, como lo mencionábamos al principio del capítulo III con respecto a la orientación de las superficies topológicas.

Si un trayecto recorre la línea de pliegue que dibuja la esfera, estamos en presencia de un empedrado de ésta, y sus caras visible y oculta son las dos caras de ese empedrado. Se produce entonces un feliz concurso del uso del término cara.

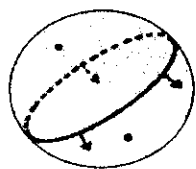
Cuando una porción de trayecto recorre la cara oculta, lo dibujamos de manera punteada. Para mostrarlo en un ejemplo, estudiamos la extensión de un círculo en torno de un punto cualquiera de la esfera, según una deformación continua solidaria de la estofa, y tal que ese trayecto circular no franquee en ningún momento el polo del que partió.



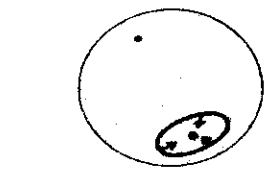
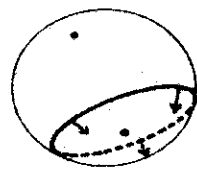
Las flechas indican la extensión alrededor del polo elegido.



Provocamos una deformación del círculo. Una parte de nuestro trayecto pasa por la cara oculta...



...la que recorre de arriba abajo, como lo hace la otra porción de trayecto sobre la cara visible.



Luego el conjunto del círculo se estrecha hacia adelante.

Fig. 1

Este ejercicio elemental presenta un primer resultado que puede parecer evidente. Al término de su extensión, el trayecto se estrecha en intensidad en torno de un punto distinto del polo inicial. Estos dos polos son distinguibles en la superficie de la esfera.

En el capítulo I del Apéndice mostramos que sucede de muy otra manera en la estofa del cross-cap, en el que la extensión de un trayecto alrededor de un polo se convierte en la intensidad de ese mismo círculo alrededor del mismo polo.

Esta ausencia de inversión en la esfera es un rasgo de la ausencia de topología en esa estofa.

## a<sub>2</sub> - El grafo en la esfera

La esfera es la ausencia de topología: no se puede anudar nada en esta estofa, suave como una franela, y sólo puede sumergirse en ella el nudo trivial.

En una primera etapa de su enseñanza, Lacan coloca grafos sobre la esfera. Éstos son el resultado del cierre de una marca ortonormada dibujada sobre el plano a la manera de Desargues. Nosotros mostramos que, al fin de cuentas, se trata de simples círculos eulerianos sobre el plano.

He aquí una localización ortonormada a la manera de la utilizada por Descartes cuando intenta poner por escrito la geometría de las curvas planas mediante ecuaciones de álgebra, con lo que inventa la geometría algebraica.

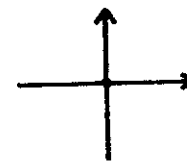


Fig. 2

Los dos ejes de la marca cartesiana se consideran infinitos. No se encuentran. Si los asociamos —como lo hace Ferdinand de Saussure y lo retoma Roman Jakobson— a la oposición de la sincronía (estructura instantánea) y la diacronía (estructura extendida en la duración), esas dos dimensiones de la estructura se encuentran en otro punto. La sincronía coincide con la diacronía.

En consecuencia, debemos ordenar los dos ejes de la siguiente manera.



Fig. 3

El doctor Lacan llama punto de capitoné a esta célula elemental del grafo (E., p. 793; «v»; S. V). ¿Es tan diferente de lo que hacen Descartes, Saussure y Jakobson?

¡A decir verdad, no tanto! La diferencia aparente obedece únicamente a que se ha olvidado lo que pasa de hecho en un espacio acabado (noción de recta y plano acabados).

En efecto, pongamos esa marca sobre la esfera, de la que la hoja en la que aquélla estaba trazada hasta ahora es una porción (un pedazo de estofa).

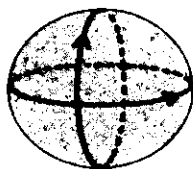


Fig. 4

Hay un punto antipodal en la cara oculta. Ese punto viene a la parte delantera de la figura.

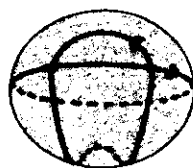


Fig. 5

Volvemos a encontrar allí el punto de capitoné en la parte visible de esta figura, pasando por alto entonces la línea de pliegue de la esfera y los punteados que no son visibles.

Es con una contrucción de este tipo que el doctor Lacan comenta *Las Meninas* de Velázquez y el procedimiento de construcción de la perspectiva lineal en pintura. En ese caso, no basa su demostración en la esfera sino en el plano proyectivo, estructura de la mirada, prototipo mismo de la estructura, debido a la prevalencia de la mirada para el sujeto (véase capítulo VII).

Sobre la esfera de la figura 5, se cortan dos círculos para formar una intersección. Esta situación no es otra que la de un schema de Euler-Venn dibujado en la esfera sin borde. Al agujerearla, como también lo mostramos en la figura 20, y presentar el resto como un pedazo de seda, obtenemos este diagrama, cuyo marco rectangular es un componente de borde.

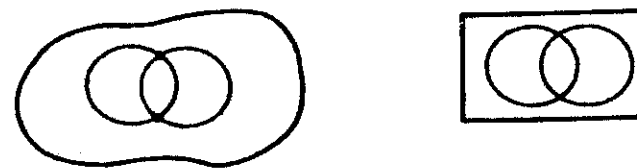


Fig. 6

Nuestra topología, por la modificación de la lógica de Boole, nos hace pasar a schemas que no son los de Euler-Venn<sup>1</sup>.

En el seminario que introduce ese grafo, Lacan estudia el movimiento de los dos círculos, mediante el cual éstos pueden separarse o coincidir para formar un circuito alrededor de la intersección.

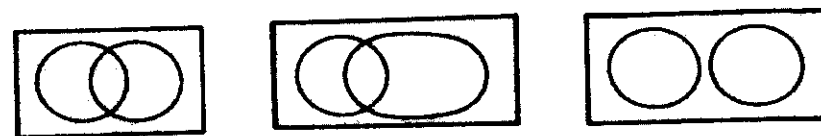


Fig. 7

Mostramos este movimiento en la esfera. Si retraemos el borde de esos rectángulos, como podría hacerse con el *shantung*, en un punto antipodal, reconstruimos una esfera.

Es así como leemos el segundo grafo del doctor Lacan (E., p. 808; «v»).

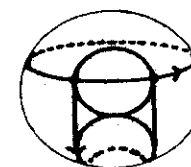


Fig. 8

Este dibujo vuelve dinámica la situación entre los dos dibujos extremos de la figura 7: muestra en una misma figura los diferentes estados en que discurso y lenguaje se desunen y se anudan para establecer un circuito.

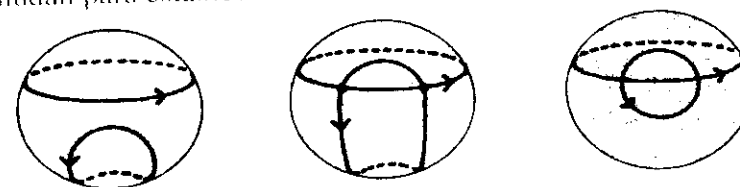


Fig. 9

<sup>1</sup> *Noms*, fascículo de resultados n° 0.

Se trata claramente de la sincronía (lenguaje) y la diacronía (discurso). Esto conduce a una doctrina del lenguaje que difiere de la de Jakobson en una de sus articulaciones. La metáfora descansa sin duda sobre la sustitución, pero ésta no se produce por similitud. ¿Lacan plantea la cuestión de la flexibilidad de la lengua? Según nosotros, esta flexibilidad puede llegar al punto en que metonimia y metáfora, que deben oponerse en la estructura, se reúnen para invertir sus papeles, como sincronía y diacronía. Estas inversiones dan lugar a la primera dificultad topológica.

La ausencia de topología en la superficie de la esfera provoca esta rigidez que hace ininteligible la lectura de esos grafos en su estado final. Es tan tosca, que resulta difícil reanimar su dinámica en su simplicidad.

Consideramos que la parte alta del grafo del deseo (E., p. 817; «v») formula un esbozo de articulación de los primeros schemas de Lacan. Volvemos a encontrar sus términos en la parte baja del grafo que acabamos de comentar. Ya dijimos (Presentación de la serie, p. IX) que leíamos allí una composición lógica en términos de diagramas de Euler-Venn sobre la esfera. En la parte alta del grafo, se echa mano de un tercer círculo. Esos schemas están presentes para sostener una lectura de Lacan y, con ello, una lectura de Freud, y en ellos aún se encuentra muy poca topología, porque corresponden a la primera etapa de esta enseñanza. Importa destacar su conexidad con la intención de Freud, que atribuye más peso al trabajo del sueño que a su sentido o su valor.

Aprovechemos esta oportunidad para mostrar la dinámica de los schemas de Lacan en los schemas de Freud.

#### a<sub>1</sub> - *Mostración de la incidencia de la repetición*

Demos con precisión la articulación de los rasgos de estructura que la exploración de la caverna nos permitirá reformular en términos de estofas. En la Introducción (p. 18), disponíamos con esos schemas de un esbozo de solución a la composición de la percepción con la conciencia.

Describamos aquí la incidencia de la composición de P con Cs en la primera de nuestras transformaciones, que consiste en plegar y desplegar el schema F, a fin de dar cuenta del orden de los elementos que en la práctica se mostraron así sometidos a la repetición freudiana.

Utilizamos trazos de diferente espesor para distinguir las tres categorías planteadas por Lacan. Un trazo más grueso para I, más fino para S. La zona  $\mathcal{R}$  permanece tramada, como lo mostraría un pedazo de jersey.

1 - En el caso en que la zona  $\mathcal{R}$  consiste.

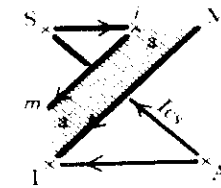


Fig. 10

Si desplegamos nuestro schema F, obtenemos el grafo de las líneas del schema de Freud en que el Ics está dividido en tres. En ese caso, diremos que el inconsciente está abierto, dado que el circuito es interrumpido por la relación imaginaria que consiste entonces en la zona  $\mathcal{R}$ .

primero                      primario                      secundario

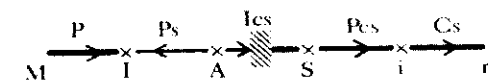


Fig. 11

Sobre la arista Ics dividida por lo Simbólico, la Realidad y lo Imaginario, podemos leer los tres modos de la identificación primaria, esto es

- el trazo unario, en la parte simbólica a partir de A, cerca del segmento Ps tendido entre I y A;
- el amor por el padre, en la parte rayada que constituye una armadura que interrumpe el circuito; y
- el histérico, en la parte imaginaria que conduce a S, cerca de Pcs, tendido entre S e i.

Es a partir de estos schemas que podemos "hacer un jardín a la francesa" con la teoría de la identificación de Freud ([I m], capítulos VII y VIII; [1 o], capítulo XXXIII), según las indicaciones de Lacan (E., pp. 585-642; «r»). Esta teoría debe retomarse a partir de la función de las máscaras (E., p. 695; «q») que reencontramos en esta cuestión homóloga a la articulación de conjunto de los dos schemas.

2 - En el caso en que la zona  $\mathcal{R}$  se retrae, el caso del schema L.

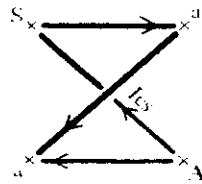


Fig. 12

Los dos segmentos extremos del inconsciente se ponen en conexión. El circuito se cierra: se trata del cierre del inconsciente (S. XI, capítulo X).

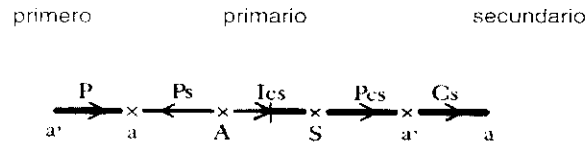


Fig. 13

La histe-historicidad sin armadura del amor por el padre, donde consciente e inconsciente están en continuidad (S. XXIV).

Después de haber distinguido estas tres modalidades del Edipo de la hija en ocasión del despliegue del schema F, recordemos los componentes del Edipo llamado del varón destacando su lugar en esos schemas. Consideremos con Lacan el Edipo típico del varón, que cada niño, de cualquiera de los dos sexos, experimenta en el período llamado pregenital —a entender como extragenital—, constituido por el triángulo Imaginario cuyos tres vértices son la Madre en M, el hijo en I y el falo, el significante del deseo de la Madre, en S (S. IV) (véase figura 10).

Se trata del triángulo imaginario ( $a'$ ,  $a$ , S) en la figura 12.

Veamos que se sitúa en el grafo desplegado de las figuras 11 y 13, en los dos extremos del grafo de Freud. Se comprende con ello que los estadios llamados preedípicos son analíticamente impensables, sin ser, empero, inexistentes (E., p. 554; «o»). En efecto, nada indica que pueda haber en ese schema un punto que esté antes que I puesto que estaría igualmente después, habida cuenta de que nuestros trazos más gruesos se encuentran al principio y al final. Esto se produce sobre la banda de Möbius (véase la Conclusión, p. 292) y sobre el cross-cap (véase el Apéndice, p. 323).

Pero, a la inversa, podemos comprender en qué sentido la identificación primera con el Ideal del yo, característica de esa

situación edípica, no está exenta de un objeto previo como en toda identificación freudiana, aun cuando, en este caso, ese objeto venga después. Para Freud, la identificación sigue siendo claramente la manera en que se resuelven los fracasos de la demanda, aquí el amor a un objeto heredado del complejo de Edipo en su conjunto.

Volvamos al conjunto de la estructura edípica. Se trata de componer el Edipo del varón, tendido entre los tres vértices del triángulo imaginario, y el Edipo típicamente femenino [1 o] que se sitúa a lo largo de la arista Ics. En lo cual se ve que esta arista se divide en tres en el caso del schema R y estrictamente en dos en el del schema L.

La composición de esos dos tiempos del Edipo depende de la correlación de los dos casos, R y L, por la puesta en funciones del padre en la estructura edípica. Tiene interés para nuestros schemas entre I y A en Signos de percepción (E., pp. 556-557; «o») desde la entrada de la caverna. Esos puntos y esa arista, donde se plantea al sujeto el enigma de la castración de su madre, S(A), se identificarán más tarde con S e I en Pcs. Este enigma sigue siendo el del devenir consciente, situado por Freud en Pcs [1 n], en tanto que para nosotros hay en el Otro alguna falta que afecta con su punzón al acto en su evanescencia, la escapatoria de la dimensión de la enunciación para el sujeto.

Pero este enigma tiene su solución. Ésta corresponde al funcionamiento del conjunto de la estructura, aquí simplemente planteada (aplanada sobre la esfera). Es este funcionamiento el que la parte alta del grafo del deseo (E., p. 817; «v») intenta dar cuenta en la esfera exenta de topología. Volvemos a encontrar los términos de esos schemas en la parte baja del grafo; ya dijimos que los leíamos como una versión lógica, en términos de diagramas de Euler-Venn sobre la esfera, de la intersección de las dos vertientes del discurso y el lenguaje. Esta presentación todavía tosca de la estructura explica la sumersión de los schemas en la superficie de las estofas de la topología y nuestra mostración, entonces, de la articulación de su conjunto.

Es muy evidente que esos schemas también son insuficientes para dar cuenta de esta estructura en la riqueza de sus meandros. Sólo pueden servir a quienes demuestren algún gusto por el dibujo acabado, a fin de orientarse en lo siguiente, cuando traduzcamos esas cuestiones en términos de nudos.

Estudiamos ahora las superficies topológicas hasta presentar la que conviene a la articulación de los schemas, mediante la cual concluiremos esta obra.

### 3. La esfera agujereada

La dificultad y el interés del estudio de la esfera agujereada residen en su simplicidad y la ventaja sorprendente que manifiesta, poder aplanarse desde el momento en que se agujerea una vez. La esfera agujereada una o varias veces da objetos muy conocidos bajo diferentes aspectos, pero que se olvida relacionar con esta estofa sin borde: disco, banda sin semitorción, corona plana.

#### $a_1$ - *Tentativa de construcción de la esfera por identificación de los lados de un cuadrado*

Tomamos un cuadrado  $I^2$  ( $I$  es igual al segmento de la recta real  $[0, 1]$ ).

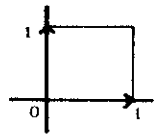


Fig. 14

Al deformar ese pedazo de estofa de manera continua a partir de sus lados, volvemos a cerrar la construcción identificando dos a dos los lados sucesivos.

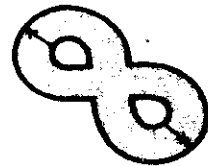


Fig. 15

El resultado obtenido es una esfera tres veces agujereada. Mostramos a continuación, en el caso de la esfera de dos agujeros, ese tipo de equivalencia.

Volvamos a colocar en esta construcción nuestro cuadrado de partida en su posición inicial.

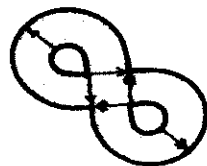


Fig. 16

Deformamos el cuadrado inicial desplazando las flechas que marcan sus lados en esta figura, y obtenemos la siguiente figura, cuyos componentes de borde también fueron deformados.

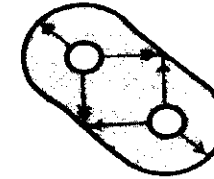


Fig. 17

Deshacemos esta construcción cortando la estofa, como fieltro, a lo largo de los lados anteriormente identificados con respecto a las otras dos flechas.

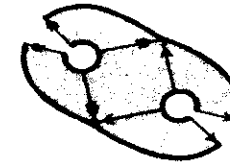


Fig. 18

Basta con retraer la estofa de tal forma que los lados vuelvan a su posición inicial, para obtener la presentación del siguiente pedazo de estofa.

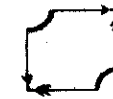


Fig. 19

Los dos cuartos de círculo recortados del cuadrado inicial son extensiones de los dos puntos opuestos por la diagonal en nuestra figura de partida. La extensión de un punto (dim. 0) en un segmento (dim. 1) y la retracción de un segmento (dim. 1) en un punto (dim. 0) presentan una discontinuidad, cosa que efectuamos por un abuso de topología. Esta construcción se realiza para explicar de qué manera nuestros puntos en los vértices del cuadrado corresponden a agujeros en su resultado, dibujado en la figura 15, donde se identifican los lados.

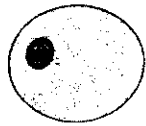
Los dos puntos opuestos por la otra diagonal dan de la misma manera el componente de borde del agujero que está alrededor de

nuestra construcción. Para mostrarlo, podríamos desmochar el cuadrado inicial en sus cuatro vértices. Pero sucede que algunos de esos puntos se superponen en la identificación formando la estofa sin borde. Por su parte, los cuartos de círculos que constituyen segmentos se componen al formar componentes de borde en la estofa cuando ésta está agujereada. Los agujeros de la estofa con borde corresponden a los puntos de la estofa sin borde.

De esta forma, mediante la identificación de los lados, no construimos más que una esfera de tres agujeros. Encontraremos otras encajadas de bandas torcidas o no torcidas en que la superposición de los puntos y la composición de los segmentos se realizará de diversas maneras. Para restablecer la continuidad de la construcción, es preciso cerrar esos agujeros mediante pastillas esféricas, de conformidad con nuestra proposición principal. Esto representa una contradiscontinuidad que oponemos a la discontinuidad ya señalada entre puntos (dim. 0) y segmentos (dim. 1). En efecto, la retracción del disco (dim. 2) al punto (dim. 0) no se hace sin discontinuidad. Esta aparente contradicción entre la intuición y la definición matemática de la topología es reveladora del carácter insuficiente de las definiciones de la topología general, que privilegia más el análisis funcional que el estudio de las variedades<sup>2</sup>.

### *a<sub>2</sub> - Un agujero en la esfera*

La esfera agujereada es un disco, una pastilla o un platillo, cuando se abre en ella un solo agujero.

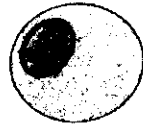


Hagamos un agujero en la esfera. La cara interior de la estofa se presenta a la mirada



El componente de su borde se agranda aún más...

<sup>2</sup> *Essaim*, p. 161



Agrandamos el tamaño del agujero, con lo que descubrimos cada vez más la cara interna de la estofa



...hasta que la estofa pueda desplegarse y aplanarse

Fig. 20

En el último dibujo, la línea de pliegue ya no es necesaria. Las dos capas de estofa, que en los primeros dibujos se superponían, quedan expuestas y el pliegue se borra.

Así se entiende la deformación que nos permitió presentar el punto de capitoné sobre la esfera como un diagrama de Euler-Venn (véanse figuras 6 y 7). Esta demostración, a la inversa, establece que los dibujos trazados en una hoja de papel siempre pueden realizarse en la superficie de una esfera.

### *a<sub>1</sub> - Dos agujeros en la esfera*

La esfera de dos agujeros es un disco agujereado, un disco con un agujero (véase capítulo II, p. 86).

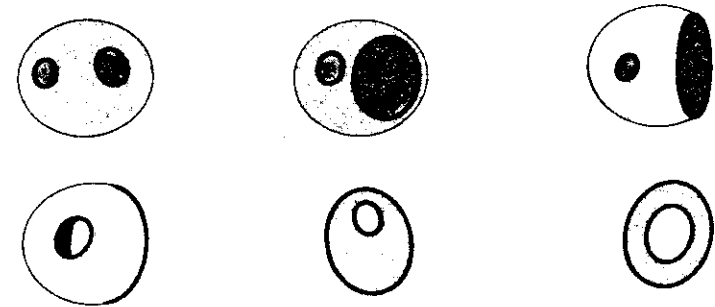


Fig. 21

El mismo tipo de demostración confirma este resultado. El agujero que está alrededor de los últimos dibujos es un agujero imaginable como el que está en el medio. El agujero que está alrededor se olvida con facilidad: nos pone en el camino que conduce al agujero real, y provoca sorpresa a causa de esta equivalencia.

El disco agujereado también puede presentarse como una banda bilátera donde se confirma la homología de los dos agujeros.

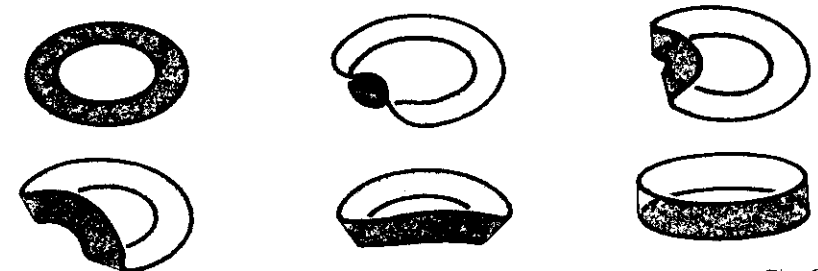


Fig. 22

El disco agujereado presentado en perspectiva gracias a unas líneas de pliegue es claramente un cinturón bilátero.

Si ampliamos la estofa de esta banda y retraemos sus componentes de borde, podemos presentarla como un tubo (tronco de cilindro).

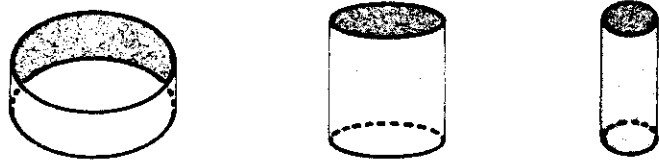


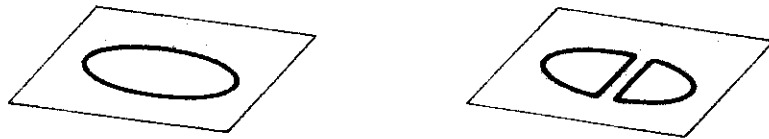
Fig. 23

$a_1$  - *n* agujeros en la esfera

La esfera de *n* agujeros es un disco de *n* - 1 agujeros. El número -1 corresponde al pasaje de la esfera al disco y pone de relieve el aspecto real del agujero que está alrededor. Éste es el que comúnmente olvidamos.

$a_3$  - *Pasarela de un agujero a dos agujeros*

A través de un agujero de la esfera, agujero imaginable como ruptura de la estofa, colocamos un puente no torcido, como sobre una pieza de muselina de Saint-Gall [*singalette*]: obtenemos dos agujeros imaginables, el único tipo de agujero factible de realizar en la esfera.



Un agujero en un pedazo de estofa

Dos agujeros en un pedazo de estofa  
Fig. 24

En sí mismo, el pedazo de estofa es una esfera agujereada: no olvidemos el agujero que está alrededor. Podemos comparar esta situación con la del agujero moebiano presentado en el capítulo VIII.

$a_0$  - *Incidencia de los agujeros sobre los invariantes*

1 - El disco es una *esfera de un agujero*; tiene, por definición del género, el mismo que la esfera.

• Su indicador de Euler-Poincaré vale 1. Lo calculamos a través de dos grafos relativos al borde, es decir, que lo incluyen.

S = 2  
A = 3  
F = 2



$S - A + F = 2 - 3 + 2 = 1$

Fig. 25

La cifra del número de vértices, aristas y caras es la misma en ambos casos.

• El grupo fundamental del disco es trivial. Como sobre la esfera, todo trayecto es reductible.

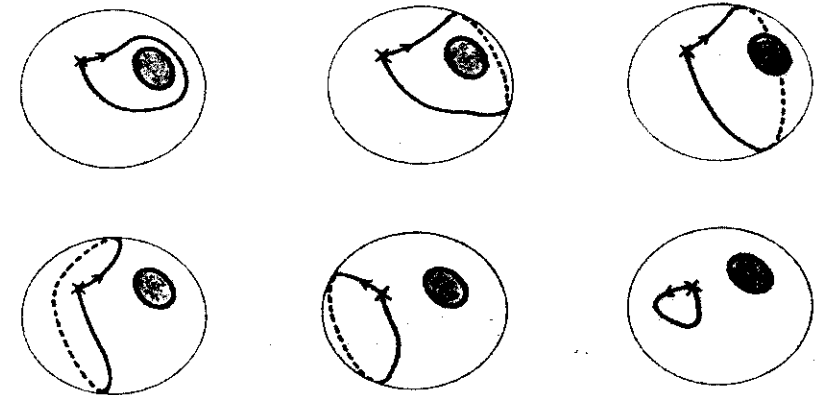


Fig. 26

Un trayecto que delimite el agujero parece irreductible pero, de hecho, se reduce gracias a una transformación antipodal. Recorre la cara oculta de la esfera.

2 - La banda bilátera es una *esfera de dos agujeros*: por definición, tiene el mismo género que la esfera.

• Su indicador de Euler-Poincaré es 0. Lo calculamos mediante un grafo relativo al borde.

S = 2  
A = 3  
F = 1



$$S - A + F = 2 - 3 + 1 = 0$$

Fig. 27

El número F disminuye en 1 si comparamos esta situación con la de la figura 25, del disco no agujereado. En este caso, ha sido suprimida una cara del empedrado: corresponde al segundo agujero.

- El grupo fundamental de la esfera de dos agujeros es el grupo de los enteros relativos. Hay un solo trayecto generador. Es el que rodea uno cualquiera de los dos agujeros y engendra los trayectos no reductibles.

Puede presentarse, mediante deformación continua, como si rodeara el otro agujero después de haber recorrido la cara oculta de la esfera.

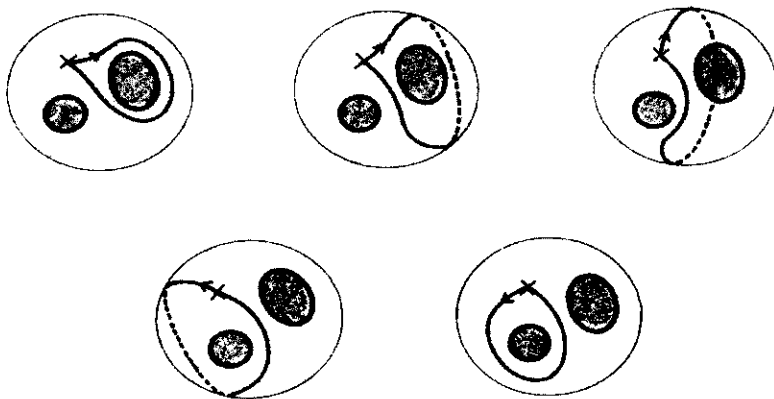


Fig. 28

#### 4. Conclusión

Cuando dibujamos sobre una hoja de papel o un pizarrón, dibujamos sobre una porción de esfera, es decir, sobre un disco, que podría recortarse en el rasete [*satinette*].

Al retraer el borde de ese disco en un punto, reconstruimos la

esfera. Podemos decir, por consiguiente, que dibujamos sobre la esfera. Dibujaremos los nudos sobre ésta cuando los hagamos aplanados en una hoja de papel, y la infinitud del plano será delimitada por un componente de borde, un agujero, que será el punto de retracción. Así, mediante este punto, todas las zonas del nudo son equivalentes a porciones finitas de esfera. Daremos cuenta de los diferentes cambios de presentación de un mismo nudo conservando el mismo número de cruzamientos, por medio del agujero imaginable practicado en cada una de las diferentes zonas de su aplanamiento.

Esta observación nos servirá para el estudio de los nudos a partir del fascículo n° 3.

Nuestra tentativa de construcción de la esfera, a partir de la identificación de los lados de un cuadrado, presenta el paradigma de la correspondencia de los componentes de borde con los agujeros imaginables. Este caso es una muestra de evidencia, pero ayuda a hacerse cargo de las presentaciones del toro agujereado, el plano proyectivo agujereado y la botella de Klein agujereada en enrejadas de bandas, en los capítulos siguientes. Atestigua que los componentes de borde de las estofas agujereadas, que traducen los agujeros imaginables, corresponden a puntos de la estofa sin borde.

## LA DESCRIPCIÓN DE LA CAVERNA

**La subversión de los interdictos:  
el juego y la topología**  
Una mierda

AGUJERO TÓRICO

**1. Invariantes**

El toro es de género 1.  
Su indicador de Euler-Poincaré es 0.  
Su grupo fundamental es  $Z^2$ .  
Al margen del corte reductible, hay dos tipos de cortes distintos.

El n-toro es de género n.  
Su indicador de Euler-Poincaré es  $2(1 - n)$ .  
Su grupo fundamental es una composición (suma ramificada) del grupo del toro simple.

**2. El toro simple**

La topología comienza con el toro. Aquí debe entenderse que, para nosotros, la topología necesita el nudo, en tanto que un efecto de sujeto se capta de él (*L'Étourdit*, p. 40). El nudo no existe desde la esfera (*L'Étourdit*, p. 41). Un nudo es susceptible de sumergirse en una estofa a partir de las estofas de género uno. El toro es la estofa bilátera de género uno y hay nudos tóricos que sólo existen desde el espacio extrínseco al toro.

La composición de los schemas, representada por el grafo en la superficie de la esfera, no es más que una evocación de la topología. La necesidad de ésta como articulación de la estructura nos invita a comenzar su estudio por el toro. Entre las estofas, éste presenta la histe-historicidad hasta aquí mostrada en el schema de Freud. En el capítulo VII volveremos a encontrarlo en la involución signifiante, de la que es uno de los términos.

Luego de haber definido esta estofa, la estructura del agujero tórico nos ocupará por unos momentos.

$a_1$  - *Definición*

El toro es la identificación de los lados orientados del cuadrado  $P$ . De acuerdo con una elección de orientación que, a causa de no ser única, no es indiferente.



Fig. 1

Las flechas simples y dobles que marcan los lados de ese cuadrado indican las identificaciones que deben efectuarse respetando su sentido.

Identifiquemos las dos flechas simples para obtener una porción de cilindro.



Fig. 2

Podemos torcer este cilindro de izquierda a derecha y por detrás de la figura, para obtener un anillo.



Fig. 3

Los dos círculos extremos que se reúnen contienen las flechas dobles, que es posible identificar.

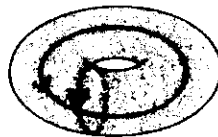


Fig. 4

A la inversa, el toro así obtenido, presentado como un anillo, puede recortarse según un grafo, y vuelve a darnos un pedazo de estofa rectangular, como una cretona, equivalente al cuadrado inicial.



Fig. 5

$a_1$  - *Diferentes presentaciones de la estofa tórica*

Utilizamos principalmente tres presentaciones.

- *El toro presentado como un anillo* corresponde claramente a su definición como identificación del cuadrado.

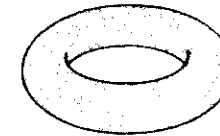


Fig. 6

- También podemos recurrir a la presentación del toro simple, hecho de  $n$  esferas reunidas por  $n$  tubos, llamado, de acuerdo con la costumbre anglosajona, *n-esfera con tubos*.

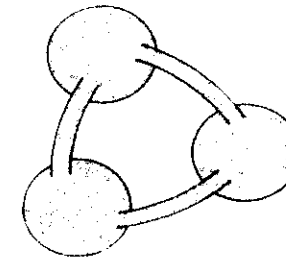


Fig. 7

Esto puede hacerse hasta en el caso en que  $n$  es igual a 2, vale decir, la presentación del toro en una *2-esfera con tubos*.



Fig. 8

En el caso en que  $n$  es igual a 1, decimos que esta esfera está provista de un asa: *la esfera con un asa*. Se trata de otra presentación de la estofa tórica. La utilizamos para el estudio de trayectos tóricos.

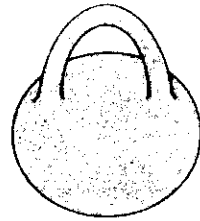
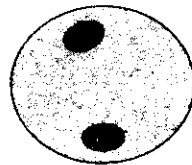


Fig. 9

Describamos la esfera con asa: es una esfera sobre la cual se hacen dos agujeros imaginables como rupturas de superficie, en cuyos bordes se inserta un asa.



Un asa



Una esfera con dos agujeros

Fig. 10

Estos dos elementos de estofa son dos presentaciones diferentes de la esfera con dos agujeros (véase capítulo IV).

Pero no hemos especificado cómo insertar el tubo (el asa), en sí mismo una esfera con dos agujeros. Esa inserción puede efectuarse atravesando la esfera por el interior.

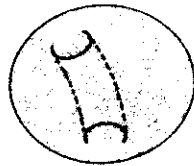


Fig. 11

Debe señalarse la equivalencia de la inserción del asa en el interior con su inserción en el exterior. Esta equivalencia es una curiosidad del agujero tórico, cuyo carácter doble comenzamos a experimentar aquí. Como una pieza de tarlatana, exhibe la dificultad llamada del manguito por Pierre Soury, que hace que prefiramos la presentación de la inserción exterior.

Esta última presentación de la esfera con asa justifica el dibujo del toro presentado como un anillo.

Dibujemos el asa como una banda bilátera, vista en perspectiva, que colocamos en una esfera atravesada por dos agujeros, aquí dibujada a la derecha.



Fig. 12

Conjuguemos esos dos pedazos de estofa a fin de anular su borde.

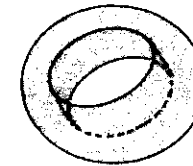


Fig. 13

A causa del cierre de la estofa, algunos trazos ya no se ven. Se los indica mediante una línea punteada.

Suprimimos los trazos que ya no son pertinentes:

- porque no marcan una diferencia en el número de espesores de estofa (las dos porciones de elipse);

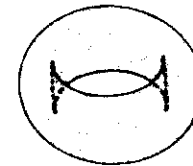


Fig. 14

- porque no se ven y están punteados.



Fig. 15

Obtenemos verdaderamente la presentación como anillo cuando deformamos ligeramente ese toro. Si hacemos desaparecer la dificultad del manguito de Pierre Soury, nos encontramos con una presentación que ni siquiera permite sospechar esa dificultad. Está elidida.

La equivalencia entre las tres presentaciones se legitima debido a que los invariantes son los mismos para unas y otras. Al retraer la esfera a la esfera con asa, o las dos esferas a la presentación como esferas con tubos, obtenemos la primera presentación en anillo.

### $a_1$ - Cálculo de algunos invariantes

#### 1) Cálculo del indicador de Euler-Poincaré

Lo efectuamos a partir de un grafo que recorta el toro en un cuadrado cuyos lados están cosidos dos a dos (de conformidad con nuestros principios de montaje de las estofas). Este grafo tiene un vértice, tres aristas y dos caras; son los dos triángulos de estofa obtenidos al recortar efectivamente el toro siguiendo las aristas de ese grafo.

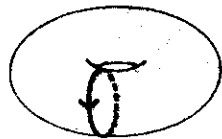


$$S - A + F = 1 - 3 + 2 = 0$$

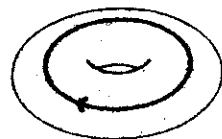
Fig. 16

#### 2) Cálculo del grupo fundamental

El grupo fundamental del toro es  $Z^2$ . Cualquier trayecto se reduce a un elemento del grupo,  $G = \{x, y / xyx^{-1}y^{-1} = 1\} = Z^2$ , cuyos dos generadores se denominan giro meridiano y giro longitud.



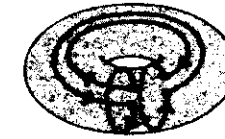
Un meridiano  $x$



Un longitud  $y$

Fig. 17

El grupo es conmutativo (abeliano), debido a que  $xyx^{-1}y^{-1}$  es igual al elemento neutro. Ese compuesto se llama conmutador<sup>1</sup>. Mostremos esta propiedad construyendo el conmutador.



Un conmutador  $xyx^{-1}y^{-1}$

Fig. 18

El trayecto así compuesto puede retraerse,



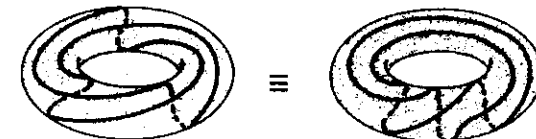
Fig. 19

hasta reducirse a un punto: por lo tanto, es neutro.



Fig. 20

A raíz de la escritura del grupo fundamental, un trayecto cualquiera puede escribirse con la ayuda de un par de números enteros relativos, los exponentes  $m$  y  $l$  de los generadores  $x$  e  $y$  de nuestro grupo.



$x^3y^2$  sea (3, 2)

Fig. 21

Esto permite distinguir los trayectos tóricos gracias a dos números enteros ( $m, l$ ). Debemos a J.-C. Terrasson un procedi-  
 1. *Essaim*, p. 133

miento de cálculo de los trayectos tóricos en el dibujo. Antes de exponer su principio, señalamos que hay una simetría entre nuestros trayectos generadores  $x$  e  $y$ .

Los giros meridianos y giros longitudes, como cadena y trama de bombasí, se intercambian en una inversión del toro. Esta inversión puede realizarse gracias a un agujero imaginable como ruptura de superficie. Así, pues, dejamos esta cuestión para el capítulo próximo, en que nos ocuparemos del toro agujereado de esta forma. No hay que confundir este tipo de agujero en la estofa, que produce un componente de borde, con el agujero específico del toro que no presenta borde. ¿Ese agujero tórico específico no revela dos dimensiones que pueden intercambiarse?

### $a_1$ - *El agujero tórico*

El toro presentado como anillo insiste a través de los cambios de presentación. Lo utilizamos implícitamente en el comentario de los matices que muestra el agujero tórico.

De manera intrínseca, el toro no tiene agujero. Lo cual significa decir que un trayecto cualquiera recorrido en la estofa del toro nunca se topa con ninguna singularidad. El agujero tórico sigue siendo un invariante intuitivo cuya definición rigurosa requiere una buena construcción. Ésta revela un invariante sorpresivo para la noción de agujero que podíamos hacernos en un inicio. Sólo el principio del grupo fundamental de la estofa tórica permite a quien es sujeto (intrínseco) al toro contar el número de giros y advertir, debido a dos tipos de trayectos generadores, que hay agujero y que hay doble. Llamamos agujero a la singularidad así señalada, pero no hay borde. Al presentar agujeros imaginables, el conteo de los generadores del grupo fundamental de la esfera nos ha enseñado a guardar reserva antes de llegar a una conclusión sobre el número de agujeros. Digamos que hay doble, sin mayores precisiones. Esos dos generadores, que cuentan los números de giros, son equivalentes, a causa de la inversión en que se intercambian meridianos y longitudes. Lo haremos ver mucho mejor en el próximo capítulo, mediante la inversión del toro. Esta equivalencia favorece el olvido de su diferencia, su confusión, bien característica de esta estructura tórica en que su dualidad a menudo se cuenta como uno.

Señalemos ya en esta oportunidad que, contados como dos cortes no triviales los generadores del grupo fundamental intrínseco de la estofa, queda olvidado un tercer tipo de cortes de este mismo grupo. Son los que corresponden al tipo del elemento neutro, el trayecto reductible. Generan un agujero imaginable sin

cambiar el género de la estofa, en oposición a los cortes correspondientes a los generadores y sus compuestos no neutros.

Hay otra manera de contar como uno el agujero tórico. El toro se considera de género uno porque bastan dos cortes, que no se encuentran (lo que excluye que correspondan a los dos generadores del grupo fundamental, dado que tienen un punto en común), para dividir la superficie en dos pedazos. En el capítulo III tomamos el ejemplo del toro. El género, invariante intrínseco, habla de lo extrínseco. Mostrémoslo.

En lo extrínseco, para quien toma el toro como objeto, éste presenta un agujero de un tipo especial ya que, aun así considerado, no siempre tiene borde. Es el agujero tórico, que no debe imaginarse como ruptura de superficie. Hay que tomarlo como estructura (*L'Étourdit*, p. 42). Para contar el número de agujeros, es preciso pasar a través de cada uno de ellos; sigue siendo el grupo fundamental, pero esta vez del espacio circundante. Como en la investigación intrínseca, este grupo tiene un elemento neutro que no hay que olvidar (en esta estructura algebraica, este elemento es muy diferente de los otros). El grupo fundamental del espacio que circunda al toro se construye con un único generador que adopta el agujero tórico correspondiente al género uno del toro. En la medida en que ese grupo tiene un generador, el género uno del toro, invariante intrínseco, parece hablar de lo extrínseco. Para el grupo fundamental del espacio circundante, la exterioridad del toro no constituye más que una sola región conexa, recorrida por un trayecto cualquiera del grupo, y es posible remitirse a la primera reflexión de Lacan con respecto al toro (E., p. 321; «i»). Señalemos, a la inversa, que podemos distinguir dos agujeros de esta región. El de la exterioridad central, el agujero tórico propiamente dicho, que no recorre nunca un trayecto reductible y atraviesa el trayecto generador. Y el de la exterioridad periférica, el agujero alrededor del toro, recorrido por el trayecto reductible, correspondiente al elemento neutro del grupo fundamental del espacio circundante. También allí, si sólo se tiene en cuenta el elemento generador del grupo, queda olvidado un agujero. Se trata del agujero real, el que, para terminar, el doctor Lacan presentará como el agujero de la recta infinita, el que está alrededor. Impensable por ser evidente, connota la represión originaria que no podemos pensar a raíz de estar adentro. Es la evidencia [*évidence*] que confina con el vaciamiento [*évidement*] (elemento neutro).

El género, definido en la historia de las matemáticas como invariante intrínseco, puede dar lugar a un género topológico que corresponde mejor al agujero tórico. Calificaremos de nodal ese género; es el género matemático aumentado en uno. En la composición de varios toros para construir un multitoro, se suman los

números de agujeros tóricos y se identifican los elementos neutros. Calculamos de ese modo en el género del toro  $N + 1$  agregado a  $M + 1$ , que da  $N + M + 1$ . Esta reflexión debe extenderse al género de los nudos.

A fin de distinguir e identificar el concepto analítico de neurosis con el invariante topológico que es el agujero tórico, volvamos al estudio intrínseco.

Para presentar la estructura de la neurosis, el doctor Lacan utiliza el toro apoyándose sobre los trayectos que pueden efectuarse en él y poniendo de relieve la existencia del carácter doble del agujero tórico. De hecho, como lo decíamos antes, es evidente, al simplificarla, el olvido de una parte de esta característica.

Cuando hacemos dos giros meridianos e intentamos volver al punto de partida para cerrar el trayecto, hay que hacer un giro longitud que en ese caso se traza como tal.



Fig. 22

Después de haber recorrido un gran número de giros meridianos, nos vemos de nuevo en el punto de partida y, al mismo tiempo, el giro longitud efectuado queda olvidado.

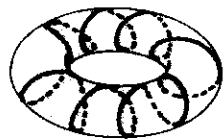


Fig. 23

La estructura de la neurosis, al margen del olvido de ese giro suplementario, es la confusión de los dos giros. Diremos, para no olvidarlo más, que un toro son dos toros enlazados. Un toro es igualmente su inverso. No distinguir, o confundir, giro meridiano y giro longitud lleva a tomar la demanda del Otro por su deseo.

Hay otra dimensión abierta por la estructura del toro. Los giros meridianos llamados, en un primer momento, giros de demandas, son recorridos en una metonimia (se trata del deslizamiento de un rasgo tomado sobre el objeto). La causa de esta repetición, que procura consumarse, está dada por la existencia de esa otra dimensión, la del deseo, del agujero tórico. El otro toro la refleja.

En un segundo momento, Lacan se refiere a esta misma estructura a partir del otro toro. Éste está enlazado al primero, del que es el inverso.

El neurótico conoce esta dificultad para demandar. Alma bella de la locura, termina por hacer reproches. Hay una locura neurótica donde el sujeto es hablado por el Otro tanto como en la psicosis, por el hecho de desconocer el deseo. Algunos pobres clínicos, que tienen el gusto por el orden más acentuado que los niños, a menudo confunden en la locura estas dos estructuras. Lacan encontró la punta de su presentación de los ardidés de la demanda y el deseo en una lectura de la trigésimo tercera conferencia de Freud en *Nuevas aportaciones al psicoanálisis*, "La feminidad", en la cuestión de lo que la hija demanda a su madre.

#### $a_5$ - *Los trayectos tóricos, los nudos tóricos*

Sobre la estofa de un toro, tomado como un pedazo de cotí, podemos efectuar trayectos que se componen de uno o varios giros meridianos y uno o varios giros longitudes. Entre el número de giros meridianos ( $m$ ) y el de giros longitudes ( $l$ ), existe una correlación que permite determinar si el trayecto efectuado está constituido por varios círculos o uno solo.

Un lazo tórico es un recorrido cerrado, un círculo, consistente en la estofa del toro. Corresponde a la sumersión de un nudo hecho de un solo redondele de hilo, llamado nudo tórico, que no existe como nudo de manera intrínseca al toro. Si bien siempre se pueden componer entre sí longitudes y meridianos, su composición no siempre resultará en un lazo tórico sino, en ciertos casos, en varios círculos consistentes en conjunto, es decir, varios lazos. Este último caso corresponde a la sumersión de un nudo hecho de varios redondeles de hilo, o sea una cadena.

#### • *Cálculo de los lazos tóricos en el dibujo*

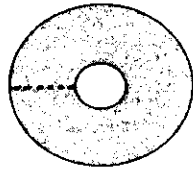
A partir de un número dado  $m$  de giros meridianos y un número dado  $l$  de giros longitudes, podemos intentar trazar el trayecto tórico, hecho de uno o varios lazos, compuesto por esos giros. Si  $m$  y  $l$  son números primos entre sí (es decir, si no tienen otro divisor común que 1, como 6 y 7, 8 y 13 ó 1 y 2), la composición de los giros meridianos y longitudes produce un único lazo (nudo tórico).

A la inversa, si  $m$  y  $l$  no son primos entre sí (es decir, si tiene otro divisor común además de 1, como 2 y 4 ó 3 y 15), su composición produce varios lazos (correspondientes a una cadena).

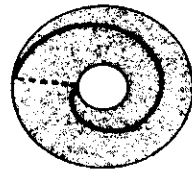
Veamos algunos ejemplos de trayectos tóricos, comenzando por los nudos tóricos.

1) *Un giro meridiano y un giro longitud*

Comencemos por el más simple de esos trayectos,  $m = 1$  y  $l = 1$ . Como son primos entre sí, su composición debe generar un lazo tórico único. Comprobemos si es así.



Recorremos una porción de trayecto meridiano que trazamos con una línea punteada, porque lo efectuamos sobre la parte no visible



Unimos los dos extremos de esta porción de trayecto meridiano, con lo que éste queda cerrado

Fig. 24

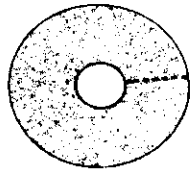
Está claramente compuesto por un solo lazo: es un nudo tórico trivial.

En este tipo de ejercicio, convenimos en un principio que facilita su realización. Se trata de trazar en primer lugar las porciones de giros meridianos que pasan por debajo, en línea punteada. Este principio facilita el conteo porque deja lugar arriba para trazar las porciones de trayectos longitudes.

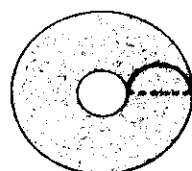
Las porciones de trayectos meridianos trazadas con línea punteada corresponden claramente a giros meridianos. Para mostrarlo, tomemos el caso más simple de un trayecto que no hace sino un giro meridiano.

2) *Un giro meridiano y cero giro longitud*

En este caso,  $m = 1$  y  $l = 0$ ; son por lo tanto primos entre sí.



Ubicamos nuestra porción de trayecto meridiano



Para reunir los dos extremos de la porción de trayecto meridiano sin efectuar ningún giro longitud, basta con un arco por encima

Fig. 25

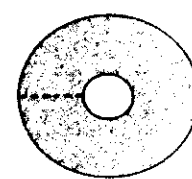
En este caso rudimentario, comprobamos que una porción de trayecto meridiano corresponde a un giro meridiano. En los casos más complicados, las porciones de trayectos longitudes por encima sirven también para completar los giros meridianos iniciados

por debajo. Del mismo modo, las porciones de trayectos meridianos conjugan las porciones de trayectos longitudes para componer giros efectivos.

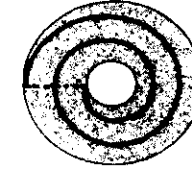
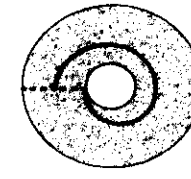
A continuación, emplearemos el término meridiano para designar cada porción de trayecto meridiano, y el de longitud para hablar de porción de trayecto longitud.

3) *Un giro meridiano y dos giros longitudes*

En este caso,  $m = 1$  y  $l = 2$  son primos entre sí, por lo que su composición debe generar un lazo tórico único.



Trazamos un meridiano sobre el toro



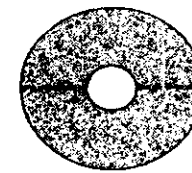
Unimos los dos extremos de este elemento meridiano mediante una curva que describe dos giros longitudes. Al final del primer giro, el longitud parece recortar el meridiano cuando en realidad no pasan por la misma capa de estofa.

Fig. 26

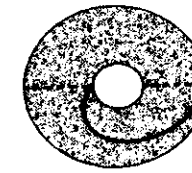
El trayecto está rizado. Se compone de un solo lazo.

4) *Dos giros meridianos y un giro longitud*

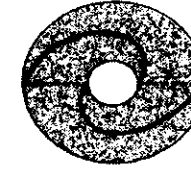
Aquí,  $m = 2$  y  $l = 1$  son los números escogidos en el ejemplo anterior, cuyas atribuciones intercambiamos.



Trazamos los dos meridianos, que dividen el toro en dos partes



Sobre la primera parte, efectuamos un semilongitud de un meridiano al otro



Al proseguir, el trayecto se cierra sobre la otra parte del toro mediante un segundo semilongitud

Fig. 27

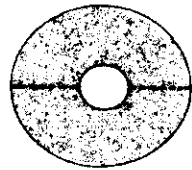
Se han realizado dos porciones de un semigiro longitud cada una, o sea un giro longitud.

Podemos señalar que desde el trayecto precedente ( $m = 1$  y  $l = 2$ ) hasta éste ( $m = 2$  y  $l = 1$ ) hay, entre el número de meridianos y el de longitudes, una inversión que es la que encontraremos más

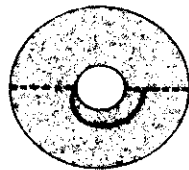
adelante, cuando demos vuelta el toro (véase capítulo VI). En esos dos recorridos del lazo sobre el toro, meridianos y longitudes intercambiaron su papel.

5) *Dos giros meridianos y tres giros longitudes*

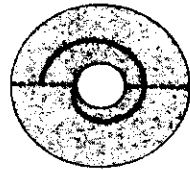
En este caso,  $m = 2$  y  $l = 3$  son primos entre sí. Trazaremos los longitudes mediante dos porciones de  $3/2$  de giro, o sea dos veces un giro y medio. La porción de giro longitud puede ser inferior, igual o superior a uno, según los casos.



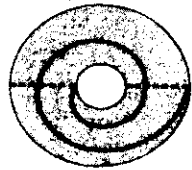
Trazamos los dos meridianos.



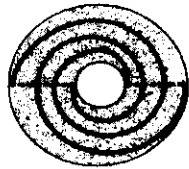
Iniciamos el trayecto efectuando un semigiro longitud



Hemos efectuado un giro longitud completo, o sea dos semigiros.



Aquí se realiza el tercer semigiro, para alcanzar la porción de  $3/2$  de giro longitud.



Trazamos la segunda porción longitud, desde el extremo central del segmento alcanzado hasta el extremo periférico del segmento inicial, con lo que hacemos el segundo giro y medio que cierra el trayecto

Fig. 28

En nuestro trayecto, cada porción de giro longitud se presenta uniendo el extremo central de un segmento punteado (meridiano) con el extremo periférico del otro segmento (meridiano). Hay dos porciones de longitudes que cumplen cada una un semigiro, o sea un  $l/m$  giro. Estos elementos combinatorios vuelven a encontrarse en cualquier trayecto tórico y proporcionan referencias seguras para dibujarlo de manera precisa.

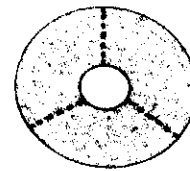
• *Regla de trazado del trayecto tórico compuesto de un solo lazo*

Para efectuar correctamente el trazado del trayecto a partir de dos números,  $m$  y  $l$ , ponemos en primer lugar los  $m$  meridianos (con líneas punteadas, porque el trazo se inscribe en la parte no visible del toro), y luego trazamos los longitudes por porciones.

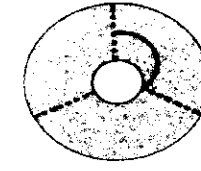
Del extremo central de un segmento punteado (que representa un meridiano) al extremo periférico de otro segmento (meridiano), trazamos una porción de longitud igual a  $l/m$  giros; después, desde el extremo central del segmento (meridiano) alcanzado repetimos la misma operación y así sucesivamente hasta que todos los extremos de los segmentos (meridianos) sean tocados por una porción de longitud. Trazaremos en consecuencia  $m$  porciones de longitudes de  $l/m$  giros. Todas las porciones de longitud tienen la misma curvatura, para evitar que se crucen en la superficie del toro que imita la lustrina.

6) *Tres giros meridianos y dos giros longitudes*

Aquí  $m = 3$  y  $l = 2$ . Trazaremos los dos longitudes por tres porciones de  $2/3$  de giro.

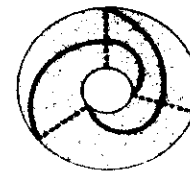
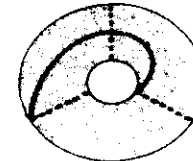


Dibujamos los tres meridianos

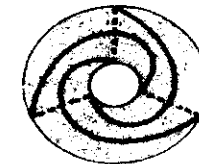


Para trazar la porción de dos tercios de longitud, iniciamos el trazado realizando un tercio de giro (que, por lo tanto, no debe concluir en el extremo de un segmento)

Luego lo completamos con un segundo tercio para alcanzar el extremo de un segmento (meridiano)



Trazamos la segunda porción de longitud



Finalmente la tercera porción que riza el trayecto.

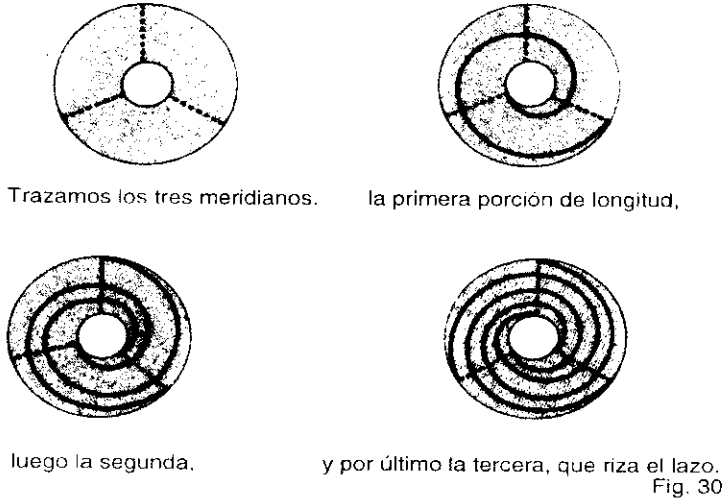
Fig. 29

Podemos verificar que nuestro trayecto puede ser recorrido sin levantar el lápiz, es decir que se trata verdaderamente de una sola curva cerrada, correspondiente a la sumersión de un nudo en la superficie del toro.

En los ejemplos siguientes, ya no descomponemos las porciones de giros longitudes.

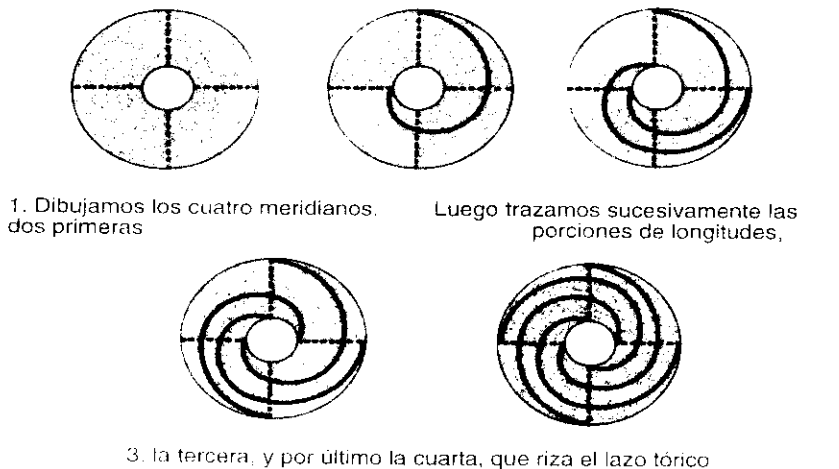
7) *Tres giros meridianos y cuatro giros longitudes*

En este caso,  $m = 3$  y  $l = 4$  son primos entre sí. Trazaremos los cuatro longitudes en tres porciones de  $4/3$  cada una.



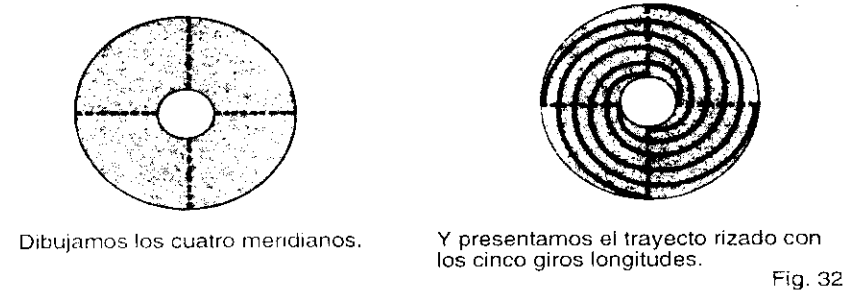
8) *Cuatro giros meridianos y tres giros longitudes*

Aquí,  $m = 4$  y  $l = 3$ . Los tres giros longitudes se trazan en cuatro porciones de  $1/3$  de giro.



Veamos un último ejemplo de un trayecto compuesto de un único lazo.

9) *Cuatro giros meridianos y cinco giros longitudes*



El lector puede comprobar la justeza de esta última figura estableciendo las etapas intermedias.

Examinemos por fin lo que pasa cuando  $m$  y  $l$  no son primos entre sí. El lector podrá constatar que no obtenemos un lazo tórico, sino la sumersión de una cadena.

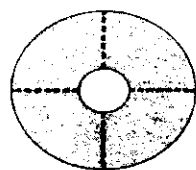
10) *Dos giros meridianos y dos giros longitudes*

Aquí,  $m = 2$  y  $l = 2$ . Excepto 1, un número no es primo de sí mismo. Cada una de las dos porciones de longitudes será de  $2/2$  de giro: en consecuencia, trazaremos dos veces un giro.

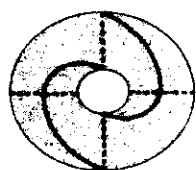


11) *Cuatro giros meridianos y dos giros longitudes*

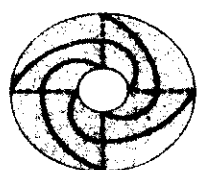
En este ejemplo,  $m = 4$  y  $l = 2$  no son primos entre sí. Trazaremos cuatro porciones de longitudes de  $2/4$  de giro. Dibujaremos entonces cuatro veces un semigiro.



Se trazan los cuatro meridianos.



Las dos primeras porciones, o sea un giro longitudinal, rizan un lazo



Lo mismo ocurre con las dos últimas porciones. Hay dos lazos

Fig. 34

### 3. Los multitoros

#### $a_1$ - Definición

Los multitoros son compuestos, de acuerdo con nuestros principios de montaje (véase capítulo II), de toros simples, verdaderos pañuelos de linón. Un  $n$ -toro, o sea un compuesto de  $n$  toros, exhibe  $n$  agujeros tóricos; es de género  $n$ . Pero los agujeros alrededor de cada toro, que con respecto al toro simple señalábamos como olvidados, se componen para no formar sino un agujero en torno del multitoro. El grupo fundamental del espacio circundante del multitoro comprende  $n$  generadores, correspondientes al número de agujeros tóricos y al género de la estofa, y un elemento neutro.

Como en el caso del toro, utilizamos varias presentaciones de los multitoros.

#### $a_2$ - Presentación de los multitoros

Presentación como una composición de anillos. He aquí el doble toro (llamado también 2-toro) y el triple toro (llamado 3-toro) presentados como una composición de toros simples, presentados a su vez como anillos. Desde el punto de vista del grupo fundamental extrínseco, tienen respectivamente dos más un agujero, para el doble toro, y tres más un agujero para el triple toro.

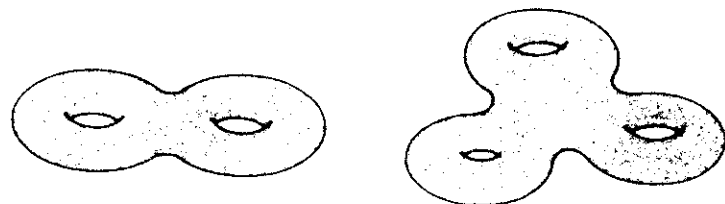
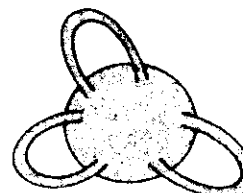


Fig. 35

• *Esfera con asas.* También presentaremos los multitoros en esferas con asas, cuyo género corresponde al número de asas. Sin olvidar el agujero que está alrededor, el número de agujeros extrínsecos es igual al número de asas más uno.



El triple toro es una esfera con tres asas

Fig. 36

• *2-esfera con tubos.* Un  $n$ -toro es una esfera con  $n$  asas que podemos deformar en dos esferas unidas por  $(n + 1)$  tubos: es la presentación como 2-esfera de  $(n + 1)$  tubos.

La 2-esfera con  $n$  tubos es de género  $(n - 1)$ , por lo tanto el número de agujeros extrínsecos es el número de tubos.



El 3-toro es una 2-esfera con 4 tubos

Fig. 37

• *Multiesfera con tubos.* Cada tubo puede dar lugar a una esfera y dos tubos. El número de esferas en la presentación de un multitoro puede multiplicarse. A la inversa, estas diversas construcciones pueden reducirse a una sola esfera con asas.

• *2-esfera con tubos provistas de asas.* Una propiedad no trivial de los multitoros consiste en su separación en dos partes simétricas, cualquiera sea la paridad de su género.

Aquí nos proponemos mostrar esa separación de cualquier multitoro en dos partes simétricas, en el caso de dos ejemplos particulares. Se trata de cambiar la presentación de un multitoro, sea cual fuere la situación dada, y presentarlo como 2-esfera con tubos provistas de asas.

La simetría se deberá a la identidad del número de asas llevadas por cada una de las dos esferas.

Para ello partimos de una presentación en esferas con tubos. Se nos plantean dos casos, según la paridad de esos multitoros, vale decir, la paridad de su género (véase capítulo III).

1) *Los multitoros pares, o sea los  $2n$ -toros, se presentan como 2-esferas con  $2n + 1$  tubos.*

Así un 4-toro es una 2-esfera con 5 tubos.

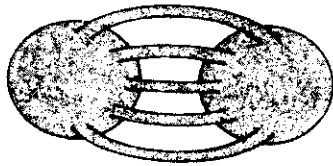
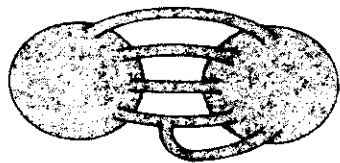
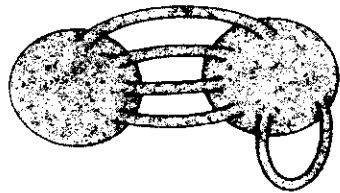


Fig. 38

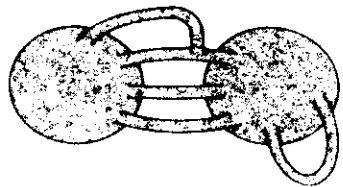
Podemos desplazar el pie de un tubo a lo largo de otro tubo y llevarlo así a formar un asa, como un manguito de tejido de punto abierto, sobre una de las dos esferas (es decir, un tubo cuyos dos pies están en la misma esfera).



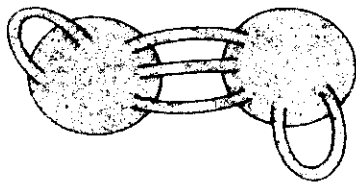
Desplazamos el tubo de abajo a lo largo de otro



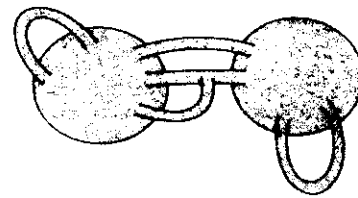
Ese tubo se convirtió ahora en un asa sobre la esfera de la derecha



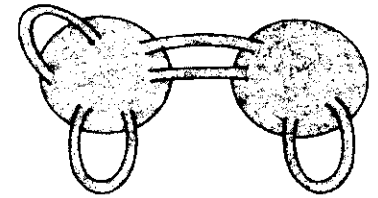
Repetimos la operación con otro tubo para crear un asa sobre la esfera de la izquierda y restablecer la simetría de la figura



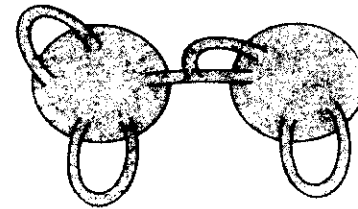
Después de haber pasado a lo largo de uno de los tubos de arriba, tenemos claramente una nueva asa a la izquierda. Quedan tres tubos entre las dos esferas



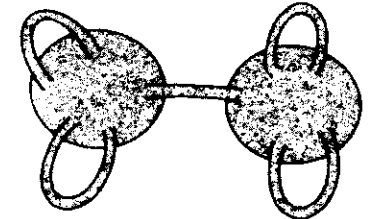
Aquí, una vez más, al hacer que uno de los tres tubos corra a lo largo de uno de los otros dos,



obtenemos otra asa en la esfera de la izquierda



Para mantener la simetría, no nos queda más que repetir la operación

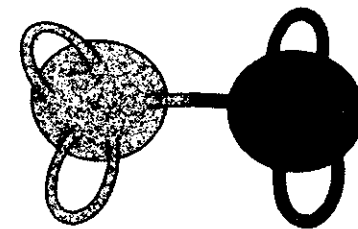


con uno de los dos últimos tubos. Tenemos entonces dos asas sobre cada una de las dos esferas, y nos queda un tubo que une estas últimas

Fig. 39

Hemos obtenido así la presentación simétrica del cuádruple toro en dos esferas, unidas por un tubo, con dos asas cada una.

Para cualquier multitoro par ( $2n$  toro) podemos lograr una presentación simétrica en dos esferas, unidas por un tubo, cada una con  $n$  asas. Al cortar ese tubo, desconectamos las dos esferas con asas en dos pedazos simétricos, es decir, en dos esferas agujereadas con  $n$  asas.

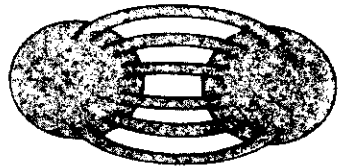


El 4-toro con su corte

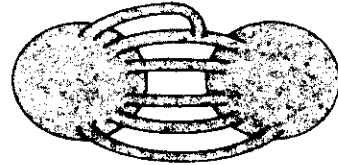
Fig. 40

2) Los multitoros impares, o sea los  $(2n + 1)$ -toros, son 2-esferas con  $2n'$  tubos ( $n' = n + 1$ ).

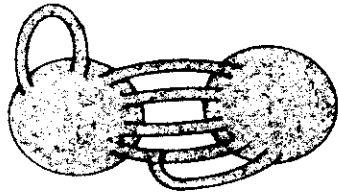
Así, el 5-toro es una 2-esfera con 6 tubos. Estos tubos delimitan los agujeros tóricos entre las esferas.



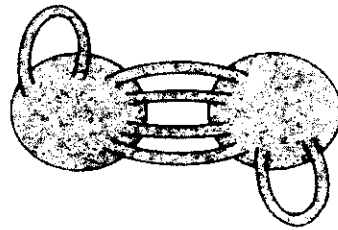
1. Como en el caso precedente, se trata de cambiar la presentación de los tubos



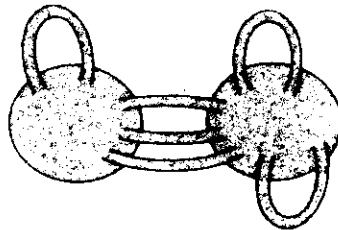
2. para llevarlos a formar asas sobre una esfera



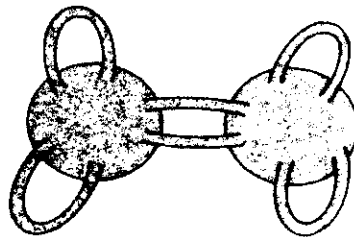
3. Después de haber obtenido un asa en la esfera de la izquierda, desplazamos un tubo a lo largo de cualquier otro



4. Tenemos, simétricamente, un asa sobre la esfera de la derecha



5. Repetimos ese cambio de presentación con uno de los cuatro tubos,



6. y luego con otro. Resulta esta presentación del 5-toro como dos esferas, unidas por dos tubos, con dos asas cada una

Fig. 41

Podríamos perfectamente no detenernos en esa etapa, dado que aún quedan dos tubos entre las esferas con asas, y proseguir entonces el cambio de presentación de un tubo a un asa.

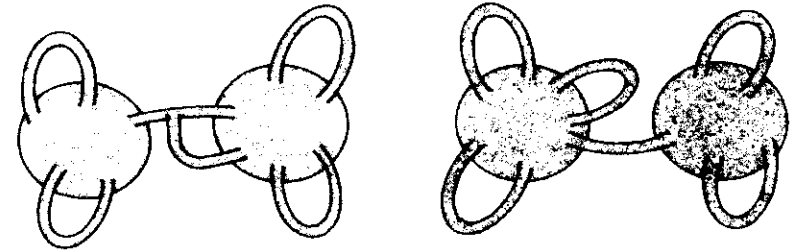


Fig. 42

Obtenemos con ello una esfera con tres asas unida por un tubo a una esfera con dos asas. El 5-toro se reparte entonces en un 3-toro y un 2-toro, lo que no permite una separación simétrica, lo mismo que un desgarrón en el nylon.

La presentación simétrica de los multitoros impares,  $(2n + 1)$ -toros, o sea las 2-esferas con  $2n'$  tubos, se reparte en dos esferas, unidas por dos tubos, de  $n' - 1$  asas cada una, siendo  $n' - 1 = n$ .

Para efectuar el corte que forma un borde, cortamos cada uno de los dos tubos por un meridiano, lo que separa claramente el multitoro impar en dos esferas con  $n' - 1$  asas y dos agujeros.

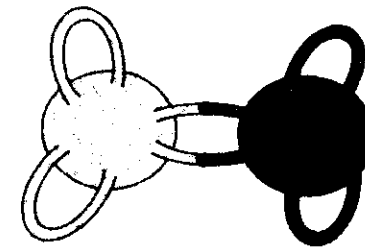


Fig. 43

#### $a_1$ - Los trayectos multitóricos

Los trayectos multitóricos son los trayectos que consisten en la estofa de los multitoros. La equivalencia de los trayectos los reduce a un pequeño número, y está ligada al género de las superficies. Mediante el corte de la estofa según esos trayectos, obtenemos

porciones cuyo género determina la equivalencia entre los trayectos. Ésta debe cotejarse con la teoría de la homología (véase capítulo III), cuya estructura algebraica es bien conocida por los matemáticos. En esta teoría, la equivalencia de los trayectos homólogos se establece tomando en cuenta únicamente pedazos de esfera (género cero). Nos proponemos extender este método.

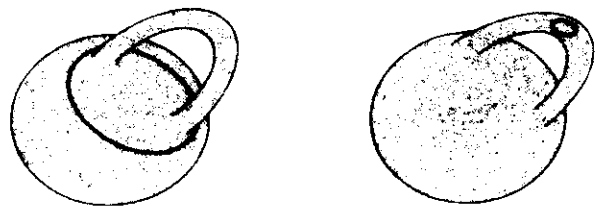
Pierre Soury estudia esta cuestión en términos de grafos. Más adelante mostramos la dualidad entre grafos y trayectos multitóricos, lo que implica todavía un punto de vista intrínseco, sensiblemente diferente del que se limita a la estructura algebraica de la homología.

La lectura extrínseca de los trayectos multitóricos, que se complica cuando varios lazos consisten juntos en la misma estofa, está bastante poco estudiada; su construcción permitiría definir un lenguaje para la topología de los nudos, dado que hemos establecido una correspondencia entre cada nudo y dos estofas multitóricas. Son las superficies fingidas, en el sentido que le da Lacan (capítulo VII), de nuestras superficies de tensión (capítulo I). Creemos que es necesario estudiar los efectos de los cortes hechos según esos trayectos sobre los multitoros, debido a su vínculo con la cuestión de la borradura del nudo en lo intrínseco. Esos efectos, es decir, el número de los pedazos obtenidos, su género y el número de agujeros que implican se presentan en el próximo capítulo.

Aquí sólo presentamos algunos ejemplos de trayectos tóricos y multitóricos, limitándonos a uno, dos y tres lazos en el toro simple, el doble toro y el triple toro. Utilizamos dos presentaciones de esos estofas, ya sea como un anillo o una composición de anillos, ya como una esfera con asas.

### 1) Un lazo sobre el toro simple

Ya hemos visto que hay tres tipos de lazos, trivial (reductible), meridiano y longitud. Mostramos dos presentaciones del primero en la esfera con asas.

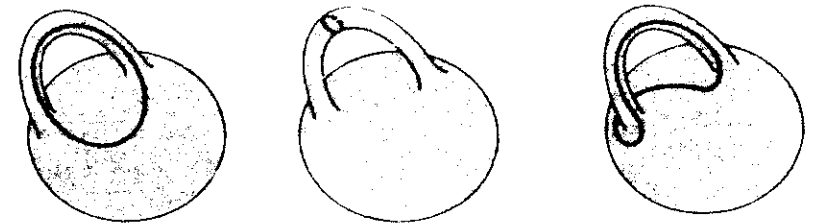


Sobre la parte esférica

Sobre el asa

Fig. 44

Ahora el lazo longitud y el lazo meridiano, que podemos componer entre sí para formar un nuevo trayecto.



Un lazo longitud, uno meridiano y el compuesto entre ambos

Fig. 45

### 2) Un lazo sobre el doble toro

He aquí dos lazos meridianos no equivalentes.



Un meridiano que pasa entre los dos anillos

Un meridiano que sólo corresponde a uno de los dos anillos

Fig. 46

Mostraremos esta no equivalencia en el capítulo siguiente. Desde ya, el lector puede darse cuenta de que al efectuar el corte según esos lazos, uno separaría la superficie en dos pedazos y el otro la dejaría de una sola pieza.

Aquí tenemos otros dos lazos sobre el doble toro.



Un lazo longitud incluido en uno solo de los dos anillos

El compuesto de un meridiano, incorporado al anillo de la izquierda, y de un longitud, en el de la derecha

Fig. 47

### 3) Un lazo sobre el triple toro

Presentamos el triple toro en una esfera con tres asas. La equivalencia de los dos primeros trayectos es fácil de mostrar, como sobre un suave tejido (estofa) de muselina. Uno se transforma en el otro por desplazamiento continuo sobre la parte esférica.

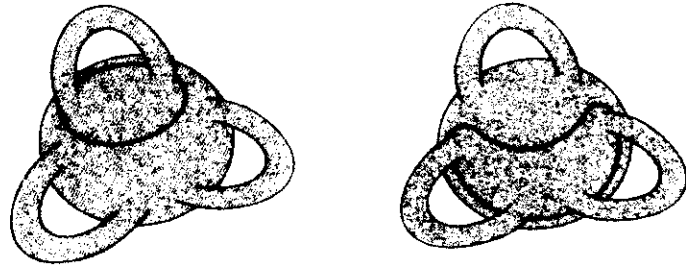


Fig. 48

He aquí otros dos trayectos distintos.

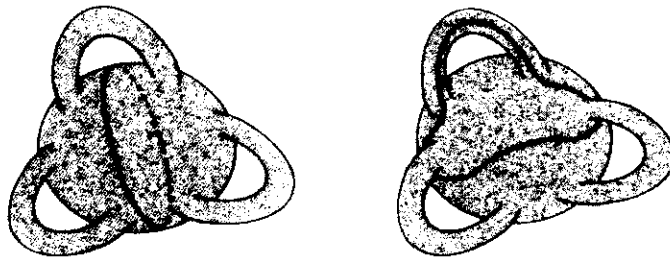
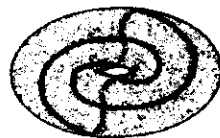


Fig. 49

Mostramos ahora algunos ejemplos en que varios lazos consisten juntos en la estofa.

#### 4) *Dos lazos sobre el toro simple*

Volvemos a mostrar aquí, en una presentación ligeramente diferente, el caso de dos lazos que consisten juntos, tras cumplir cada uno de ellos un giro longitud y un giro meridiano. Se trata, en lo extrínseco, del enlazamiento.

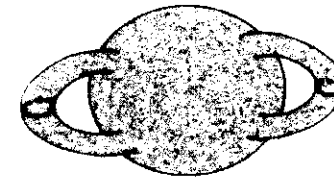


El enlazamiento en la estofa del toro

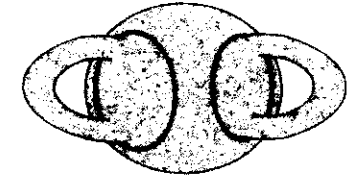
Fig. 50

#### 5) *Dos lazos sobre el doble toro*

Retomamos la presentación como esfera con asas, en este caso dos.



Dos meridianos



Dos trayectos homólogos

Fig. 51

Los dos dibujos siguientes son dos presentaciones diferentes de la misma cosa, porque el lazo que rodea un asa puede desplazarse sobre la parte esférica para terminar rodeando a la otra.

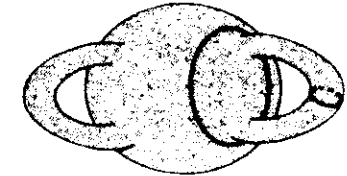
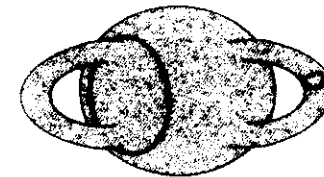


Fig. 52

Otro ejemplo de dos lazos sobre el doble toro.

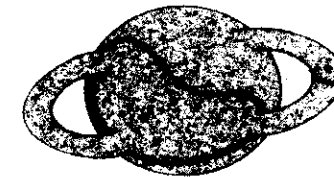


Fig. 53

Podemos señalar que el lazo colocado en la parte esférica se reduce, por deformación continua, a un meridiano sobre el asa que ya tiene uno.

Un último ejemplo de dos lazos que consisten juntos en el doble toro. Se trata del nudo de Whitehead<sup>2</sup>, sumergido en la superficie del doble toro.

<sup>2</sup> *Essays*, p. 119.

En el capítulo siguiente mostraremos, mediante dibujos, que al efectuar el corte según este nudo, la estofa, brillante como un retazo de tisor, permanece de una sola pieza.

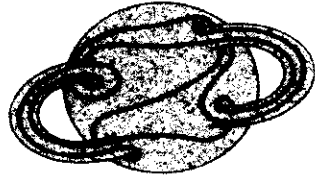
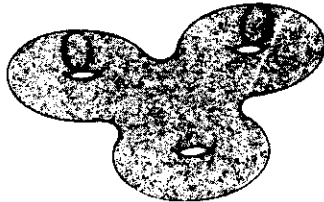


Fig. 54

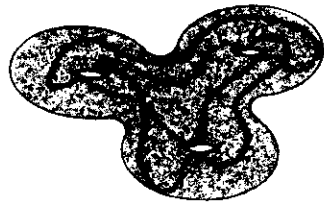
6) *Dos lazos sobre el triple toro*



Dos lazos meridianos incorporados a dos anillos diferentes

Fig. 55

En los dos próximos ejemplos, podemos señalar que no se trata de sumersiones de cadenas. De manera extrínseca, el primer trayecto está constituido por dos redondeles puestos uno sobre el otro; el segundo es el falso agujero.<sup>3</sup>



Dos redondeles superpuestos y el falso agujero consistente en la superficie del triple toro

Fig. 56

<sup>3</sup> Essaim, p. 128, fig. 3; y pp. 132-133.

7) *Tres lazos sobre el doble toro*

He aquí la cadena olímpica, sumergida<sup>1</sup> en la estofa del doble toro.

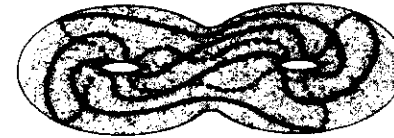


Fig. 57

8) *Tres lazos sobre el triple toro*

Completamos este panorama general sobre los trayectos multitóricos con la sumersión del nudo borromeo en la estofa de un triple toro presentado en una esfera con tres asas.

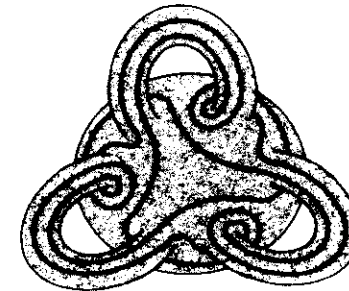
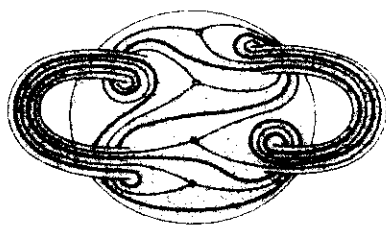


Fig. 58

En el capítulo VI efectuaremos los cortes con los ejemplos que acabamos de dar, y mostraremos las transformaciones que ocasionan.

$a_1$  - *Complementariedad entre los trayectos multitóricos y los grafos multitóricos*

Consideremos un nudo sumergido (un trayecto multitórico) en la estofa de una esfera con asa. La estofa recortada según ese nudo está hecha de bandas que se conectan en encreujadas (véase capítulo VI). Trazamos allí un grafo colocando un vértice en cada encreujada y uniendo los vértices entre sí mediante aristas que recorren las bandas.



El nudo de Whitehead y su grafo

Fig. 59

Consideremos únicamente el grafo.

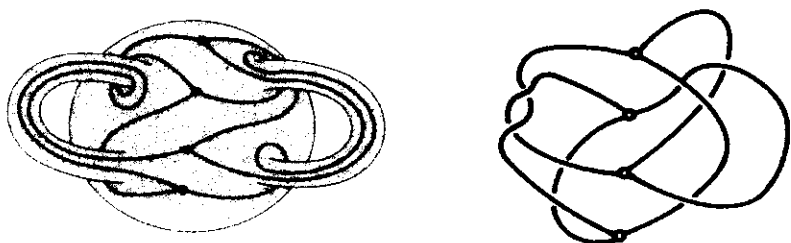


Fig. 60

Tomemos una vecindad del grafo. Las líneas de ésta recortan la estofa en dos pedazos no conexos, distinguidos en el dibujo mediante dos tramas diferentes, como una gran capa de tafetán gastado que delatara las arrugas de sus pliegues.

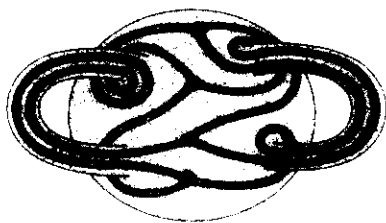


Fig. 61

Retraemos la vecindad del grafo al separarla de éste. Obtenemos una vecindad del nudo inicial. Esta operación pone en evidencia la dualidad entre trayectos multitóricos (nudos sumergidos) y grafos multitóricos.

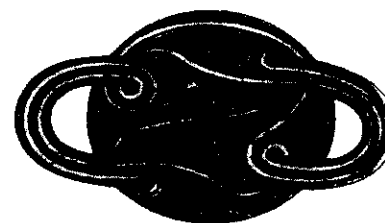


Fig. 62

Podemos efectuar la misma mostración en un caso trivial, a partir de un lazo meridiano sobre el toro. El grafo de la superficie recortada de acuerdo con ese trayecto es un meridiano provisto de un vértice.



Fig. 63

Trazamos una vecindad del meridiano que retraemos a una vecindad del grafo.

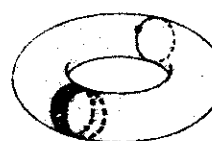


Fig. 64

$a_5$  - *Paridad del corte suplementario a agregar a unos trayectos multitóricos para dividir la estofa en dos partes simétricas*

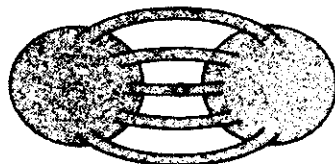
Consideramos ahora un problema específico de la simetría de los multitoros en el caso en que un conjunto de redondeles se sumerge en la estofa, de tal manera que cada uno de ellos pueda asignarse a un tubo diferente en la presentación como 2-esfera con asas. Queremos efectuar cortes de acuerdo con esos redondeles y separar la estofa en dos partes simétricas. Aquéllos dan ya componentes del borde de cada una de las partes simétricas en las cuales procuramos separar un multitoro. La caracterización de esos redondeles en el conjunto de los trayectos tóricos es un problema más fino en el grupo de homología de los multitoros que no abordaremos aquí.

En el caso de un multitoro que tiene cierto número de esos redondeles, ¿cuántos redondeles de corte hay que agregar y cómo, para dividirlo en dos pedazos semejantes? Damos el resultado general.

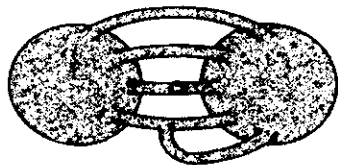
El número de corte suplementario tiene la misma paridad que la suma, aumentada en uno, del género del multitoro y el número de redondeles. Su suma es par o impar. Si es par, el número de redondeles de corte será uno; si es impar, hará falta un corte hecho de dos redondeles.

Para cada uno de los casos en que la paridad de esos dos números es diferente, mostramos configuraciones precisas. Son posibles cuatro casos y, a partir de nuestros ejemplos, mostraremos el esbozo de una solución general.

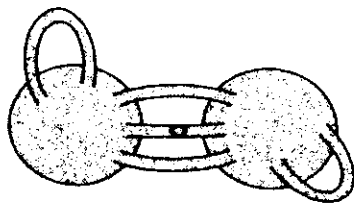
1) *Un redondel puesto sobre el 4-toro* (número de redondeles impar, multitoro par, o sea  $2n$ -toro presentado en una 2-esfera con  $2n + 1$  tubos)



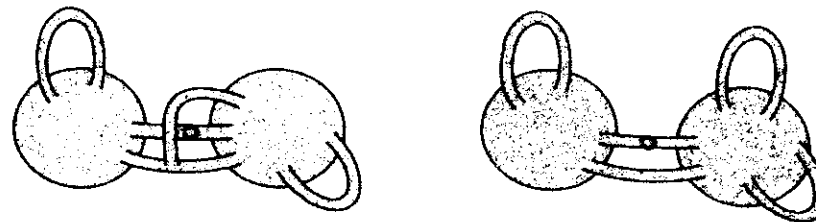
El redondel intrínseco (sin anudamiento) puesto sobre uno de los tubos.



Hacemos circular un tubo a lo largo de otro, para formar un asa sobre una esfera.



Efectuamos la misma operación en otro tubo y obtenemos una presentación simétrica.



Podemos desplazar además uno de los dos tubos que no tienen el redondel. Obtenemos entonces esta figura, en la que una de las esferas tiene dos asas y la otra una sola

Fig. 65

Podríamos obtener una presentación simétrica transformando un tubo en un asa, pero ese cambio de presentación arrastraría el redondel hacia un asa. Ahora bien, para ser un componente del borde del corte que separa la estofa en dos partes simétricas, el redondel debe quedar sobre un tubo.

La presentación simétrica del 4-toro con un redondel en un tubo es por lo tanto la siguiente: dos esferas unidas por los tres tubos, de los cuales uno lleva el redondel inicial; cada una de las esferas tiene un asa. De agregar dos redondeles suplementarios, esos cortes forman borde y separan la superficie en dos pedazos simétricos, como aparecería una pieza de piqué, o sea dos esferas con un asa (y tres agujeros si realizamos el corte).

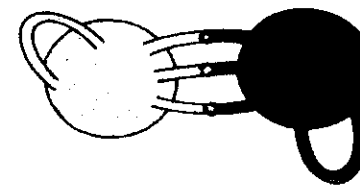


Fig. 66

En el caso de un multitoro par que lleve un número impar de redondeles, hay que añadir dos redondeles de corte para dividirlo en dos partes simétricas.

2) Dos redondeles puestos sobre el 4-toro (número de redondeles par, multitoro par, o sea  $2n$ -toro presentado como 2-esfera con  $2n + 1$  tubos)

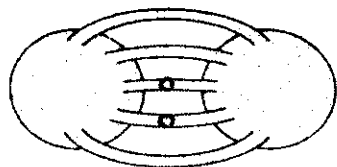
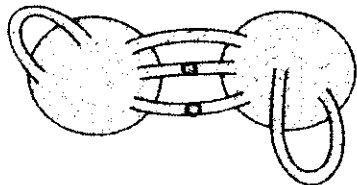
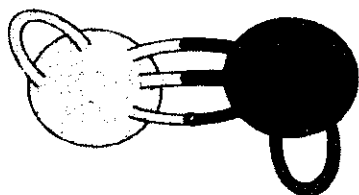


Fig. 67

Los dos redondeles obstruyen dos de los tubos. Entre las dos esferas quedan tres tubos utilizables para el cambio de presentación. Dos de ellos se van a convertir en asas; en cuanto al tercero, se utilizará para el desplazamiento de los dos precedentes.



Obtenemos entonces esta presentación simétrica en dos esferas con un asa y tres tubos

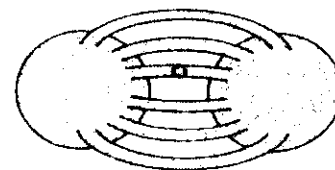


Al agregar un redondele más, esos tres redondeles forman un borde que separa la superficie en dos esferas con un asa (más tres agujeros si realizamos el corte)

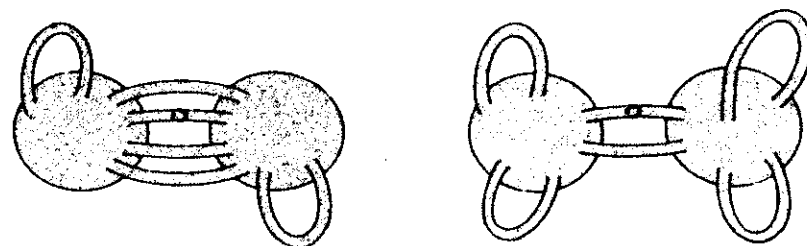
Fig. 68

En el caso de un multitoro par que lleve un número par de redondeles, hay que agregar un redondele de corte para dividirlo en dos pedazos simétricos.

3) Un redondele puesto sobre el 5-toro (número de redondeles impar, multitoro impar, o sea un  $(2n + 1)$ -toro presentado como una 2-esfera con  $2n + 1$  tubos)



Sobre uno de los tubos se coloca un redondele intrínseco



Al desplazar dos de los tubos, obtenemos una primera presentación simétrica. Esta no es la más simple para nuestro problema,

porque el cambio de presentación puede prolongarse hasta resultar en dos esferas con dos asas y dos tubos

Fig. 69

En esta presentación simétrica de dos esferas unidas por dos tubos de los cuales uno lleva un redondele con dos asas cada uno, hay que agregar un solo redondele para que la estofa se separe en dos.

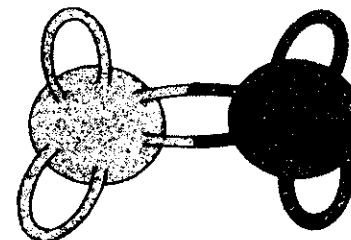


Fig. 70

En el caso de un multitoro impar, que tenga un número impar de redondeles, hay que añadir un redondele de corte para dividirlo en dos partes simétricas.

4) *Dos redondeles puestos sobre el 5-toro* (número de redondeles par, multitoro impar, o sea un  $(2n + 1)$ -toro presentado como una 2-esfera con  $2n$  tubos)

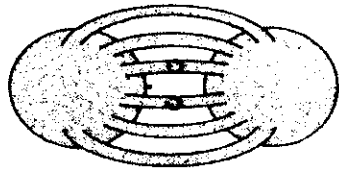
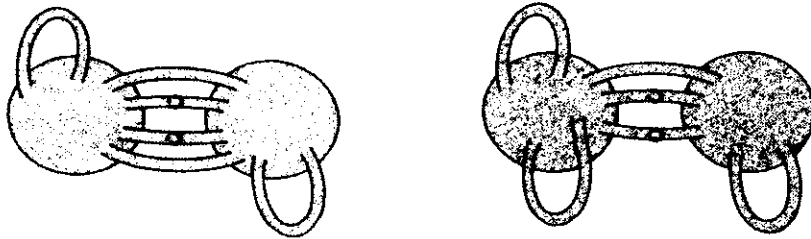


Fig. 71

Colocamos cada uno de los dos redondeles en uno de los tubos.



Desplazamos dos tubos para obtener esta presentación simétrica en dos esferas con un asa y cuatro tubos.

Si desplazamos un tercer tubo, obtenemos esta presentación disimétrica que no podemos transformar. El último tubo sin redondeles no puede circular debido a la presencia de los redondeles sobre los otros

Fig. 72

Volvamos por lo tanto a la etapa precedente, a la cual hay que agregar dos redondeles de corte para que la estofa, como una vela de falla, se separe en dos partes simétricas.

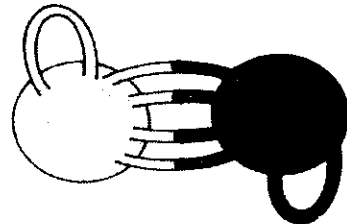


Fig. 73

En el caso de un multitoro impar, que tenga un número par de redondeles, hay que agregar un corte par para dividirlo en dos mitades simétricas.

5) *La relación entre género, redondeles y corte*

Convengamos en llamar  $G$  al género de un multitoro cualquiera,  $R$  al número de redondeles consistentes en su estofa y  $N$  al número mínimo de corte, vale decir, de redondeles necesarios que hay que agregar para dividir la estofa en dos pedazos simétricos.

Tomemos un multitoro cualquiera de género  $G$ , o sea una 2-esfera con  $G + 1$  tubos. Consideremos un número  $R$  de tubos portadores de un redondeles, y un número  $L$  de tubos libres. El número total de tubos ( $G + 1$ ) es igual a la suma del número de tubos portadores de un redondeles ( $R$ ) y del número de tubos libres ( $L$ ):

$$G + 1 = R + L, \text{ o sea } L = G - R + 1.$$

De acuerdo con la definición del género de una estofa, si  $R$  es igual a  $G + 1$ , la estofa se escinde necesariamente en dos partes: serán aquí simétricas porque no consideramos más que los redondeles, en número  $R$ , llevados por los tubos en la presentación de una 2-esfera con tubos. Por lo tanto, nuestro problema sólo se plantea en el caso en que  $R$  es inferior o igual a  $G + 1$ .

Pueden producirse dos casos que debemos distinguir desde un principio. Son los casos en que  $R$  es igual a  $G + 1$  y aquellos en que  $R$  es diferente de  $G + 1$ .

- Si  $R = G + 1$ , entonces  $L = 0$ , no hay tubos libres de redondeles, y en ese caso el número buscado  $N$  es igual a 0.

La 2-esfera con tubos se separa en dos esferas de  $R$  agujeros, como lo mostraremos en el próximo capítulo.

- Si  $R \neq G + 1$ , sabiendo que en este estudio estamos más precisamente en la condición en que  $R < G + 1$ , entonces, como se trata de un número entero,  $R \leq G$ . En esos casos se impone un estudio del número de corte suplementario.

• *En el caso en que  $R \leq G$ .*

Para dividir la estofa de manera simétrica, sin utilizar el cambio de presentación de los tubos en asas, antes mostrado, habría que agregar un número  $L$  de redondeles de corte.

En el transcurso de ese cambio de presentación de los tubos en asas, distribuimos cada uno de los elementos de cada uno de los pares de tubos libres gracias a un tercer tubo libre, transformándolos en asas distribuidas en cada una de las dos esferas. Abordamos los tubos libres por pares para responder a la condición de simetría.

El número  $N$  de corte mínimo, en el cual nos interesamos, tiene necesariamente la misma paridad que el número  $L$ , porque es por pares como transformamos los tubos libres en asas repartidas en cada una de las dos esferas de manera simétrica.

Para establecer el resultado mínimo que representa el número  $N$ , basta con dar la importancia debida al hecho topológico que consiste en distribuir los dos tubos de cada par por medio de un tercer tubo libre. Se deduce de ello que el número de tubos libres que quedan entre las dos esferas no puede ser inferior a 1. Así, en el caso en que  $L$  es par, el número  $N$  será igual a 2; y en el caso en que  $L$  es impar, el número  $N$  será igual a 1.

De acuerdo con nuestra fórmula  $G = R + L - 1$ , podemos escribir:

$$L = G - R + 1.$$

El resultado depende de la paridad de este número  $G - R + 1$ ; esta condición puede escribirse en aritmética en los términos de la congruencia de módulo 2:

- si es par,  $G - R + 1 = 0 \pmod{2}$ , entonces  $N = 2$ ;
- si es impar,  $G - R + 1 = 1 \pmod{2}$ , entonces  $N = 1$ .

Un cálculo rápido de aritmética de módulo 2, en que la diferencia es idéntica a la adición debido a la involución ( $1 + 1 = 0$ ), nos permite escribir:

$$G - R + 1 = G + R + 1 \pmod{2},$$

y pasar la unidad al otro miembro de cada una de nuestras fórmulas.

Así reescribimos el resultado en el caso en que  $R$  es inferior o igual a  $G$ :

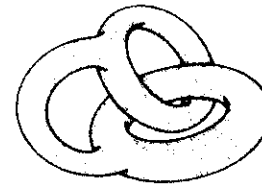
- si  $G + R = 1 \pmod{2}$ , o sea  $(G + R)$  impar, entonces  $N = 2$ ;
- si  $G + R = 0 \pmod{2}$ , o sea  $(G + R)$  par, entonces  $N = 1$ .

Hay un solo caso que puede escapar a este principio; como ya lo dijimos, es lo que sucede cuando no hay tubos libres en el enunciado del problema,  $L$  igual a 0 puesto que  $R = G + 1$ . Los redondeles consistentes en la estofa cortan ya todos los tubos, por lo tanto  $N = 0$ .

#### $a_6$ - El anudamiento de estofas multitóricas

El anudamiento es una noción extrínseca, es por eso que sólo abordamos esta cuestión como apartado.

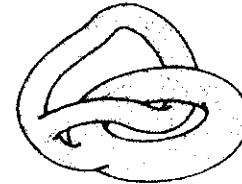
Hay anudamientos aparentes que se deshacen por deformación continua.



Un doble toro cuyos dos anillos están enlazados.



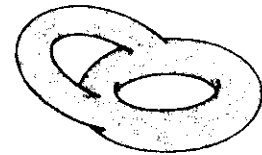
y el grafo retraído de esta estofa



La base de un tubo puede deslizarse de manera continua a lo largo de otra porción de tubo a fin de llegar a...



adherirse al otro anillo, hacer luego un giro meridiano pasando por debajo de la figura.

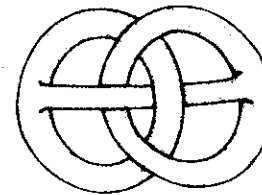


y presentarse como un doble toro no enlazado



Fig. 74

Hay anudamientos consistentes. Si no podemos deshacerlos mediante deformación continua, no sabemos demostrar que esto no es efectivamente posible.



Un doble toro anudado que no sabemos desanudar de manera intrínseca



Un toro anudado como trébol cuyo nudo parece consistir bien Fig. 75

Esta situación plantea la necesidad del estudio de los nudos, y genera la fuerte presunción de que hay nudo en oposición a los anudamientos inconsistentes. Emprendemos su estudio a partir del fascículo nº 3<sup>5</sup>.

#### 4. Conclusión

Para dar un ejemplo de lo que oculta esta estructura tórica, proponemos al lector que se remita a la investigación reciente consagrada al cuerpo femenino, realizada a través de la documentación griega por Giulia Sissa [35]. La apasionante discusión a la que nos invita, que se ocupa de la existencia del himen, con la ilustración de la Pitia en Delfos y la propuesta del enigma de las Danaides en los infiernos, nos muestra los límites de una investigación en lo Imaginario sin el recurso a otro orden.

Este estudio se atiene a la dimensión del agujero tórico y muestra el alcance del desco-nocimiento de la estructura en sus efectos de dimensiones. Al no remitir estas cuestiones al interdicto materno con su correlato velado por el pudor, el círculo se cierra en el toro virginal.

Entre la virgen y la viuda se inscribe la metáfora paterna que responde a esta estructura. En ello la neurosis da indefinidas vueltas al toro virginal en la histérica que tiende la armadura que es el amor por el padre. La histe-historicidad queda tetanizada por confundir la verdad con lo verdadero, el brocatel con el brocado.

La función de la virgen, como la de la prostituta, es sin duda la de metáfora constitutiva de la sexualidad masculina, ser la destinataria de un deseo dirigido hacia ella para que la demanda de amor del hombre se remita a su patrona (E., p. 695; «q»). La virginidad ya es elemento de la metáfora del interdicto de la madre que se consume en el decir a medias de su viudez; a partir del cadáver toma cuerpo un deseo, puesto que, cuerpo muerto, carece por fin como corresponde de lo que no puede tener de ser más que al serlo al mismo tiempo que no lo es.

5. *Nud.*, fascículo nº 3.

El velo referido a la estructura y la castración, en su carácter de interdicto, no sitúa la hendidura del mismo lado. Aquí obstruida o no por el himen, las funciones se invierten debido a la estructura. La hemos calificado de trastocante: produce una inversión acompañada de una elisión. En ese ensayo, sin embargo, el término de velo (*kalyptra*) es muy hermosamente abordado en el acto del develamiento (*anakalypterion*). Nosotros hacemos de él, en esta obra, la articulación de las estofas uniláteras con respecto a las estofas aquí biláteras, bajo el título de la involución significativa, razón por la cual proseguiremos nuestro estudio a partir de los efectos del corte, de la consistencia de los trayectos.

## Capítulo VI

### El gran tamaño de los toros

Agujereados, cortados

AGUJERO TÓRICO  
AGUJERO IMAGINABLE  
CARAS

#### 1. Invariantes

El toro agujereado tiene por definición el género del toro.

Su indicador de Euler-Poincaré es  $-1$ .

Su grupo fundamental es el grupo libre de dos generadores. Contrariamente al grupo del toro sin borde, no es conmutativo.

#### 2. El toro agujereado

##### $a_1$ - Presentación del toro agujereado

A partir de un cuadrado  $I^2$  cuyos lados están orientados.



Fig. 1

Identificamos los lados, en una deformación flexible, como lo haríamos con un pedazo de tela (estofa) de rayón, respetando el sentido de las flechas señaladas en el contorno.

Una primera vez por la izquierda, la banda así estirada vuelve a cerrarse por la derecha.



Fig. 2

Una segunda vez hacia arriba, luego de un paso por encima de la banda anterior, la flecha marcada se presenta en frente del lado inferior.

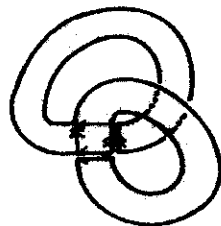
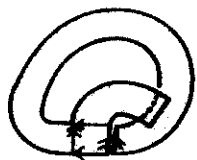


Fig. 3

Volvemos a cerrar la figura.

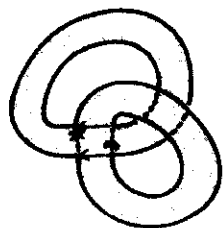


Fig. 4

Se trata de una encrucijada de bandas sin semitorción. Es el toro agujereado.

El agujero único de este toro difiere del caso de la esfera (véase pp. 147 y 148), en el que había tres agujeros; pero, como en todos los casos, verdaderamente está hecho de la superposición de puntos, vértices del cuadrado inicial. Aquí las cuatro esquinas se superponen para dar un solo agujero.

### $a_2$ - *Mostraciones de la inversión del toro*

Donde mostramos, al pasar, que un toro agujereado equivale efectivamente a una encrucijada de bandas sin semitorción.

#### 1. *Un toro horadado por un agujero imaginable*



Fig. 5

Agrandamos el tamaño del agujero hasta hacer que aparezca una banda que une los dos círculos, extremos de un cilindro.

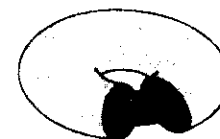


Fig. 6

Esta transformación se efectúa abriendo la superficie hacia arriba y hacia abajo en una deformación del borde del agujero. Presentamos aplanada la banda así puesta de relieve.

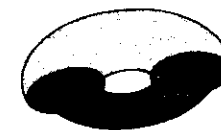


Fig. 7

Luego retraemos el cilindro de uno y otro lado,



Fig. 8

hasta transformarlo, mediante esa retracción, en otra banda que hace puente por encima de la precedente.



Fig. 9

El toro agujereado es claramente una encrucijada de bandas sin semitorción.

Luego, al dar vuelta la banda de estofa aplanada hacia la parte delantera de la figura y transformarla en una banda (cilindro) de eje vertical hacia la parte trasera de la figura,



Fig. 10

podemos desplegarla hacia arriba y hacia abajo,



Fig. 11

volviendo a desarrollar el cilindro que esboza la superficie del toro, hasta que el agujero se reduce de tamaño,



Fig. 12

Agujero al que le damos forma circular para mostrar su estructura esférica,



Fig. 13

su estructura de pastilla o parche, como se desee.

Éste es el primer movimiento que constituye un rasgo característico de la inversión del toro.

Pasemos ahora al segundo movimiento.

2 - A partir de dos anillos enlazados,

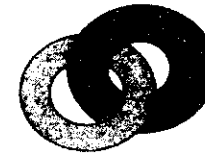


Fig. 14

hacemos un agujero en uno de ellos. Luego aumentamos el tamaño del agujero en cuestión en dos tiempos,



Fig. 15

hasta reducir el tronco de cilindro a una banda.

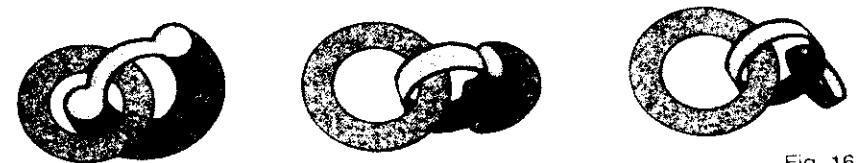


Fig. 16

Si invertimos esta banda de estofa, como si fuese de plumetí, de atrás para adelante, por debajo del otro toro.



Fig. 17

podemos comenzar a desarrollar nuevamente nuestro toro, a la sazón, invertido.

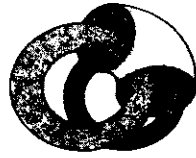


Fig. 18

Envuelve al otro toro, que le sirve de armadura tórica y queda absorbido en un interior,



Fig. 19

hasta encerrar al agujero en una singularidad esférica (reductible).

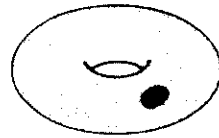


Fig. 20

Hasta aquí nuestro segundo movimiento, el segundo modo de inversión del toro. Pasemos al tercer modo.

En un tercer movimiento, se trata de partir de la situación final del movimiento precedente.

3 - *Un toro constituye una armadura en otro toro que lo envuelve, horadado por un agujero.*

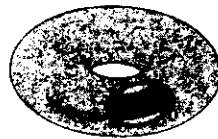


Fig. 21

Ampliamos el tamaño del agujero,

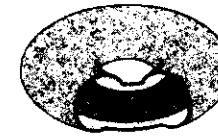


Fig. 22

hasta reducir la parte cilíndrica a una banda que hace puente por encima de la otra banda de la enrocijada.



Fig. 23

Doblamos esa banda desde abajo hacia atrás,



Fig. 24

y comenzamos a desarrollar nuevamente la parte cilíndrica en una dimensión transversa,



Fig. 25

hasta reducir el tamaño del agujero



Fig. 26

a un agujero esférico que nos permite ver los dos toros enlazados.

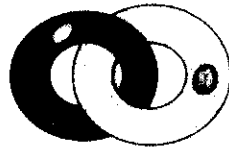


Fig. 27

Al abrir un agujero en el segundo toro, podemos volver a efectuar la inversión de un toro hasta envolver esta vez, en una tela de algodón encarnada [*andrinople*], al toro inicialmente envolvente.



Fig. 28

Como en nuestro segundo movimiento, este tercer modo de inversión está terminado (S. XXIV).

Lacan nos propone homologar estos tres modos de inversión con los tres modos primarios de identificación que, a partir de Freud, él aisló en el conjunto de las identificaciones. Esos tres modos de lo primario corresponden en el schema F a la división del segmento Ies por lo Simbólico, la realidad psíquica y lo Imaginario.

### *a<sub>3</sub> - Intercambio de los giros meridianos y longitudes en la inversión del toro*

En el transcurso de la inversión del toro, al tomarlo como objeto, es decir desde una posición extrínseca, los giros meridianos se convierten en giros longitudes y éstos en meridianos.

Así, en lo intrínseco, los trayectos tóricos, anotados mediante los pares de nombres (m, l), como lo hicimos en el capítulo V, se identifican con los trayectos anotados por los pares (l, m).

Si presentamos la inversión del toro, como acaba de hacerse gracias a dos toros enlazados, de los cuales uno es el inverso del otro, podemos leer los dos trayectos tóricos inversos uno del otro, distribuidos en cada uno de los dos toros.

En el caso de dos giros meridianos y un giro longitud,  $m = 2$ ,  $l = 1$ , mostrado en la figura 22 del capítulo V, dibujamos la situación producida por la inversión cuando elegimos esta posición intermedia.

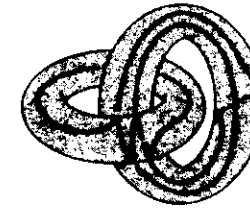


Fig. 29

Los dos giros meridianos y el giro longitud trazados sobre el toro horizontal corresponden a dos longitudes y un giro meridiano en el toro dual, inverso del precedente y aquí vertical.

En el seminario en que se ocupó de la doctrina de la identificación freudiana, durante el cual desarrolla particularmente los tres modos de la identificación primaria, el doctor Lacan presenta la estructura de la neurosis, como ya lo señalamos, en términos de dos giros meridianos llamados de la demanda y un giro longitud que se olvida y al que se dice del deseo. Es notable que, en *L'Étourditi* (pp. 42-43), comente la misma estructura de la posición invertida, que el lector puede seguir aquí en el segundo toro; habla allí de un giro meridiano de la demanda y dos giros longitudes del deseo. En esta situación, los giros de la demanda son necesariamente impares para que se constituya la banda de Möbius, como lo decimos en el capítulo VII.

Es extraordinario comprobar aquí la dificultad y la inercia, por no decir la resistencia si hay verdadera lectura, en el avance del discurso analítico, porque las lecturas más recientes de Lacan hechas por quienes eran ya oyentes de su seminario no han advertido ese vuelco. Puesto que en sus comentarios de esta estructura cuando se aventuran en ella, y tienen razón en hacerlo no aluden sino a su primera aparición, sin llegar nunca a comentar el pasaje de *L'Étourditi* que mencionamos.

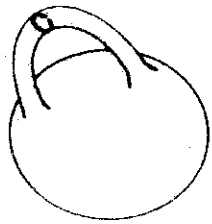
¿Acaso lo que los espanta o los detiene se parece a lo que sería una contradicción de Lacan, que dice dos veces lo mismo de maneras en apariencia opuestas, en tanto que, para nosotros, él se ubica en ese no punto de vista desde el que pueden decirse ambas?

### 3. El toro cortado

#### a<sub>1</sub> - Cortes según los trayectos tóricos

Para determinar las equivalencias intrínsecas entre los trayectos tóricos, estudiamos el género y el número de agujeros de los pedazos obtenidos por el corte realizado según esos trayectos. Pasamos de lo extrínseco a lo intrínseco gracias a las tres operaciones definidas en el primer capítulo. Con ello podemos decir, en lo intrínseco de la estofa, a qué sumersión simple de redondeles corresponde un nudo o una cadena multitórica, es decir, un nudo o una cadena sumergidos en la estofa de un multitoro. A causa de esa equivalencia, no hay nudo de manera intrínseca. El nudo o la cadena se desvanecen.

#### 1. Corte de una esfera con asa según un meridiano



Trazamos un corte meridiano sobre un asa.



El corte efectuado transforma la estofa cerrada en una estofa con borde (hay dos componentes de borde).



Retraemos las dos partes del asa cortada, hasta presentar la esfera con dos agujeros.



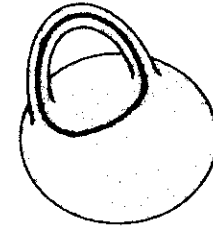
Al proseguir el movimiento, ampliamos los agujeros hasta esta presentación en una banda bilatera.



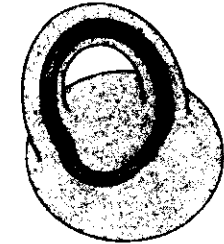
Se trata claramente de un disco agujereado, del que damos aquí el schema de Griffiths.

Fig. 30

#### 2. Corte de una esfera con asa según una longitud



Trazamos un corte longitudinal.



que, una vez efectuado, da una estofa con dos componentes de borde. En los pies del asa aparece una línea de pliegue.



Alargamos los dos componentes de borde, para ampliar el agujero y reducir la parte esférica.



luego el asa, que empieza a retraerse en una banda sobre su parte mediana



El asa se convierte en una banda cuyos dos pliegues se anulan

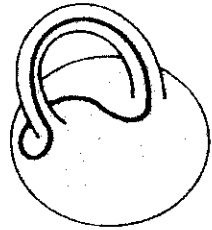


Al proseguir con la reducción del casquete esférico, obtenemos un disco agujereado



Fig. 31

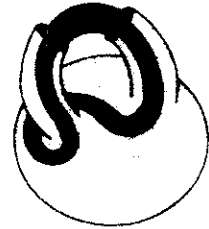
3. Corte de una esfera con asa según un trayecto compuesto por un longitud y un meridiano



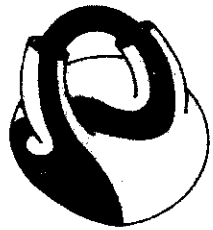
Trazamos el trayecto del corte



Realizamos el corte y abrimos la estofa; en la abertura se hacen visibles dos líneas de pliegues, a los pies del asa



Comenzamos a reducir el asa por arriba.



Al alargar un componente de borde, reducimos la parte esférica,



y luego el asa, cuya parte izquierda se convierte en banda,



con un pliegue que se desprende de lo que era su pie.



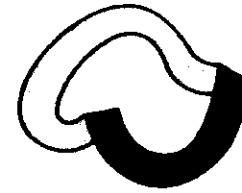
Al proseguir el movimiento, la transformación del asa se termina como banda con un segundo pliegue en el nivel de lo que era su segundo pie.



Con la reducción del casquete esférico se forma otro pliegue, hacia abajo,



y luego otro más, hacia arriba: la esfera es entonces una banda cuyos dos pliegues se anulan. El segundo pliegue del asa convertida en banda está desprendido



Obtenemos por lo tanto una banda con dos pliegues que se eliminan en lo intrínseco por la operación II,



para dar una banda sin pliegue, o sea un disco agujereado (aquí en el schema de Griffiths)

Fig. 32

Los tres cortes que realizamos en el toro presentado en la forma de esfera con asa, como manguito de persiana [perse], producen de manera intrínseca una esfera con dos agujeros. La equivalencia del resultado de los dos primeros, en primer término de acuerdo con un meridiano, luego con un longitud, no tiene por qué sorprendernos, ya que, mediante la inversión del toro, hemos mostrado la equivalencia de los dos trayectos generadores del grupo fundamental de la estofa tórica (el meridiano y la longitud). Que el resultado del último corte sea el mismo, en cambio, es algo más inesperado, porque cortamos según un trayecto compuesto por un meridiano y una longitud, o sea los dos precedentes. Desde el punto de vista intrínseco del grupo fundamental, este tipo de trayecto compuesto no es equivalente a uno u otro de sus componentes. También desde el punto de vista intrínseco, del efecto de los cortes, hay equivalencia de los tres cortes propuestos con el simple corte meridiano del toro,

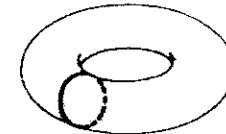
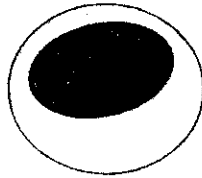
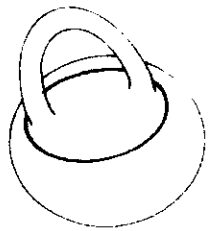


Fig. 33

ya que todos dan, como éste, una esfera dos veces agujereada. Así, pues, en el estudio del efecto de los cortes se trata de otro intrínseco que actúa de cociente con más intensidad que el del grupo fundamental, es decir que reduce un número más grande de objetos (trayectos, cortes), aparentemente diferentes, a un mismo objeto.

4. Trayecto que encierra los dos pies de un asa



Si recortamos una esfera con asa de acuerdo con un trayecto que rodea los dos pies de ésta,

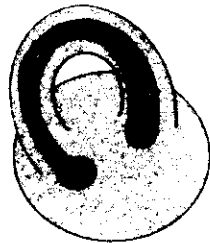
la estofa se divide en una esfera agujereada, por un lado,



y, por el otro, en un toro agujereado del que volvemos a dar el schema de Griffiths

Fig. 34

5. Corte reductible sobre un asa de una esfera con asa



Un corte reductible separa un disco de la estofa

Estudiamos su efecto sobre el otro pedazo agrandando el borde producido, como en los ejemplos precedentes. Hay que advertir las líneas de pliegue que, en la abertura, aparecen en los pies del asa.



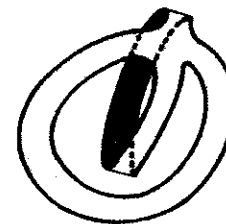
En primer lugar reducimos el asa, que se convierte en una banda con dos pliegues aparentes que la articulan con la parte esférica



Al proseguir el movimiento en la parte izquierda de la esfera, desprendemos el pliegue de la banda

La misma operación, a la derecha, desprende el otro pliegue de la banda, mientras que la parte esférica se reduce

a otra banda provista de dos pliegues, que son lo que queda de la línea de pliegue de la esfera



Doblamos la primera banda, cuyos dos pliegues se anulan,

y desplazamos la segunda para mostrarla con más claridad como puente sobre la precedente. Los dos últimos pliegues aparentes son falsos porque se anulan uno al otro

Donde reconocemos la encrucijada de bandas sin semitorción, o sea el toro agujereado

Fig. 35

Este corte de la esfera con asa, según un trayecto reductible trazado sobre el asa, es equivalente al corte de esa misma estofa según un trayecto que encierre los dos pies del asa. Uno y otro

dividen la estofa en un disco, pañuelo de algodón, y un toro agujereado. Cada uno de ellos es corte del toro según un trayecto trivial.

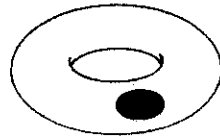
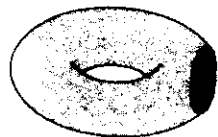


Fig. 36

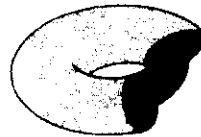
6. Corte de un doble toro según un trayecto mediano



Este corte del doble toro separa la estofa en dos pedazos semejantes



Estudiamos uno de ellos



Agrandamos el borde producido



Obtenemos un tronco de cilindro cuyos dos extremos están unidos por una banda



Reducimos la porción de cilindro, lo que alarga la banda



para obtener una encrucijada de bandas sin semitorción

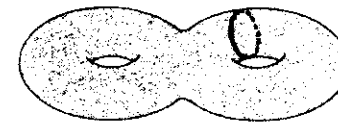
Fig. 37

Este corte del doble toro da dos pedazos, cada uno de los cuales es un toro agujereado.

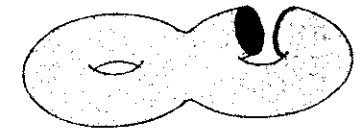


Fig. 38

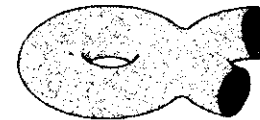
7. El doble toro cortado según uno de sus meridianos



Según un trayecto meridiano sobre uno de los anillos,



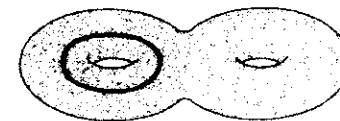
efectuamos el corte que genera un borde de dos componentes



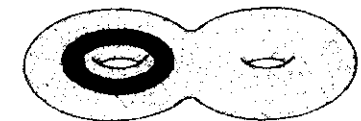
Al retraer las porciones del anillo cortado, obtenemos un toro dos veces agujereado

Fig. 39

8. El doble toro cortado según uno de sus longitudes



Según un longitud sobre uno de los anillos,



efectuamos el corte,

que da un toro con dos agujeros



Fig. 40

9. Un trayecto meridiano compuesto con un trayecto longitud en el doble toro

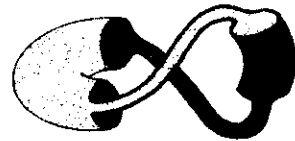


Trazamos el trayecto y

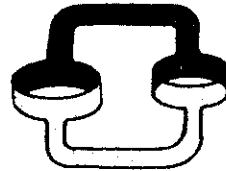
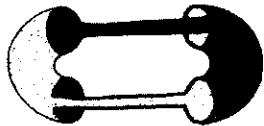


efectuamos el corte.

Al alargar los componentes de borde, reducimos uno de los anillos.

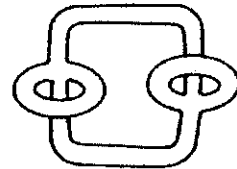
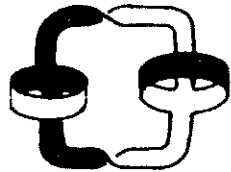


Al proseguir ese mismo movimiento, obtenemos dos porciones de cilindro unidas por dos bandas sin pliegue que se cruzan. Las dos porciones de cilindro son ortogonales: una está en el plano horizontal, la otra en el vertical.



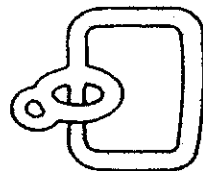
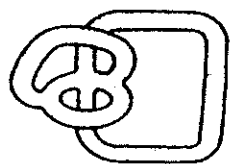
Invertimos la porción de cilindro de la derecha para deshacer el cruzamiento de las bandas. Entre las porciones de cilindro, las bandas van de atrás hacia adelante, pero de una manera inversa entre sí.

Reducimos las porciones de cilindro



Desplazamos el enganche de las bandas sobre las porciones de cilindro reducidas para formar encrucijadas. Lo cual genera dos semitorciones que se anulan (operación III)

al hacer girar la mitad de la figura de acuerdo con un eje vertical. Una homotopía de banda permite conservar los dos puentes aparentes del mismo lado



Al desplazar uno de los puentes aparentes, obtenemos un toro agujereado con un agujero de más.

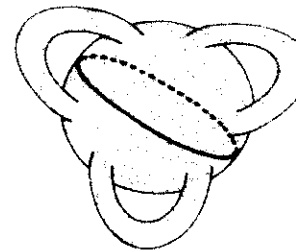
Fig. 41

A partir del corte meridiano o longitud de uno de los dos anillos del doble toro y del corte según un trayecto compuesto por un meridiano trazado sobre uno de los anillos y un longitud trazado sobre el otro, se genera un toro dos veces agujereado. También aquí hay dos cortes equivalentes, hechos según trayectos generadores diferentes, y un tercer corte compuesto por los otros dos. Escogemos el corte meridiano como caso ejemplar de esta equivalencia intrínseca.

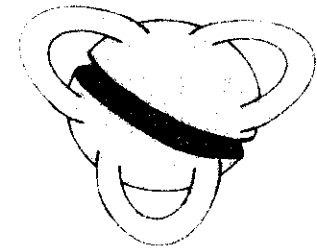


Fig. 42

10. Corte de una esfera con tres asas según un trayecto que pasa debajo de un asa y entre las otras dos



El trayecto



El corte efectuado. Cada asa conectada con una sola semiesfera puede deslizarse



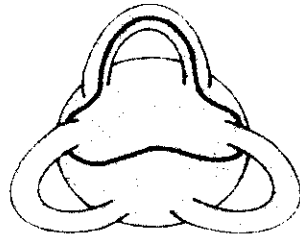
sobre la tercera asa y las semiesferas se reducen



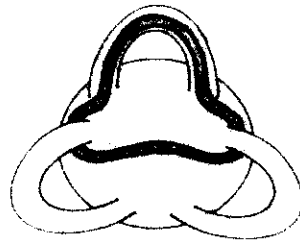
En este caso, se trata de un doble toro con dos agujeros

Fig. 43

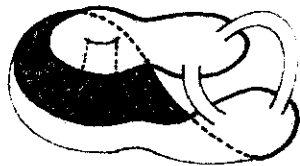
11. Corte de un triple toro según un trayecto que toma un asa y gira en torno del pie de las otras dos



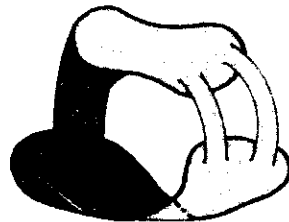
El trayecto,



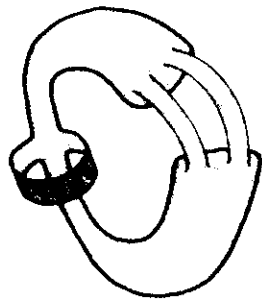
el corte realizado,



y luego abierto: la esfera y el asa se deshacen en una parte tórica cortada:



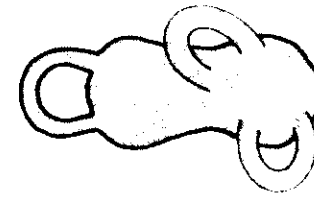
el espacio debajo del asa se revela cilíndrico



Reducimos esta parte cilíndrica a un puente



Desplazamos los pies de las asas que atraviesan el puente mediante una transformación regular (operación III)



Se comprueba entonces que el puente no es otra cosa que un simple bretel



Obtenemos un doble toro agujereado dos veces

Fig. 44

Los dos cortes efectuados sobre el triple toro dan un doble toro con dos agujeros. Son equivalentes al corte según un meridiano.

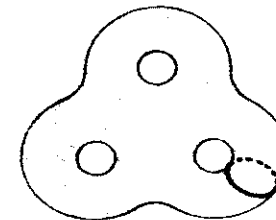


Fig. 45

Señalemos que el corte del ejemplo 10 tratado sobre la esfera con asa se traza así:

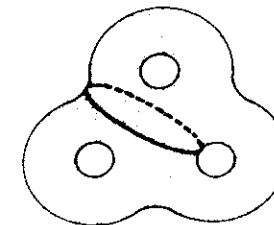
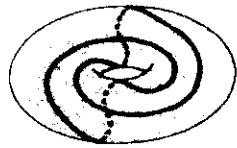


Fig. 46

en la presentación como composición de anillos. Si hiciéramos deslizar uno de los anillos sobre otro, obtendríamos la presentación de la figura 45.

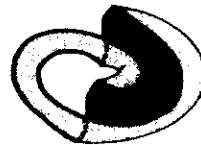
12. Corte del toro según el enlazamiento sumergido en su estofa



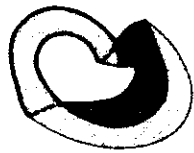
El enlazamiento sumergido,



el corte efectuado



Obtenemos dos pedazos simétricos



Estudiamos uno de ellos



Es una banda con dos pliegues, que se eliminan mediante nuestra operación II,



para dar un disco agujereado

Fig. 47

El corte del toro según el enlazamiento produce por lo tanto dos esferas con dos agujeros: es equivalente al corte según dos meridianos.

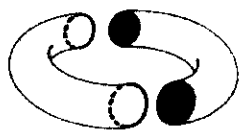
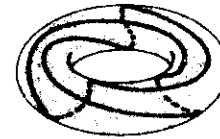


Fig. 48

Volvamos por un momento a un caso con un solo lazo para compararlo con el resultado precedente. Estas dos situaciones, del enlazamiento y el trébol sobre el toro simple, presentan de la manera más sencilla una diferencia y una oposición en el fundamento del nudo. A continuación, esa diferencia nos servirá para distinguir entre nudos y no nudos.

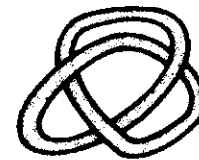
13. Corte del toro según el nudo de trébol sumergido en su estofa



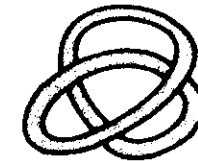
El nudo de trébol en la estofa



El corte efectuado da una banda de seis pliegues, también anudada como trébol



Los pliegues son reabsorbidos por la operación II



Efectuamos una homotopía de banda (operación III) para desanudarla



El rizo que forma equivale a dos semitorciones, de acuerdo con el intermedio del capítulo I,

que desaparecen mediante la operación II



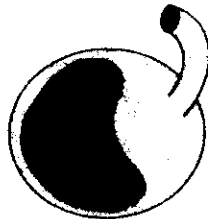
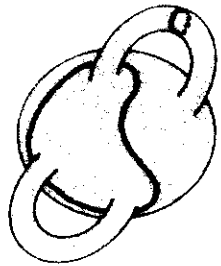
Fig. 49

El recorte del toro según el nudo de trébol genera, de manera intrínseca, un disco agujereado. Es equivalente, por lo tanto, al corte del toro según un meridiano.



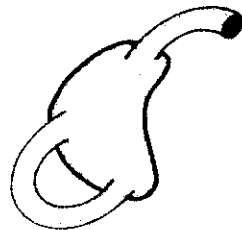
Fig. 50

14. Corte de una esfera con asas según un meridiano sobre un asa y un trayecto que rodea un pie de ésta y los dos pies de la otra



El trayecto del corte que divide la estufa:

por una parte, una esfera con dos agujeros,



por la otra, un toro dos veces agujereado

Fig. 51

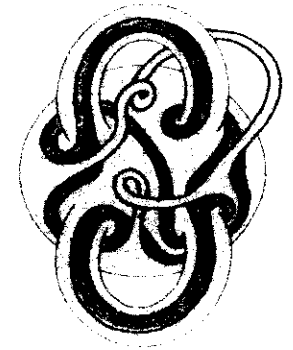
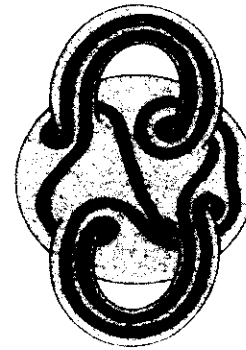
Este corte del doble toro demuestra ser equivalente al efectuado según dos meridianos sobre uno de los anillos.



Fig. 52

Podemos señalar que el trayecto consistente en la parte esférica de nuestra esfera con asas inicial puede llevarse, por deformación continua, al asa que ya tiene un meridiano: basta con hacerle recorrer el hemisferio oculto, estrecharlo al pie del asa y hacerlo deslizarse sobre ésta. Entonces, al retraer la esfera, obtenemos la presentación arriba indicada.

15. Una esfera con asas recortada por el nudo de Whitehead



El corte efectuado según el nudo de Whitehead sumergido en la estufa de una esfera con dos asas

Desprendemos los breteles que se recortan en cada asa. Implican un rizo que equivale a dos semitorciones

Fig. 53

*Intermedio: estudio en la base de un asa cortada*

Antes de proseguir con el despliegue de los efectos de este corte, mostramos de manera local la transformación que sufre el pie de un asa. Para esto, no conservamos en torno del pie del asa, que sería de crespón, más que los trazos de corte que van a modificarla. Hay dos trazos de corte sobre el asa: uno descende directamente sobre la esfera, que sería de fieltro; el otro la abordea rodeando el pie del asa.



Entre los dos trazos de corte, aparece la línea de pliegue del pie del asa.



El corte llega a la base del asa



Inclinamos la figura para cambiar de perspectiva



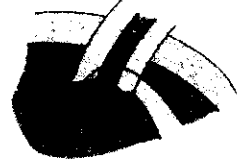
Hacemos retroceder el trazo de corte que rodea el asa.



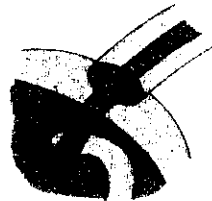
Al prolongar ese movimiento, la esfera se reduce y la base del asa queda recortada.



El corte se efectúa detrás y en la base del asa.



Por un desplazamiento semejante del corte, desprendemos el asa de la esfera del lado derecho. La base del asa sólo queda conectada al resto de la estofa en el nivel del pliegue con la banda que nuestras transformaciones generaron en la parte esférica



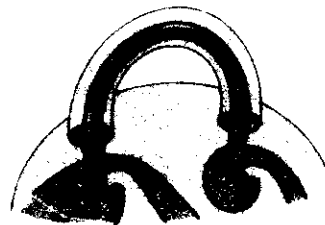
Reducimos el asa al hacer que el corte suba. De tal modo, su pie se convierte en una banda con un pliegue

Fig. 54

No nos queda más que trasladar este resultado al asa completa volviendo a colocar en ella los trazos que habíamos quitado para nuestro estudio local.



El asa completa con todos los trazos de corte



La transformación efectuada en los dos pies del asa



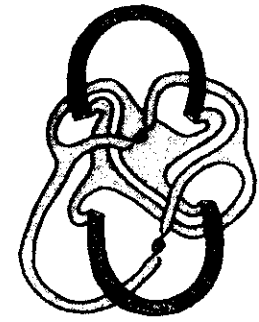
Al proseguir la extensión del trazo de corte, el asa se convierte en una banda con dos pliegues aparentes

Fig. 55

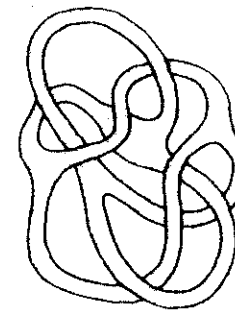
Después de este intermedio, podemos retomar nuestro estudio del corte del doble toro según el nudo de Whitehead, que adamasquina la estofa.



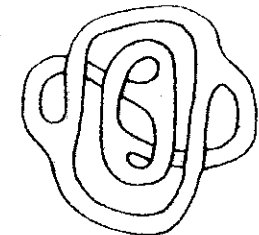
Cada asa se transformó en una banda con dos pliegues aparentes. Las tiras desprendidas en la segunda etapa entranan dos semitorciones



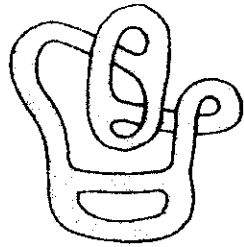
Reducimos la parte esférica desplazando del otro lado el trazo de corte de la extrema izquierda. Así obtenemos una encrucijada de bandas



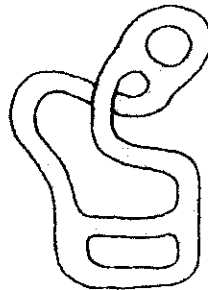
Deshacemos los falsos pliegues de las bandas originadas en las asas y las semitorciones de las otras mediante la operación II.



Dos homotopías de banda (operación III) permiten llevar las bandas originadas en las asas al centro de la figura.



Al desplazar el enganche de arriba a la derecha, desprendemos un rizo y encerramos un agujero abajo



Suprimimos el rizo equivalente a dos semitorciones, que se borran en lo intrínseco, e invertimos la banda baja del elemento central para encerrar un agujero

Al hacer deslizar ese agujero, desprendemos un rizo, que también se desvanece para dar lugar a una esfera con cuatro agujeros



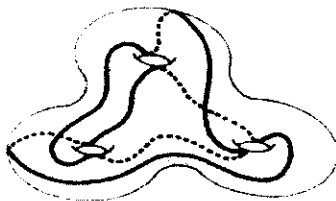
Fig. 56

El corte del doble toro según el nudo de Whitehead es equivalente al corte según dos meridianos generadores diferentes: los dos cortes dan un disco de tres agujeros.

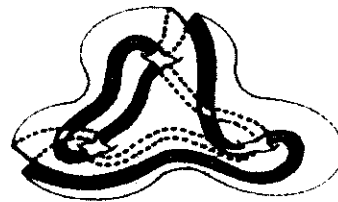


Fig. 57

16. El triple toro recortado por una cadena trivial



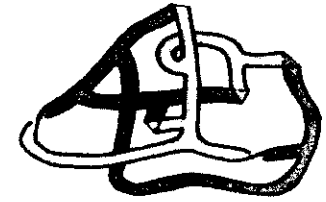
Dos redondeces no anudadas en el triple toro



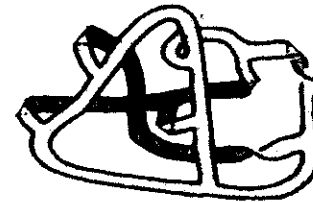
Efectuamos el corte. La estofa sigue conexas.



Al reducir la estofa, aparecen los pliegues



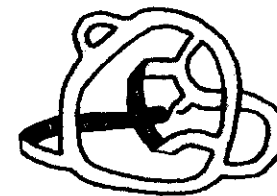
Desaparecen cuatro pliegues, dos en la izquierda, dos abajo



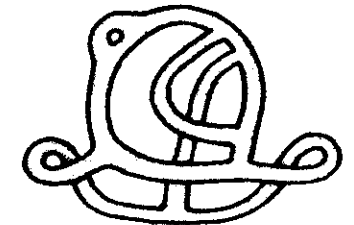
Inclinamos hacia el centro y la izquierda el cruzamiento de bandas. Se deshacen una semitorción y un pliegue, mientras que se forman otros tres en el contorno de la figura



Eliminamos dos pares de pliegues y desplazamos una banda, mediante dos transformaciones regulares (operación II), para encerrar un agujero en la parte de arriba. Desprendemos el rizo, que también va a desaparecer



Una banda con un pliegue pasa una semitorción



8. Se reabsorben los últimos pliegues, y desplazamos las encrucijadas



Los rizados se borran y se reduce un agujero



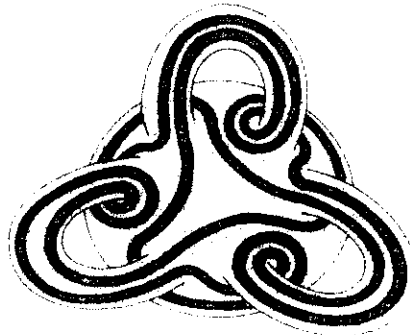
Unimos las ataduras del puente: la estofa se presenta entonces claramente como

un toro agujereado cuatro veces



Fig. 58

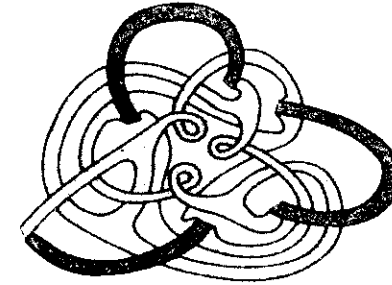
17. Corte del triple toro según el nudo borromeo



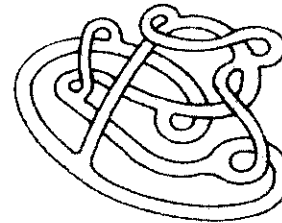
La esfera con tres asas recortada según el nudo borromeo

Fig. 59

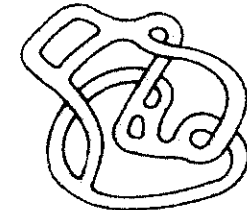
Desprendemos los breteles, como suaves paños de terciopelo, que se recortan en las asas, y transformamos éstas en bandas, como lo explicamos en el *intermedio* de estudio del efecto del corte en un asa, detallado en el caso del nudo de Whitehead (párrafo 15, figuras 54 y 55).



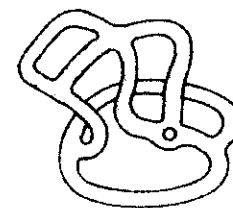
Los breteles desatadas en las asas son las bandas que contienen un rizo; las bandas de dos falsos pliegues son lo que queda de las asas



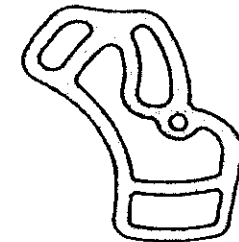
Pliegues y rizados desaparecen, y reducimos un poco más la estofa



En la parte de arriba se encierra un agujero, y otro en el centro de la figura, por medio de una homotopía de banda (operación III)



Desprendemos los dos rizados de la derecha, que desaparecen en lo intrínseco.



De la misma manera, desprendemos el rizo de la izquierda.



Estrechamos la figura para obtener un disco de cinco agujeros.

Fig. 60

El corte del triple toro, según el nudo borromeo sumergido en su estofa, es equivalente al corte según tres meridianos generadores diferentes de esa misma estofa. Uno y otro dan como resultado una esfera con seis agujeros.

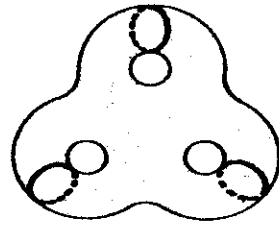


Fig. 61

#### *a<sub>2</sub> - Recorte según un grafo*

Así como recortamos los multitoros según cadenas sumergidas en su estofa, podemos hacerlo de acuerdo con grafos. Cortar un multitoro según un grafo da como resultado un nudo o una cadena de bandas con semitorciones. Este efecto del recorte según un grafo se produce de manera dual con respecto al del corte según un nudo, que da una enredada de bandas, cuya retracción es un grafo (véase capítulo V, dualidad entre nudo y grafo).

#### 4. Conclusión

La equivalencia de los trayectos en la estofa de los multitoros, establecida a partir de la equivalencia en género y número de agujeros de los pedazos obtenidos por corte, constituye una posición intrínseca más fuerte que la del grupo fundamental. En efecto, los dos generadores del grupo del toro son distintos para el grupo y equivalentes desde el punto de vista de los cortes.

En ese modo de exploración de los trayectos multitóricos, hay muchas equivalencias cuando los lazos se presentan en número inferior al género del multitoro; cuando su número es igual o superior al género, es decir cuando desunen sin lugar a dudas la estofa, las equivalencias son menos.

Una cadena, sumergida en una estofa de chintz, pasa por unos agujeros tóricos y hace que cada uno de éstos desempeñe un papel ligado al número de pasajes. Cuanto más reducimos el número de lazos, mayor es la tendencia de los agujeros tóricos a volverse equivalentes. Así, al retirar un lazo de dos cadenas no equivalentes,

podremos obtener dos subcadenas (formadas por los lazos restantes) equivalentes.

Esta cuestión de los cortes y sus efectos es poco estudiada, pues corresponde a una manera de contar cuya estructura algebraica, que es más fuerte que la del grupo de homología (véase capítulo III), queda por definir. La cuestión representa una introducción al estudio de las cadenas desde el punto de vista de sus subcadenas.

**La involución significativa y el a,  
juego relativo de los cortes**

La mirada

AGUJERO MOEBIANO  
CARAS

**1. Invariantes**

El plano proyectivo real es de género 1. La banda de Mœbius también es de género 1.

El indicador de Euler-Poincaré del plano proyectivo real es 1. El indicador de la banda de Mœbius es 0.

El grupo fundamental del plano proyectivo real es  $Z_2 = \{a / a^2 = 1\}$ . El de la banda de Mœbius es  $Z$ .

**2. La involución significativa (*L'Étourdit*, pp. 26-27)**

**$a_1$  - La presentación hecha por *L'Étourdit***

En su escrito *L'Étourdit*, mediante el cual culmina el segundo período de su enseñanza, el doctor Lacan coordina el toro, una estofa bilátera, y la banda de Mœbius, una estofa unilátera. Expone la manera en que la banda de Mœbius se genera a partir del toro, para presentar la involución significativa (la estructura de la repetición, la cuestión de la repetición freudiana, lo que nosotros mostramos aquí a través del dibujo).

En la superficie de un toro trazamos un doble rizo, un trayecto en ocho interior que se compone de un meridiano y dos longitudes.

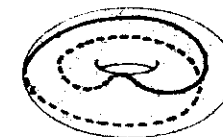
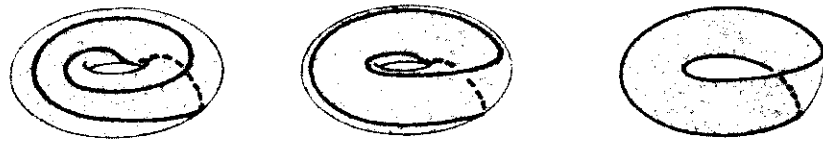


Fig. 1

Lo deformamos de manera continua hasta hacer que se confunda casi en su totalidad con las líneas de pliegue del toro.



Una primera deformación, una segunda que lleva el trayecto a las cercanías de las líneas de pliegue, una tercera en que el toro se presenta como una banda de Mœbius fingida

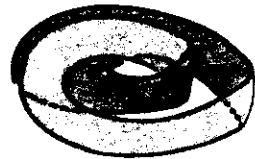
Fig. 2

Esta banda de Mœbius es fingida por no ser más que un toro aplanado cuya línea de pliegue forma un ocho interior. De ese modo podríamos confundir las dos capas de estofa, finas como tela de holanda, a la sazón superpuestas al volver a pegarlas al toro por su cara interior. Pero la estofa así obtenida no dejaría de ser un toro en el sentido matemático del término, por tener espesor: es por eso que no es más que la superficie fingida de la banda de Mœbius.

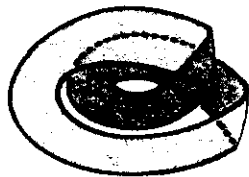
Podemos generar la verdadera banda de Mœbius recortando el toro así presentado.



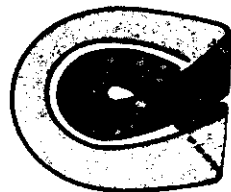
Recortamos el toro siguiendo la línea de pliegue que forma un ocho interior. Este se desdobra en dos componentes de borde de la banda bipartita así obtenida



Deshacemos entonces la superposición de las capas de estofa



y obtenemos, al proseguir ese movimiento,



la presentación de esta banda bipartita en que uno de los componentes del borde está en todas partes frente a sí mismo

Fig. 3

Al volver a coser a sí mismo ese componente, producimos la verdadera banda de Mœbius, provista de la costura que constituye una frontera y permite además distinguir, sobre su cara única así dividida, las dos caras de la estofa tórica.

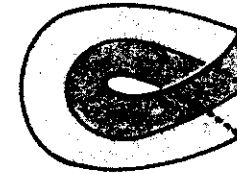


Fig. 4

Donde vemos que esta costura pone en conexión, a uno y otro lado de sí misma, las dos caras de la banda bipartita. Esta costura se borra, las dos caras no se distinguen más y se confunden en la cara única de la banda de Mœbius.

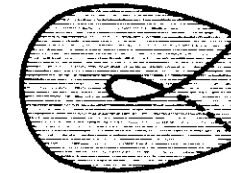


Fig. 5

De tal forma, de la banda bipartita, que es de manera intrínseca un disco agujereado, una porción esférica, obtenemos, mediante ese modo de costura, una banda de Mœbius unilátera.

En la estofa de esta banda de Mœbius, podemos efectuar un trayecto que hace un doble giro.

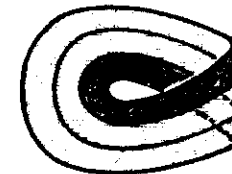


Fig. 6

Si realizamos el corte a lo largo de ese trayecto, obtenemos dos partes: una banda bipartita equivalente a la que nos permitió construir la banda de Mœbius y una banda de Mœbius mediana.

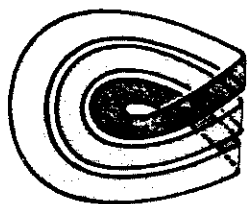


Fig. 7

Donde vemos que la costura realizada para obtener la banda de Möbius (figura 4), costura que recorre un trayecto que hace un giro único, habría podido ser reemplazada por la costura de una pieza complementaria de estofa obligadamente una banda de Möbius a fin de constituir, por ese montaje, una banda de Möbius. En el sentido de la construcción, decimos que la costura (trayecto de un giro único) es equivalente a una banda de Möbius desprendida por el doble giro.

Pero podemos decirlo a la inversa, porque la estructura de la banda de Möbius desiste al cortar según el trayecto de un giro único (figura 4).

La costura es equivalente a la estructura, en cuanto la produce; el corte es lo inverso de la costura, y el corte de giro único es la estructura, en cuanto la arrastra.

En cambio, el corte de doble giro deja un jirón moebiano. Este corte no cambia la estructura, porque ésta (figuras 6 y 7) permanece adherida a uno de los pedazos. La estructura se mantiene y este corte muestra que la estructura moebiana no sufre cambios.

Es al replegar la banda de Möbius en la banda bipartita, luego de haber efectuado el corte de doble giro, superponiendo las tres capas de estofa,

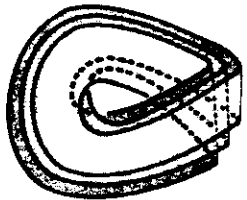


Fig. 8

de manera inversa a la que acaba de darnos la banda de Möbius a partir del toro, como podemos ver la banda bipartita, al reconstituir el toro que envuelve la banda de Möbius mediana, encerrarla en un toro y revestirla como un forro de sayal. Este revestimiento de

la banda de Möbius, como lo llaman los matemáticos, en que se comprueba que la banda bipartita puede proyectarse dos veces sobre aquella (una vez de cada lado de cada elemento de estofa), constituye lo que Lacan denomina proyección o forro (*L'Étourdit*, pp. 30 y 39) de la banda de Möbius.

Podemos decir igualmente con Lacan, o bien que la parte esférica, la banda bipartita, se proyecta sobre el compuesto heterogéneo que es la banda de Möbius mediana (p. 30), o bien que es la banda de Möbius, complemento que transforma la banda bipartita en banda de Möbius, la que se proyecta sobre la porción esférica que es la banda bipartita (p. 39).

Esta función de proyección es la correspondencia más firme que da Lacan en *L'Étourdit* entre topología y conceptos analíticos, a partir de la equivalencia del objeto a con la porción bipartita y esférica procedente del toro, de la banda de Möbius.

### a<sub>2</sub> - Los caballitos de Tarquinia

Con el pretexto de los frescos etruscos de la necrópolis de Tarquinia (que ya evocamos en la p. 42), Marguerite Duras escribe una de las novelas de amor cuyo secreto posee. En ella encontramos la fragmentación del cuerpo debida a la prematuración del organismo humano con el aspecto de un joven muerto por el estallido de una mina. Como Osiris, cuyo cuerpo está desperdigado, este joven nos recuerda el desgarramiento ligado al yo, a la persona, a causa del narcisismo. En este caso son sus padres quienes intentan juntar los pedazos, y la autora señala con claridad el lugar de un fragmento faltante que corre a través de la novela. Si no es el falo, aquí se trata de la firma que se les reclama para autorizar la inhumación. Ahora bien, la firma es sin duda la caligrafía del nombre.

Para poner esta situación en concordancia con el conjunto del relato, a lo largo de un gran río que el hombre atraviesa porque posee un fuera de borda, es preciso que reconozcamos a través de la sucesión de las parejas que allí se cruzan la unicidad de la pareja enfrentada con el amor. Una serie de invariantes permite identificarlas: la cosa va desde el hijo, la infidelidad, el alimento, hasta la posibilidad del viaje.

El tercer personaje, nuestro hombre, pasador benévolo de una orilla a otra de esa cinta de agua, no es una simple metáfora, dado que se lo pone en escena a fin de subrayar la necesidad de la metáfora misma en el amor. Otro hombre para una mujer, debilidad de hoy, otra mujer para un hombre, tal es la necesidad sexual del lado masculino. Lo que hay que realizar es la articulación misma del schema R con el schema L [22].

### 3. La banda de Mœbius

#### a<sub>1</sub> - Construcción de la banda de Mœbius

Hay dos modos de construcción concurrentes cuya relación estableceremos en el capítulo siguiente.

##### 1. Identificación de un componente de borde de una banda bipartita

Una banda de Mœbius se produce desde una banda bipartita



Fig. 9

que se presenta de tal manera que uno de sus componentes de borde se identifica consigo mismo. Mostremos cómo es posible.

Hace falta una banda bilátera que exhiba cuatro semitorciones,



Fig. 10

y disponerla en una presentación que utilice dos semitorciones para hacer un rizo (véase capítulo I, p. 74).



Fig. 11

Las otras dos semitorciones (las que no se rizan) pueden deslizarse y colocarse en las dos vueltas superiores de nuestra presentación.

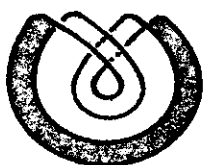


Fig. 12

Reemplazamos por pliegues esas dos semitorciones,



Fig. 13

y obtenemos la presentación de la banda bipartita que vuelve a cerrarse como banda de Mœbius.



Fig. 14

Esta identificación original de un componente de borde de una estofa bilátera produce una estofa unilátera.

##### 2. La banda de Mœbius producida por identificación del cuadrado

Desde luego, no desconocemos la manera muy difundida de construir una banda de Mœbius por identificación de dos lados de un cuadrado después de haber efectuado una semitorción.

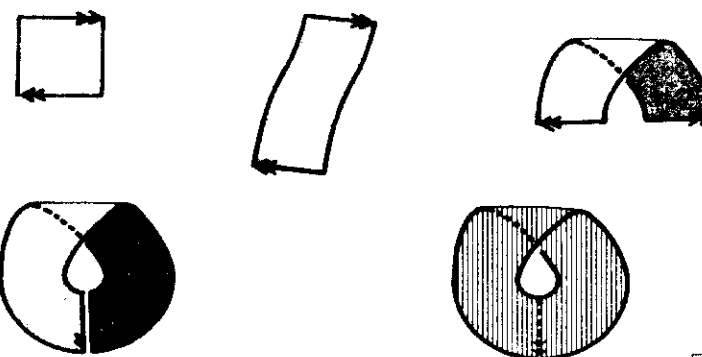


Fig. 15

Por otra parte, un cuadrado puede coserse, como pedazo de muletón, de varias maneras que tal vez hasta sorprendan, y dar una banda de Mœbius.

Por ejemplo, identificar los puntos  $j, n, J, N$  a fin de tener una banda de Möbius en el marco de ese cuadrado.

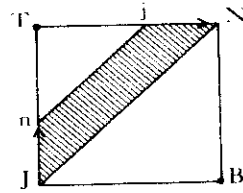


Fig. 16

Esto es tan simple como en el caso precedente. Consideramos que los puntos T y B son más grandes; de hecho, esos puntos no retraídos son pastillas.



Fig. 17

Podemos suprimir la mitad de los bordes de esas pastillas.



Fig. 18

Podemos hacer una deformación para obtener un nuevo cuadrado, respetando la orientación de los segmentos de borde.

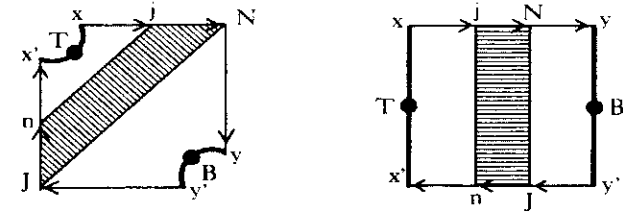


Fig. 19

Y efectuamos la operación de identificación de dos lados del cuadrado después de haber realizado una semitorción.

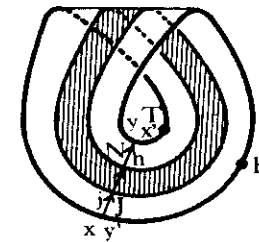


Fig. 20

En lo cual se ve que el componente de borde único de la banda de Möbius está constituido por el camino  $xy'yx'$ . Es por lo tanto la única pastilla sobre sus dos caras en T y B de la figura 17 que llega a tapar el agujero específico de la banda de Möbius (el agujero moebiano).

### $a_3$ - La banda de Möbius y sus cortes

#### 1. Los dos tipos de cortes

En el plano proyectivo real hay dos tipos de trayectos, y por lo tanto dos tipos de cortes a los que llamamos el doble giro y el giro único, que no deben confundirse con los trayectos y giros en el toro. Aquí se trata de cortes que son borde consistente. Volvemos a encontrar estos dos tipos de trayectos en la banda de Möbius, que no es más que un plano proyectivo agujereado.

El corte de giro único subvierte la estructura de la banda de Möbius, y es el corte más original, ya que no hace de esta banda más que un pedazo, y la convierte en bilátera.

El corte de doble giro no cambia la estructura y resulta, como es fácil imaginarlo de un corte, en dos pedazos, de los cuales uno es siempre una banda de Möbius.

Volvemos a encontrar esos trayectos en el cross-cap (véase Apéndice, p. 309), pero dijimos que los estudiamos en la banda de Mœbius por la conveniencia de su sumersión. En este caso no hay singularidad: las cosas se construyen mejor mediante un agujero.

El agujero moebiano (véase capítulo VIII) puede cerrarse con una pastilla esférica, como una pieza de percal; muy simplemente, se trata de un punto. El interior de la banda de Mœbius sin su borde es el plano proyectivo punteado (del que se ha sacado un punto).

## 2. Inversión en la superficie del plano proyectivo y relación entre los dos tipos de cortes

Como lo mostramos en el Apéndice (p. 307), lo que encontramos después de la transformación como borde de la banda de Mœbius es la extensión de un trayecto que hace un círculo de un giro único alrededor de un punto, tomado al margen de la línea de inmersión. Es nuestro trayecto de doble giro sobre la banda de Mœbius:

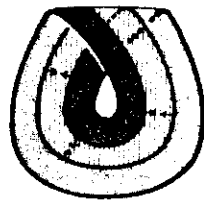


Fig. 21

aquí orientado en el sentido de la extensión de donde proviene.

Es al retraer esta banda de Mœbius de manera tal que su borde se atravesase a sí mismo (atravesamiento del borde, atravesamiento del doble giro, atravesamiento del corte y por lo tanto atravesamiento de una superficie; véase el Apéndice) cuando obtenemos el corte de un giro único, cada uno de cuyos puntos es producido por la anulación del doble giro: la línea sin punto.



Fig. 22

En cada punto se anulan dos vectores. Como en toda retracción, hay aquí una discontinuidad. En topología, esta operación no es

estable. ¿Es imposible? Quizá no exista como tal en dimensión cuatro. Es la línea sin punto cuya contigüidad exploramos. Durante ese atravesamiento, se reconstituye el doble giro; luego de atravesada, la orientación de su trayecto se invierte.

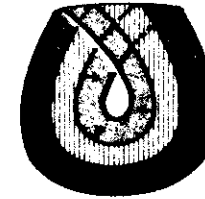


Fig. 23

Hay inversión entre la porción bilátera y la porción unilátera. Esta inversión de las funciones está conectada con la noción de proyección (véase la Introducción).

En este atravesamiento del corte, éste se pasa como un redondel presentado como ocho, que puede constituir un ocho interior y, si identificamos los dos rizados, da lugar a un redondel simple.

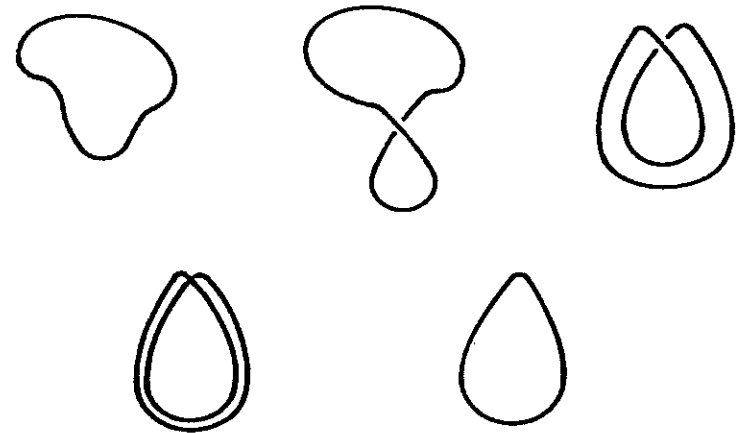


Fig. 24

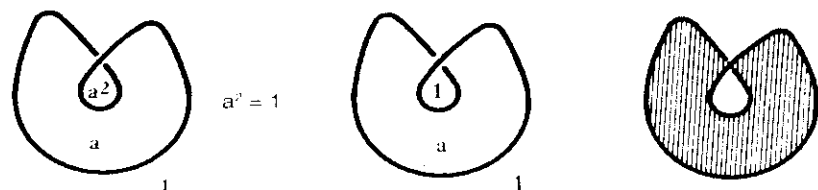
$a_3$  - Definición de la banda de Mœbius como superficie de tensión del ocho interior

El ocho interior se produce a partir de un redondel sobre el cual hacemos un rizo doblándolo hacia el interior.



Fig. 25

La banda de Möbius es la superficie de tensión, tal como la definimos en el primer capítulo, del ocho interior, es decir la estofa cuyo borde es el doble rizo del ocho interior. El cálculo del grupo fundamental de ese nudo trivial así presentado da, a partir de un generador, la siguiente marcación de zonas<sup>1</sup>.



La superficie de tensión del ocho interior

Fig. 26

Esta superficie de tensión es generada por un cociente del grupo gracias a la relación  $a^2 = 1$ , a la cual le agregamos la línea de pliegue según el procedimiento explicado en el primer capítulo.



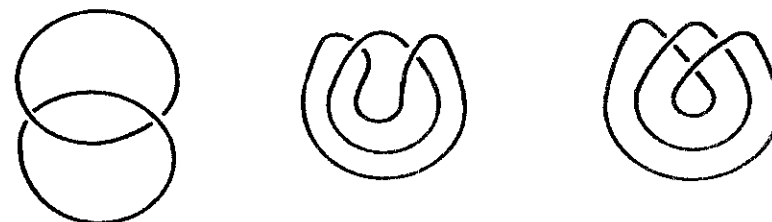
Fig. 27

1. Essaim, p. 123.

$a_1$  - La banda de Möbius y sus cortes a partir del enlazamiento

1. El corte de un solo giro

Al plegar uno de los redondeles de un enlazamiento en ocho interior, obtenemos una presentación de la banda de Möbius provista de su corte, llamado mediano, que cambia su estructura unilátera transformándola en bilátera



A partir de un enlazamiento simple cambiamos la presentación mediante el plegado de uno de los redondeles en ocho interior

Fig. 28

El cálculo del grupo fundamental en esta presentación del enlazamiento da, a partir de dos generadores, la siguiente marcación de zonas<sup>2</sup>.

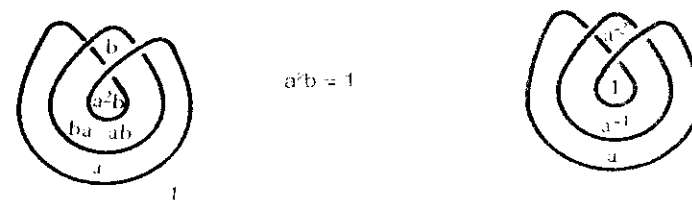


Fig. 29

Esta superficie de tensión es producida por un cociente del grupo gracias a la relación  $a^2 b = 1$

Al reemplazar las palabra  $a$  por dos tramas contrastadas, como lo explicamos en el capítulo I, obtenemos un coloreado de las zonas.

2. Essaim, p. 121.



Fig. 30

A fin de leer mejor la estofa verdadera aquí cortado, y poder verificar cómo pasa el corte alrededor del punzón superior, agregamos la línea de pliegue a esta presentación del enlazamiento.



Fig. 31

La superficie de tensión así definida es la banda de Möbius cortada y transformada en bilátera, como el más simple *foulard*\*.

## 2. El corte redoblado

A partir del doble enlazamiento, deformamos uno de los redondeles a fin de presentarlo como un doble rizo.



Fig. 32

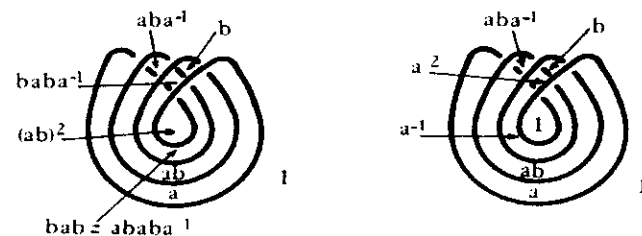
Luego plegamos el segundo redondele también como ocho interior.

\* Pañuelo para el cuello o la cabeza.



Fig. 33

El cálculo del grupo fundamental en esta presentación del doble enlazamiento da, a partir de dos generadores, la siguiente marcación de zonas <sup>3</sup>.



$$(ab)^2 = (ba)^2 = 1$$

Fig. 34

Esta superficie de tensión es producida por el cociente del grupo gracias a la relación  $(ab)^2 = (ba)^2 = 1$ .

Al reemplazar las palabras por tres tramas contrastadas, obtenemos un coloreado de las zonas.



Fig. 35

Esta construcción de estofa, ligera como una bufanda de tuser, se realiza mejor y el trayecto del corte es más pertinente si, en esta presentación de dos ochos interiores enlazados, agregamos una línea de pliegue.

<sup>3</sup> *Essaim*, p. 122

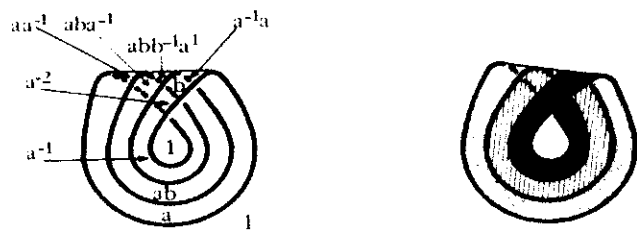


Fig. 36

La superficie de tensión así definida es la de una banda de Möbius cortada en dos bandas distintas. Una, tramada de dos grises contrastados, es una banda bilátera, idéntica a la obtenida precedentemente debido al corte de un solo giro; la otra, mediana y rayada, es una banda de Möbius cuyo borde es el primer ocho interior producido sobre el doble enlazamiento.

Así se muestra que al recortar una banda de Möbius mediana en otra banda de Möbius se produce una banda bipartita. Ésta es todo lo que resulta del corte simple que actúa por lo tanto sobre la banda de Möbius como la banda de Möbius (mediana). El corte, de un solo giro, concentra en sí el rasgo característico de la banda de Möbius; es la banda de Möbius misma (*L'Étourdit*, p. 27).

#### $a_5$ - Los otros Möbius extrínsecos

La superficie intrínseca de toda banda que presenta de manera extrínseca un número impar de semitorciones es una banda de Möbius, porque podemos eliminar por pares las semitorciones que se suceden sobre una misma banda (véase capítulo II).

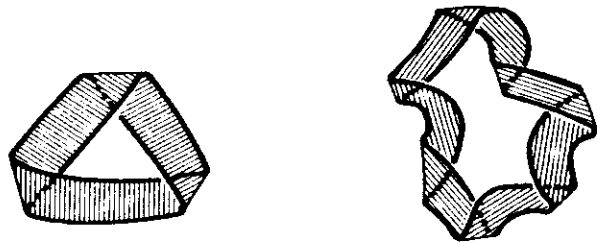


Fig. 37

Los nudos de borde de esas bandas de Möbius extrínsecas son nudos de trébol, nudos tóricos (véase capítulo V) que cumplen dos giros longitudes y un número impar de giros meridianos. Son

nudos cortes de los que haremos mucho uso para nuestra presentación de los nudos en el fascículo n° 3 de la serie.



Fig. 38

#### 4. Las máscaras

Hay que notar con Jean Delay que el símbolo, más que representación de un complejo, no es únicamente su proyección sino su transformación. "El trabajo del símbolo se compara con lo que podríamos llamar la función del doble" ([21], vol. 2, p. 264).

En ese aspecto, si en primer lugar ponemos de relieve el término "alma", podemos volvernos hacia la etnografía y la teología. Las teorías etnológicas del alma recurren a dos maneras de concebirla ([29 b], pp. 260-261). Está el mundo de las almas, habitado por una especie de duplicados de los seres; son susceptibles de permutaciones y de formar combinaciones entre ellas.

Hay que advertir que a menudo aparece como un mundo invertido. No podemos dejar de reconocer la pertinencia de esta concepción que recuerda el lugar en que se organizan las leyes del significante. Por otra parte, Lévi-Strauss señala que esta cuestión se aclara a la luz de los trabajos lingüísticos recientes, al citar a R. Jakobson, "quien distingue dos modos fundamentales del pensamiento lógico, respectivamente asociados a la metonimia y la metáfora".

Si no nos detenemos en los trabajos de R. Hertz, que distingue entre alma de la carne y alma de los huesos, Lévi-Strauss nos indica que la documentación indonesia y melanesia permitió precisar otra oposición. Se trata de distinguir entre la sociedad de las almas y "el agrupamiento orgánico de las almas funcionales tenidas por constitutivas de la individualidad de cada ser humano". Reconocemos aquí los dos escollos que Freud quiso evitar con su teoría del yo desde 1914 (S. III, "*Freud en el siglo*" y, aquí, Presentación de la serie, p. V).

Se trata de no prestarse al dualismo de un mundo simétrico en lo que se refiere a ese pensamiento otro que habla en los tartamudeos de mi palabra. También hay que evitar referir la unidad del sujeto hablante a su unidad orgánica.

Habida cuenta de estas precauciones, si esta sociedad de las almas es el lugar del significante y la constitución de los individuos está hecha de un agrupamiento orgánico de las almas funcionales, no podemos sino aprender de esas doctrinas llamadas primitivas, en vez de sospechar en ellas un pensamiento mágico un poco simplista, pues competen a la estructura del lenguaje y contienen una verdad estructural si no histórica.

Nos ilustramos otro tanto al considerar de la misma manera, aunque en un contexto diferente para la ciencia que será su resultado, la concepción del alma en la teología medieval ([23], p. 241): "Para Santo Tomás, como para Aristóteles, el alma no sólo mueve un cuerpo: en primer lugar, hace que haya uno", como lo señalábamos a continuación de Lacan al definir el dos de lo Imaginario por el cuerpo. Gilson concluye que "el alma humana es por lo tanto una sustancia inmaterial, que era lo que había que demostrar".

Lacan supo demostrar que el sujeto del psicoanálisis es el sujeto cartesiano. Rinde homenaje a Descartes, que testimonia con ello el advenimiento de una posición subjetiva, correlato indispensable de la ciencia nueva. Como lo muestra Canguilhem de una manera divertida, con un juego de palabras sobre "lo interior" en Descartes, se opera un deslizamiento que da origen a la psicología intimista. En Descartes, sin duda, el alma es el yo de nuestra moderna psicología. Y se comprende que Lacan hable de las secuelas del cartesianismo hasta Hegel. En su discurso del método, Descartes postula y reencuentra a Dios y su yo desde el momento en que formula ese punto evanescente de la subjetividad que Lacan va a trabajar. Después de haber enunciado "pienso, luego soy", define así su yo en un paréntesis: "(es decir mi alma, es decir aquello por lo cual soy lo que soy)", traducción cristiana de la fórmula bíblica que da acceso a la forma de idealismo en que se convierte la teología moderna y que se llama antropología. Donde el Dios de su existencia en el mundo es reemplazado en el universo por el hombre, es decir su yo. En la psicología moderna, las doctrinas del yo recuperan con desconocimiento de causa los rasgos de las doctrinas teológicas del alma. Esto implica que se sepa referirse a ellas con un poco de seriedad, como remitirse a nuestras referencias que no están exentas de pertinencia en las doctrinas llamadas primitivas. Al estar así incluida, la psicología está situada: el psicoanálisis es otra cosa, ya que parte de un gesto clínico renovado por la práctica de otra estructura.

Esto nos lleva a la función de la máscara, conectándola con la teoría de la identificación freudiana tal como Lacan la esbozó para nosotros. Esas máscaras que desenmascaran desdoblado y repre-

sentan desenmascarando: cerradas, componen; abiertas, desdoblan (E., p. 752; «p»). Esas máscaras de paneles "ofrecen una serie de formas intermedias que aseguran el paso del símbolo a la significación, de lo mágico a lo normal, de lo sobrenatural a lo social. Por lo tanto, tienen a la vez la función de enmascarar y desenmascarar" ([29 b], p. 289).

Después de haber situado el rico material de que dispone, no sin haber señalado la huella erótica de una pizca de sadismo en los caduceos (p. 280), C. Lévi-Strauss formula el problema de la correlación o dualidad entre la expresión plástica y la expresión gráfica.

Indica, tras Boas, que se trata de una práctica de la dimensión: "según él, la *split representation* (desdoblamiento) en la pintura o el dibujo sería únicamente la extensión a las superficies planas de un procedimiento que se impone naturalmente en el caso de los objetos de tres dimensiones". Así C. Lévi-Strauss delimita de manera más fina el rasgo estructural que está asociado a ese desdoblamiento: "la dualidad es en definitiva la del actor y su papel, y la noción de máscara nos aporta su clave" (p. 288).

"No todas las culturas con máscaras practican el desdoblamiento" (p. 291).

Así puede poner de relieve, al margen de la atmósfera semirreligiosa que rodea la confección de los adornos del rostro, el hecho de que en el caso del desdoblamiento se recupera la representación de los ancestros. Lévi-Strauss asocia a ello una ancestralidad, en tanto que su ausencia corresponde a un lazo menos estrecho en que se trata de dioses: las máscaras forman un panteón.

La función de esas máscaras articuladas, como la del desdoblamiento de la representación, es por lo tanto un correlato de la red combinatoria del parentesco, con lo que atestigua el lazo con la puesta en funciones del padre por su nombre. Se trata de la función que permite la composición de dos momentos del Edipo, en los schemas F y R entre I y A, o sea en Signos de percepción (E., pp. 556-557; «o») (véase capítulo IV).

Y es al distinguir entre los dioses y la función del padre, entre la función del actor y su papel, que se establece el rasgo de estructura que permite la simbolización (*Verneinung* de Freud sobre la base de los signos de percepción), rechaza la evisceración imaginaria como lo mostramos ahora (Phersu, véase Introducción, p. 42), introduce al narcisismo y provoca la transferencia (véase Introducción, p. 45), diferencia la neurosis del retraso mental, consiste en el trazo unario y corresponde al funcionamiento de la estructura en su conjunto.

Queremos hablar de la función de la Letra que gobierna la escritura y la lectura. La ausencia de esta función hace oír la lengua como un flujo verbal, sin recorte secuencial. Pero si se trata de recorte, la dificultad reside en que no se hace sin lazo, por ser estructura de ser acompañada por una reunión correlativa. Hay corte y conexión en un mismo gesto, un acto cuya lógica establecemos <sup>1</sup>.

De tal modo, el actor no tiene en los dos casos la misma posición frente a su papel bajo el aspecto de la permanencia y la impregnación. En la vida social, el desdoblamiento se asocia a títulos, un rango, clases en la escala de estatus. "Esta adhesión es tan rigurosa que, para disociar al individuo de su personaje, hay que reducirlo a jirones" (p. 292). En efecto, en *Tristes trópicos*, cuando analiza los dibujos de las mujeres caduveas que ha recogido, luego de haber notado su semejanza con nuestros juegos de cartas, cuyas figuras son biseladas, e invocado la invención de Lewis Carroll en el país de las maravillas, Lévi-Strauss ya pone de relieve ese toque de crueldad asociada a la solución de una dificultad experimentada por los caduveos en la realidad en relación con sus leyes combinatorias de alianza y parentesco ([29 a], pp. 203 a 224).

"Adorables civilizaciones cuyo sueño rodean las reinas con sus afeites; jeroglíficos que describen una inaccesible edad de oro que a falta de código ellas celebran en sus adornos y cuyos misterios descubren al mismo tiempo que su desnudez."

En la función de las máscaras, la estructura que importa, como en nuestra topología del sujeto (lógica de Boole modificada), es la conjunción de lo que es idéntico y lo que es diferente en esta correlación de dimensiones en que se producen inversiones e indistinción (*fading*). La manera de establecer la mediación adecuada con respecto al incesto, definido éste por la interdicción de la madre, debido a que ésta permanece interdicta porque su división impensable, insoportable, constituye la estructura de la castración.

1. *Nous*, fascículo nº 0.

## Capítulo VIII

### La perspectiva torcida

La mirada y la voz

AGUJERO MOEBIANO  
AGUJERO IMAGINABLE  
CARAS  
SEMITORSIONES

#### 1. Invariantes

El plano proyectivo con dos agujeros es de género 1, como el plano proyectivo real.

Su indicador de Euler-Poincaré es 1.

La botella de Klein es de género 2. La botella de Klein con un agujero es del mismo género 2 por definición.

El indicador de Euler-Poincaré de la botella de Klein es 0. La botella de Klein agujereada una vez tiene como indicador -1.

El grupo fundamental de la botella de Klein es presentado por dos generadores y una relación,  $\{a, b / a^2 = b^2\}$ .

#### 2. Las encrucijadas de bandas con semitorsiones

En el capítulo VI ya nos encontramos con la encrucijada de bandas no torcidas. Es una presentación del toro agujereado. Pero las encrucijadas de bandas que exhiben semitorsiones tampoco nos son desconocidas. Las tomamos como ejemplos de un problema topológico, el de la presencia o la ausencia de semitorsión efectiva en un bretel que presenta o no una semitorsión aparente (capítulo III). Este problema se resolvió gracias a un indicador (invariante): el número de borde de la estofa.

$a_1$  - *La encrucijada de bandas en que cada una de ellas lleva una semitorsión*

Partamos de un cuadrado  $I^2$ , retazo de paño cuyos lados son orientados por flechas que indican el modo de identificación de los bordes.



Fig. 1

Si seguimos estas indicaciones, identificamos los bordes dos a dos en una deformación flexible de ese pedazo de estofa. Una primera vez por la izquierda; la banda así estirada debe plegarse a fin de que las dos flechas de los extremos se presenten una frente a la otra.

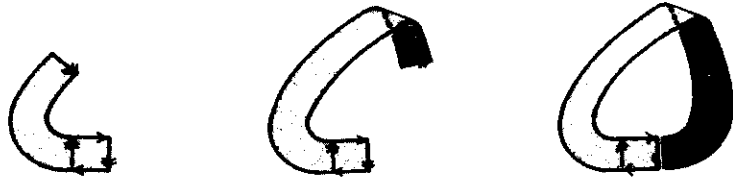


Fig. 2

Al efectuar la identificación como lo hicimos en el capítulo VII, obtendríamos una banda de Mœbius. En esta etapa, la dejamos inconclusa. Estiramos una segunda vez nuestro cuadrado hacia arriba y luego, tras un paso por encima de la banda precedente,



Fig. 3

plegamos esta segunda banda para que la flecha marcada se presente con la misma orientación que la incluida en el lado inferior del cuadrado inicial.

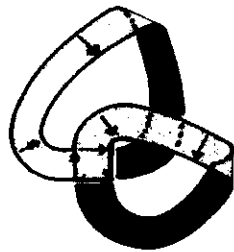


Fig. 4

Por último, realizamos las dos identificaciones. La estofa así construida es una encrucijada de bandas, cada una de ellas con una semitorción.

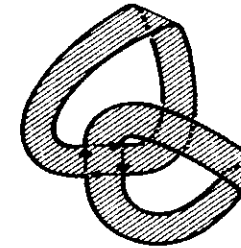


Fig. 5

Esta estofa unilátera es un plano proyectivo agujereado dos veces, es decir, una banda de Mœbius con un agujero.



Fig. 6

Los dos agujeros del plano proyectivo están formados por la superposición de puntos, como lo vimos en el caso de la esfera con tres agujeros (capítulo IV) y la encrucijada de bandas sin semitorción, el toro agujereado (capítulo VI). Aquí, dos esquinas opuestas por la diagonal del cuadrado se superponen para dar un agujero, y las otras dos, para dar el segundo agujero.

*a<sub>2</sub> - La encrucijada en la que una sola banda está plegada*

Queda por considerar el caso en que dos lados opuestos de un cuadrado se identifican en una inversión de su orientación, mientras que los otros dos no se invierten.



Fig. 7

Extendemos este cuadrado hacia la izquierda y plegamos la banda para enfrentar las dos flechas verticales.

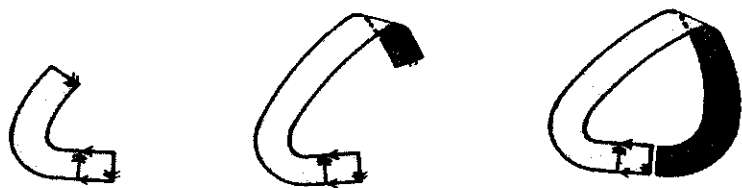


Fig. 8

Si esta primera operación es idéntica a la operación inicial de la construcción de la encrucijada de bandas torcidas, la segunda, por su parte, será diferente. Volvemos a estirar el cuadrado hacia arriba; luego, tras el paso de esta banda por encima de la precedente, llevamos su extremo cerca del lado inferior del cuadrado, sin tener que plegar la banda estirada para que las flechas marcadas se correspondan.



Fig. 9

Al identificar los segmentos así reunidos, obtenemos una encrucijada compuesta por una banda torcida y otra sin semitorción.

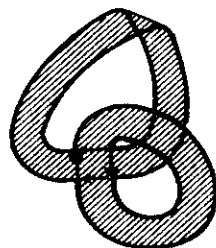


Fig. 10

Esta estofa es un compuesto de dos planos proyectivos con un agujero. Esta encrucijada de bandas, de las cuales sólo uno está torcida, es una botella de Klein agujereada.



Fig. 11

El agujero de esta botella de Klein está constituido, como en todos los casos, por la superposición de puntos, vértices del cuadrado de partida. Aquí, como para la encrucijada de bandas sin semitorción (capítulo VI), las cuatro esquinas se superponen para no dar más que un agujero.

a, - *Cierre del agujero esférico de la encrucijada de bandas torcidas*

Podemos presentar la figura 5 disponiendo las dos bandas de la encrucijada, como las cintas de batista, de manera que una se extienda a lo largo de la otra.

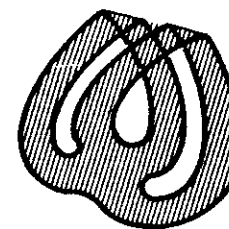


Fig. 12

Si volvemos a cerrar el agujero, que ahora ya es más reducido, podemos hacerlo pasar el pliegue y constatar su estructura esférica. Ese agujero puede cerrarse mediante un disco.

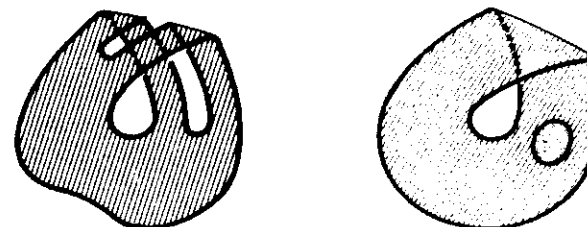


Fig. 13

Habríamos podido poner directamente un disco deformado y plegado para taparlo.

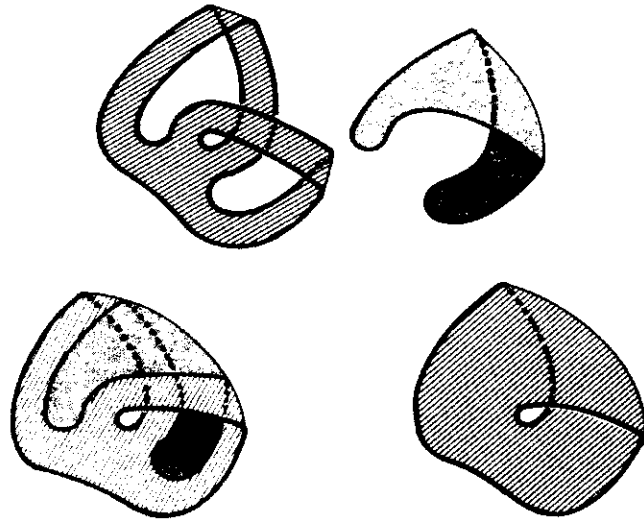


Fig. 14

### 3. La banda de Möbius agujereada

#### $a_1$ - El agujero moebiano

A través de un agujero del disco agujereado, agujero imaginable como ruptura de superficie, colocamos un bretel torcido. Obtenemos un agujero moebiano imaginable cuyo componente de borde traza un ocho y no dos agujeros como en el caso del puente no torcido (véase capítulo IV).



Fig. 15

Mediante un simple cambio de presentación, podemos mostrar que ese disco agujereado provisto de un bretel torcido es una banda de Möbius agujereada una vez.

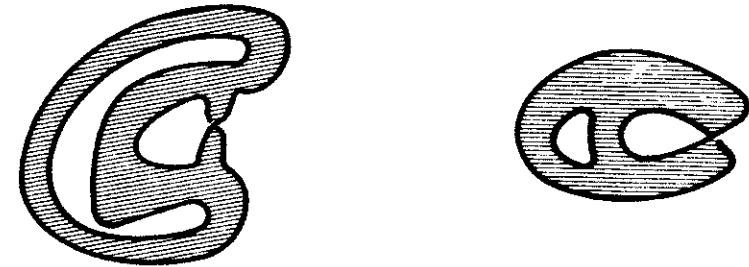
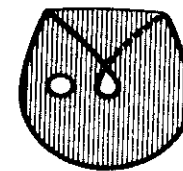


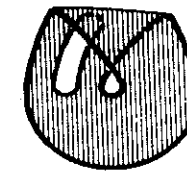
Fig. 16

#### $a_2$ - Mostración de la equivalencia de los dos agujeros

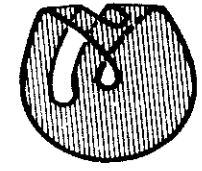
Mostramos la equivalencia de los dos agujeros de la banda de Möbius agujereada mediante un cambio de presentación en que los dos componentes de borde se intercambian, como en un ancho de céfiro.



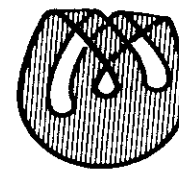
Una banda de Möbius con un agujero, o sea una pastilla esférica suprimida (trazo más fino).



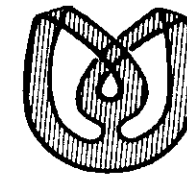
Agrandamos el agujero para llevarlo debajo del pliegue



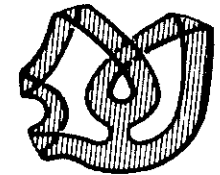
y hacemos que lo pase



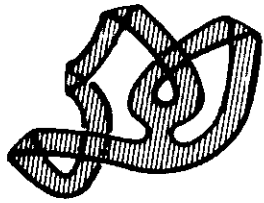
Proseguimos el movimiento



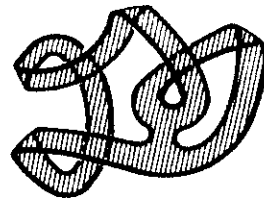
llevando el borde del agujero a su mayor extensión



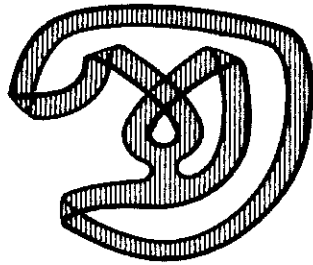
Sobre una de las bandas, hacemos aparecer dos pliegues



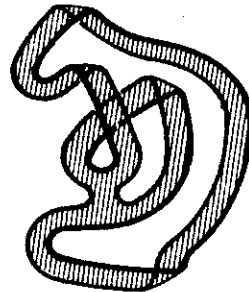
Al deformar el rizo así producido,



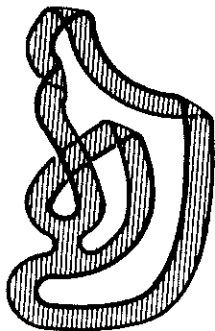
hacemos que pase debajo de la figura,



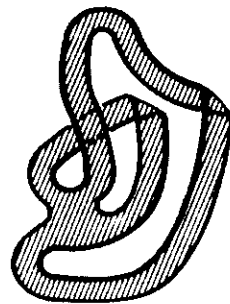
y luego que dé la vuelta por el otro lado.



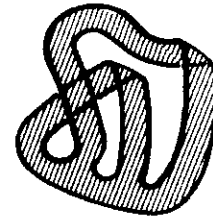
Desplazamos las dos semitorciones a lo largo de la banda



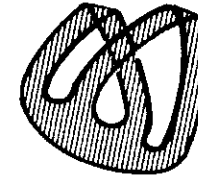
Una de ellas acaba de anularse con otra semitorción,



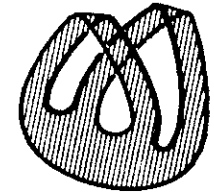
la otra se deslizó hacia la parte de arriba de la figura



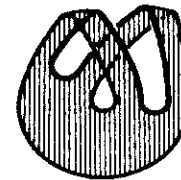
Reducimos entonces el rizo de abajo



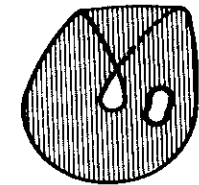
y hacemos que el rizo de arriba se deslice por encima de un pliegue



Nos queda por efectuar una inmersión de banda para invertir sus partes inferior y superior



y reducir el agujero trazado con línea mas gruesa.



El borde de la banda de Möebius es ahora el componente de borde dibujado con un trazo más fino

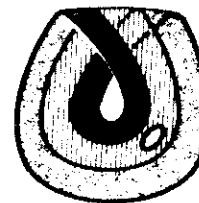
Fig. 17

Los dos componentes de borde intercambiaron su papel, y los agujeros que delimitan, por lo tanto, son claramente equivalentes, aunque uno de ellos, necesariamente, no se cierra.

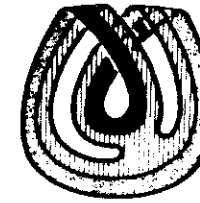
### $a_3$ - *Agujero y zona moebiana*

Esta inversión de los agujeros de la banda de Möebius puede efectuarse en la banda provista de su corte y de un agujero en la zona unilátera.

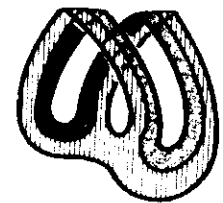
- *El agujero está en la zona moebiana*



Una banda de Möebius provista de su corte y de un agujero en la zona unilátera.



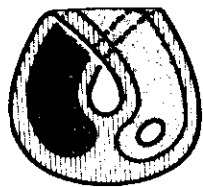
Agrandamos el agujero en la parte no orientable



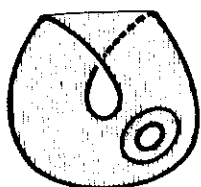
Al efectuar los cambios de presentación y la inmersión del borde,



podemos reducir el agujero del otro componente de borde



Se comprueba que es un agujero en una pastilla bilátera.

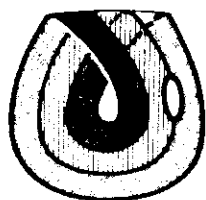


la cual puede reducirse alrededor de ese agujero

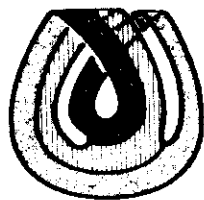
Fig. 18

• El agujero está contra la zona moebiana

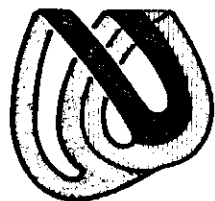
Nos queda por considerar este caso, en que el agujero está entre la zona moebiana y la zona bilátera.



El agujero a lo largo del corte



puede extenderse hasta dar casi un giro



Al seguir el procedimiento antes indicado, mediante una inmersión de banda.



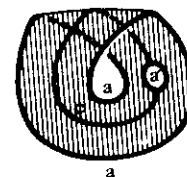
es posible encerrar el agujero que constituirá un borde de la banda de Möbius en un agujero esférico en la parte bilátera.

Fig. 19

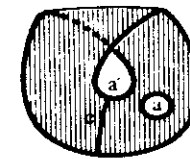
Esta presentación poco habitual de la banda de Möbius hace aparecer desfasado el doble giro del corte: uno de los dos giros se confunde con el borde de esta estofa, como un lienzo de vichy jugaría con sus rayas.

### $a_1$ - Correspondencia entre las dos construcciones de la banda de Möbius

Nuestras dos construcciones de la banda de Möbius (véase capítulo VII) pueden ponerse en relación mediante las dos figuras siguientes, que son equivalentes.



a



a'

Fig. 20

Su equivalencia se muestra por la inversión del papel de los dos agujeros  $a$  y  $a'$  de esta banda de Möbius agujereada. Para la primera, construimos la banda de Möbius por identificación de un componente de una banda bipartita (banda bilátera con cuatro semitorciones). Aquí hacemos un agujero  $a'$  a través de la costura  $c$ . La identificación del componente de borde de la banda bipartita, por lo tanto, sólo es parcial.

La segunda construcción era una banda de Möbius producida por identificación de dos lados de un cuadrado. Aquí, éste está provisto de un agujero  $a$ , es un disco agujereado. Esta identificación se indica en la figura con un corte  $c$  transverso de la banda.

Mediante el intercambio de la función de los dos agujeros, como acabamos de mostrarlo en el presente capítulo, pasamos de una presentación a la otra. El corte transverso de la segunda se convierte en corte mediano de la primera, y el agujero moebiano (cuyo borde es un ocho interior) de la segunda pasa a ser un elemento del corte mediano de la primera. Sin embargo, hay que distinguir estas presentaciones.

Al identificar, en la primera, los dos semicírculos del agujero esférico, terminamos la identificación de un componente de borde de una banda bipartita, es decir, la costura que une a lo largo de todos sus puntos la cara del revés con la del derecho. Esta costura, línea sin puntos corte de un solo giro, estructura la banda de Möbius, en la que en todos los puntos se unen el revés y el derecho. La banda de Möbius, entonces, no es otra cosa que una serie de líneas sin puntos.

Mientras que, en la segunda construcción, la costura transversa  $c$ , que no identifica más que una parte de un componente de borde de la banda bilátera, no estructura la banda de Möbius en una serie de líneas sin puntos porque no cosemos el derecho con el revés a lo largo de toda esta costura, sino únicamente en un ancho que no habla de su estructura. Aquí, un agujero  $a$  no participa en la

producción de la banda de Möbius: el otro agujero  $a'$  se forma en la identificación, se convierte en el agujero moebiano que permite la sumersión de esta estofa. En tanto que, en la primera construcción, los dos agujeros desempeñan un papel: uno,  $a'$ , elemento del corte  $c$ , es la traza de la falta de terminación de la identificación de un componente de borde; el otro,  $a$ , se convierte en el agujero moebiano.

#### 4. Volvamos a nuestras semitorciones

##### $a_1$ - *Construcción de estofas cualesquiera*

###### 1. *Las multiencrucijadas*

Las multiencrucijadas de bandas son la generalización de las identificaciones de los lados de poliedros que tienen un número par de ellos. Dicho de otra manera, las multiencrucijadas son el montaje sobre un disco de varios breteles o cintas, torcidos o no torcidos, que forman rizos.



Fig. 21

Este tipo de multiencrucijada nunca es otra cosa que una encrucijada de cintas a la cual se le agregó un bretel.

Estas multiencrucijadas pueden reducirse a los schemas de Griffiths de conformidad con la teoría de las superficies topológicas expuesta en el capítulo II.

###### 2. *Un bretel añadido a un schema de Griffiths*

Del mismo modo, un bretel (o una cinta) añadida a un schema de Griffiths da lugar por cambio de presentación a otro schema de Griffiths, según la teoría de las superficies.

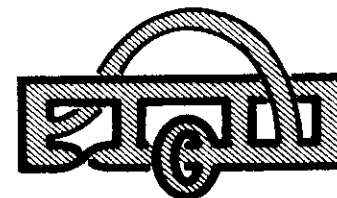


Fig. 22

En vez de describir la estructura de la estofa obtenida al efectuar un cambio de presentación mediante el dibujo, como lo hicimos hasta ahora, aquí nos importa saber si podemos pronosticar ese resultado con la ayuda de invariantes.

##### $a_2$ - *Montaje de un bretel sobre una estofa cualquiera*

Tratamos de pronosticar si unos breteles cualesquiera que presenten o no semitorciones pueden considerarse como breteles alabeados, es decir, efectivamente torcidos.

###### 1. *Bretel o puente*

El primer rasgo pertinente es saber si esos breteles cualesquiera se unieron a un mismo componente de borde o a dos componentes diferentes.

En efecto, hay dos maneras de agregar un bretel a una estofa:  $a$  - enganchándola a un mismo componente de borde; conservaremos el término "bretel", que se emplea entonces en sentido estricto;

$a'$  - enganchándola a dos componentes de borde; en este segundo caso se trata de un puente.

###### 2. *En el caso de los breteles estrictos*

Hemos tratado el problema de los breteles propiamente dichas, es decir que se enganchan a un solo componente de borde de la estofa considerada, en el capítulo III.

En ese caso, el segundo rasgo pertinente, que nos sirvió para decidir en cada situación orientable o no orientable, consiste en el cambio del número de borde producido por la composición del bretel considerado:

$a$  - si el número de borde aumenta en 1, el bretel es no torcido;

$a'$  - si el número de borde se mantiene sin cambios, el bretel está efectivamente torcido.

Habida cuenta de la teoría de las superficies topológicas intrínsecas (véase capítulo II), recordemos que una superficie topológica intrínseca se compone de cero, una o dos bandas de Möbius. Desde ese punto de vista intrínseco, por lo tanto, no hay más que una o dos semitorciones efectivas sobre breteles diferentes.

Si existen más de dos breteles que tienen una semitorción efectiva, se reducen por pares en unas partes tóricas que presentan entonces un puente no torcido.

El nuevo problema consiste en pronosticar el carácter efectivo o no de las semitorciones sobre los puentes añadidos a una estofa, ya exhiban o no una semitorción aparente, dado que puede contemplarse cada uno de estos casos.

### 3. En el caso de los puentes

En todos estos casos, el número de borde pasa de dos a uno ( $b = 2 \rightarrow b = 1$ ); en el caso general de  $b$  a  $b - 1$ . El criterio conservado para apreciar la efectividad de las semitorciones sobre los breteles no permite distinguir los puentes efectivamente torcidos con respecto a los no torcidos.

El tercer rasgo pertinente consiste en saber si el puente está compuesto con una estofa bilátera o unilátera.

*a* - Si el puente está compuesto en una estofa bilátera

Para determinar la efectividad de las semitorciones, hay que agregar otro invariante. El resultado depende del cambio de orientación de la estofa producida por la composición del puente.

(a) Si el número de caras se mantiene sin cambios, no hay semitorción efectiva, ya presente o no el puente semitorciones aparentes. Se constituye una parte tórica correspondiente en los schemas de Griffiths.

(a') Si se pasa de una estofa bilátera a una estofa unilátera, el puente está torcido.

Pero, en ese caso, la teoría de las superficies y el cambio de presentación, como lo mostraremos a continuación en un ejemplo, nos advierten de una equivalencia sorprendente. Un puente alabeado, definido y aislado gracias a los criterios precedentes, es equivalente a dos breteles que tengan, cada una, una semitorción.

*a'* - Si el puente está compuesto en una estofa unilátera

En ese caso, nunca hay semitorciones efectivas, como lo mostramos en lo que sigue.

Esta práctica de los invariantes aporta precisión en la definición del invariante salvaje que es la semitorción sobre un bretel. Ahora sabemos en qué casos podemos hablar de manera efectiva e intrínseca. En todos los casos, las semitorciones efectivas pueden presentarse siempre distribuidas sobre breteles estrictos, breteles enganchados a un mismo componente de borde.

Siempre hay una presentación en que el número de semitorciones efectivas es inferior o igual a dos.

Cuando podemos hablar de semitorción efectiva sobre un puente alabeado, ésta se distribuye en dos semitorciones efectivas sobre dos breteles distintos.

Para estudiar qué ocurre con los puentes, a saber, si son torcidos o no, deben considerarse cuatro casos: dos cuando la estofa sobre la cual se efectúa el montaje es bilátera; los otros dos, cuando es unilátera.

*a* - En el caso de una estofa bilátera

El disco agujereado es el prototipo de la estofa bilátera de dos componentes de borde.



Fig. 23

• *El puente efectivamente no torcido.* Si agregamos un puente no torcido entre dos componentes de borde de un montaje de estofa bilátera, el montaje obtenido sigue siendo bilátero.



Fig. 24

• *El puente efectivamente torcido.* Si agregamos un puente torcido entre dos componentes de borde de un montaje de estofa bilátero, el montaje obtenido pasa a ser unilátero.

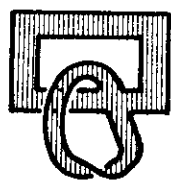


Fig. 25

Esto debe entenderse cualquiera sea la situación aparente (presencia o ausencia de semitorción aparente sobre el puente agregado). La desorientación de una estofa bilátera es un invariante que indica el carácter efectivamente torcido de un puente.

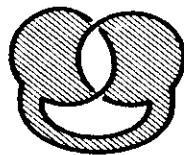
Demos un criterio como en el caso de los breteles (capítulo III, p. 105). Si  $S$  es una estofa bilátera, plana o no, y  $P$  un puente agregado a  $S$  como corresponde,  $P$  estará torcido o alabeado, es decir, será equivalente a dos semitorciones efectivas sobre dos breteles, si y sólo si la estofa  $S$  y la estofa  $S + P$  no tienen el mismo número de caras.

Esta observación basta para determinar el carácter torcido o no torcido del puente.

He aquí algunos ejemplos.



Una estofa bilátera.



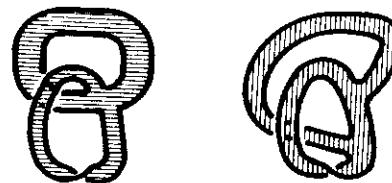
Una estofa unilátera. El puente agregado está efectivamente torcido.



Una estofa bilátera. Este puente es no torcido; la semitorción no es más que aparente.

Fig. 26

Pero lo más sorprendente es que un puente efectivamente torcido genera, en el caso que nos interesa, dos semitorciones efectivas, cada una de ellas agregada a un bretel: el disco agujereado se convierte en una botella de Klein agujereada, como lo mostramos mediante un cambio de presentación.



Desplazamos la porción de disco a lo largo del puente que presenta una semitorción,



y hacemos que pase la semitorción



Esto da el schema de la botella de Klein agujereada, o sea dos bandas de Möbius pegadas

Fig. 27

La presencia de estas dos semitorciones efectivas, cuando en la encrucijada de bandas inicial no aparece más que una sola, con la finura de un velo de tul, se debe a la presentación plana de los breteles torcidos que adoptamos siguiendo a Griffiths. Ésta consiste en una presentación de la botella de Klein agujereada hecha de dos bandas de Möbius aplanadas, lado a lado.

*a' - En una estofa unilátera*

La banda de Möbius agujereada es el prototipo de la estofa unilátera con dos componentes de borde.

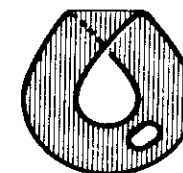


Fig. 28

Aquí, el rasgo (el invariante) de la orientación de la estofa y del cambio o el mantenimiento de la orientación se pierde porque la estofa es unilátera desde un principio. (Es imposible hacerla bilátera con el agregado de breteles o puentes torcidos o no.)

• *El puente sin semitorción aparente* colocado entre dos componentes de borde de una banda de Möbius agujereada da una parte tórica.

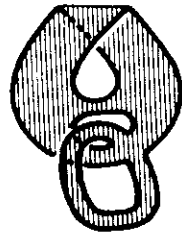


Fig. 29

Así, el montaje equivale a tres bandas de Möbius compuestas de conformidad con el teorema principal de la teoría de las superficies topológicas intrínsecas (véase capítulo II). Podríamos considerar que el puente no torcido aporta dos semitorsiones, que aparecen sobre dos breteles distintos una vez aplanado, si la presentación escogida no fuera la del número mínimo de breteles torcidos aplanados. Por lo tanto, directamente tenemos el schema de Griffiths en sí mismo.



Fig. 30

Podemos decir, en consecuencia, que sobre una estofa unilátera un puente sin semitorsión aparente es un puente no torcido.

- El puente con semitorsión aparente entre dos componentes de borde de una banda de Möbius agujereada requiere otra lectura del montaje para que podamos determinar su carácter torcido o no con la ayuda de lo que ya hemos establecido.

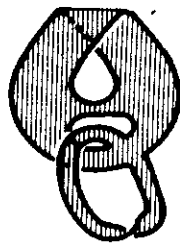


Fig. 31

Basta con proponer otra descripción de este objeto para ver que está hecho de la composición de un bretel sobre un mismo componente de borde de una estofa que podemos describir. Y comprobar que se trata de una botella de Klein agujereada (cuyo número de borde es uno), sobre la cual se agrega un bretel con una semitorsión aparente. Esta semitorsión es efectiva porque no cambia el número de borde.

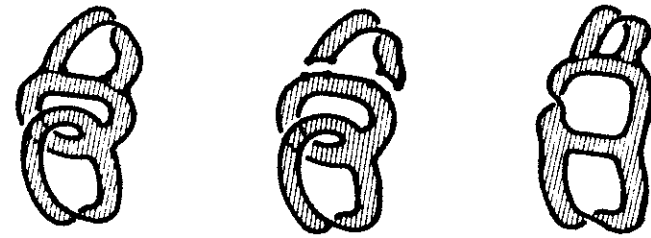


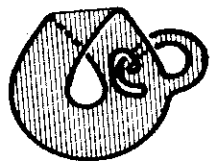
Fig. 32

En la botella de Klein agujereada y aplanada hay dos breteles con semitorsión efectiva. Si le agregamos un bretel suplementario, la estofa implica tres de ellas. El teorema principal nos asegura que se trata entonces de una sola banda de Möbius compuesta con un toro agujereado. Nuestra estofa, por lo tanto, no tiene más que una sola semitorsión efectiva sobre un bretel agregado a un mismo componente de borde.

De manera retroactiva, al reconsiderar la descripción inicial de esta estofa, en la que ésta estaba construido como una banda de Möbius con un agujero, sobre la cual agregábamos un puente provisto de una semitorsión aparente, podemos deducir que este puente es no torcido. Esto, en razón de que la descripción del montaje obtenido es la de una banda de Möbius compuesta con una parte tórica, sin otra semitorsión efectiva que la de la banda de Möbius agujereada del comienzo. Cosa que podemos mostrar mediante un cambio de presentación.



Desplazamos el agujero al borde del cual se engancha el puente con una semitorsión aparente



Al pasar el pliegue, la semitorción del puente se deshace.



Presentamos la estofa según el schema de Griffiths

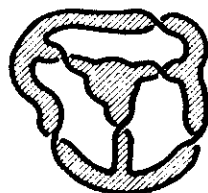
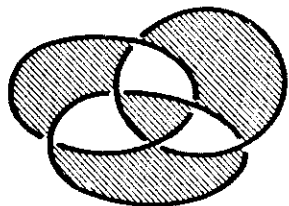
Fig. 33

De tal modo, podemos afirmar que, sobre una estofa unilátero, un puente con semitorción aparente es un puente no torcido.

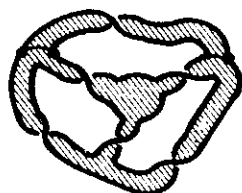
### 5. Desmontaje de las estofas según sus bretelles

Podemos calcular lo intrínseco de una estofa mediante un desmontaje de ésta. Se trata de aplicar al revés los resultados del capítulo III acerca de la presencia o la ausencia de semitorciones efectivas sobre un bretel.

Tomemos un ejemplo de la superficie de tensión del nudo borromeo de tres redondeles.



Esta estofa puede presentarse, por deformación, como una composición de bandas



Seleccionemos un bretel montado sobre un mismo componente de borde de la estofa que obtendremos sacándola



Obtenemos un bretel separado y una estofa que tiene dos componentes de borde

Fig. 34

La variación del número de borde nos indica que la semitorción del bretel sacado sólo era aparente, dado que, agregada a la estofa obtenida, tela común, genera un componente de borde suplementario.

Prosigamos la descomposición.



Al quitar este bretel,



reconocemos una estofa compuesta por una banda con tres semitorciones y un bretel con dos semitorciones, que sacamos.



Fig. 35

Mediante esta descomposición, pasamos de una estofa con dos componentes de borde a otro con uno solo. Lo que ocurre es que, a la inversa, el bretel (de dos semitorciones aparentes) agregado a la banda con tres semitorciones carece de semitorción efectiva. La banda con tres semitorciones es, de manera intrínseca, una banda de Möbius.

A partir de esta descomposición podemos concluir que la superficie de tensión del nudo borromeo es, de manera intrínseca, un montaje de una banda de Möbius y dos bretelles sin semitorción, o sea una banda de Möbius con dos agujeros.

Lo intrínseco de la superficie de tensión del nudo borromeo (véase capítulo I)



Fig. 36

**LA TOPOLOGÍA DE SUPERFICIE  
DE LOS SCHEMAS DE LACAN**

## Conclusión

### Lo dicho a medias solidario de la estofa

Cierre de los schemas en la superficie del plano proyectivo

#### AGUIERO IMAGINABLE

Ahora que el lector dispone de los medios de ejercitarse en la práctica de las superficies topológicas intrínsecas, podemos colocar en la estofa que sostiene su cierre, como en una pieza de jacquard legible, los schemas L y R, de los que nos ocupamos en la Introducción (p. 18), y luego el schema I (E., p. 571; «o»).

Los schemas R y L, trazados por el doctor Lacan, presentan en la estructura del sujeto dos modos de composición distintos de la percepción y la conciencia.

El schema I se ofrece como la estructura del sujeto al término del proceso psicótico.

La estofa del plano proyectivo sostiene la identificación de cada uno de los tres schemas tomados por separado, según unos elementos homólogos que se encuentran en cada uno de ellos (E., p. 553, nota 1; «o»).

La articulación de los schemas de Lacan entre sí tiene su razón, entonces, en la superficie de esta estofa. Sólo cuando llegamos a disponer esos schemas en esta situación se establece, como razón, que el schema L se obtiene a partir del schema R por la retracción de la zona R y, asimismo, que es habitual transformar el schema R en schema I, de acuerdo con las indicaciones dadas por el doctor Lacan en sus escritos (E., p. 563; «o»). Puesto que esas transformaciones entre los schemas apelan a la lógica del conjunto de los trayectos pertinentes en la estofa; trayectos que el doctor Lacan supo leer, pues en todo momento los comenta en su enseñanza de manera estricta.

Colocamos esos schemas sobre el plano proyectivo agujereado. En un primer caso concerniente a los schemas R y L, está agujereado una vez; en un segundo caso, en relación con el schema I, está agujereado tres veces. Llegamos a ello gracias a diversas presentaciones del schema F en el plano proyectivo agujereado dos veces. El cierre de uno de esos dos agujeros organiza la discusión de las diferentes presentaciones en el primer caso; un agujero suplementario, y bien colocado, conduce a la presentación del segundo caso.

El agujero imaginable como ruptura de superficie encuentra aquí una nueva función. Para la presentación del plano proyectivo sumergido en tres dimensiones es necesario un agujero imaginable, con la ventaja de presentar una singularidad que es una falta, en vez

de ser un añadido, como sucede en la inmersión. Ahora, el agujero imaginable, designado mediante letras, sirve para la discusión de diferentes presentaciones de un mismo objeto, antes de que el doctor Lacan denomine explícitamente esos agujeros. Esto permite elaborar el comentario de la estructura del sujeto en el transcurso del proceso de la psicosis, sobre todo si ya se sabe entender que esos agujeros se anudan a continuación de manera extrínseca, y en qué sentido el nudo se elide en la estofa.

Los schemas L y R son susceptibles de cerrarse sobre el plano proyectivo no agujereado pero, como no dibujamos tales estofas en el cuerpo de nuestra obra —porque no se las puede sumergir en el espacio al que se supone intuitivo—, rechazamos esas dos soluciones en el Apéndice (p. 323). Concluimos aquí esta obra con la presentación del cierre de los schemas R y L en la superficie del plano proyectivo agujereado. Este cierre, por lo tanto, es parcial, pero lo que le falta se localiza con precisión.

### 1. El schema R cerrado según la superficie del plano proyectivo agujereado

#### a - La figura con la hendidura transversa

Constituimos el plano proyectivo partiendo del schema F.

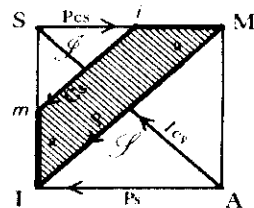


Fig. 1

Si se estira de manera continua hacia arriba y la izquierda la estofa sobre la cual está trazado el schema F, no construimos una encrucijada de bandas según el procedimiento más simple mostrado en el último capítulo.

Aquí, deformamos esos dos esbozos de breteles, siempre para realizar una encrucijada de bandas torcidas. En el procedimiento más simple, los lados opuestos del cuadrado inicial se identifican dos a dos, respetando su sentido o invirtiéndolo (toro, botella de Klein, plano proyectivo).

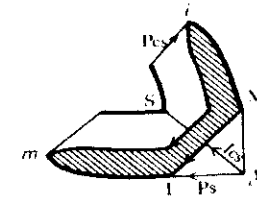


Fig. 2

En este procedimiento más complicado, sólo una porción de los lados participa en la identificación. Esto, a fin de seguir las indicaciones de Lacan, cuando identifica los puntos  $i$  con  $I$  y  $m$  con  $M$ , marcados en el contorno de su schema.

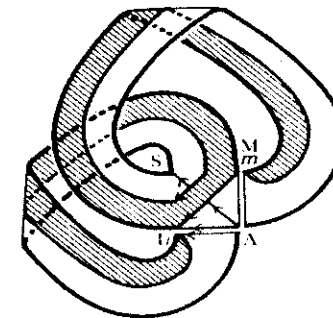


Fig. 3

Esta primera solución se caracteriza por un curioso pinzamiento en  $m$  e  $i$  de la zona rayada.

El doctor Lacan provocó una tensión entre la identificación de los lados de un cuadrado para formar una encrucijada de bandas y su schema R, al disponer a su manera las letras y las zonas de su schema. Más adelante mostraremos la deformación del schema necesaria para la realización de la encrucijada de bandas torcidas según el procedimiento más simple. A partir de la disposición del schema R, la realización de la encrucijada de bandas torcidas se deforma. En ambos casos, se impone la construcción de un plano proyectivo a partir de un cuadrado, y el arte de Lacan consistió en haber introducido en ella la subversión en que siempre se evoca el procedimiento habitual que vincula el cuadrado, como un retazo utilizable de tela para camisas, con el plano proyectivo.

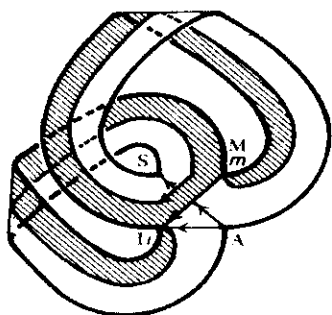


Fig. 4

El aspecto menos simple de esta solución obedece a las condiciones impuestas a las letras situadas en el borde del schema.

Para comprobar la situación de esta primera solución, cerramos uno de los dos agujeros de ese plano proyectivo agujereado dos veces (véase capítulo VIII, p. 257). Para ello, deformamos levemente la figura colocando las dos bandas plegadas de tal manera que una se extienda a lo largo de la otra.

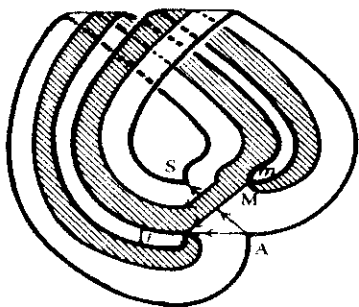


Fig. 5

En esta presentación de nuestra enrucijada de bandas torcidas, un componente de su borde aparece delimitando un agujero imaginable en una banda de Möbius. Comenzamos a retraerlo.

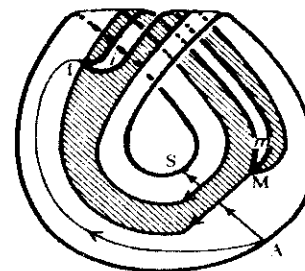


Fig. 6

Las letras del schema F siguen esta deformación de manera continua, hasta reducir el agujero a su más simple expresión.

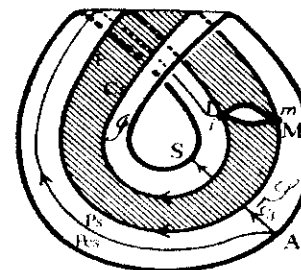


Fig. 7

Donde podemos ver con claridad que, en efecto, hay un agujero en una banda de Möbius.

Esta banda de Möbius agujereada presenta la particularidad de tener un agujero, a través de la zona rayada: lo denominaremos con la ayuda de las letras  $I, i, m, M$ . Esta zona rayada es precisamente la zona más identificable como una banda de Möbius en el schema F de partida, de acuerdo con la indicación dada por Lacan a propósito del schema R. Cerramos ese agujero todavía presente en nuestro último dibujo, a fin de lograr la identificación de los lados del schema F. Éste impone la distribución de las letras en dos pares ( $I, i$ ) y ( $m, M$ ), porque designan dos puntos distintos, y sus letras respectivas designan ahora un mismo punto. Ese agujero aparece entonces en nuestro dibujo como una hendidura tendida entre esos pares a través de una banda de Möbius. La composición de Percepción y Conciencia se realiza en la sucesión de las dos aristas que, unidas, forman un ocho interior que efectúa un doble giro en el plano proyectivo.

Cuando la hendidura se cierre, ya no quedará más que un agujero en el plano proyectivo, el punto designado por las letras S y A. Que ese punto sea aquí el lugar de un agujero en la superficie del plano proyectivo no representa necesariamente un obstáculo a la identificación de las flechas AI y Si. Estas flechas son respectivamente los Signos de percepción y lo Preconsciente de Freud. No hemos realizado su identificación en el dibujo de esta primera solución de cierre del schema F, como lo haremos más adelante. La primera solución sólo se esboza aquí, a fin de compararla con las siguientes.

Hay que señalar que, por primera vez gracias a nuestro schema F, los dos triángulos del schema R demuestran ser las dos caras opuestas de una banda bipartita, como un cinturón de percalina, uno de cuyos componentes de borde está cosido a lo largo de la zona  $\mathcal{R}$  del schema cerrado como banda de Möbius.

#### a' - La figura no inmediata

Partamos nuevamente del schema F para proponer otra solución. Esta vez comenzamos por identificar la zona rayada en una banda de Möbius. Seguimos con ello las indicaciones aportadas por el doctor Lacan en su nota de 1966. Percepción y Conciencia se componen en un doble giro que confirma la orientación de nuestro schema F. Se identifican los puntos I, i y M, m.

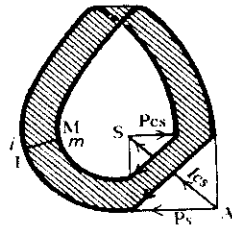


Fig. 8

Quedan por identificar las otras porciones del borde de ese schema, de manera de convenir en la coherencia del conjunto que debe conducir a un plano proyectivo, ya que "lo que exhibe el esquema R es un plano proyectivo" (E., p. 553, nota I; «o»). Estiremos de manera continua, hasta darles un aspecto cuadrangular, los dos triángulos que, en su cara visible, son Iy S.

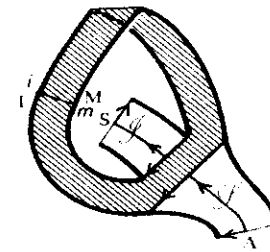


Fig. 9

El grosor del trazo indica de dónde proviene cada porción de borde. Los trazos gruesos son puntos que se estiran como líneas que componen el borde de nuestra estofa agujereada en lugar de esos puntos. Esos agujeros son puntos del plano proyectivo no agujereado. Pero en nuestros dibujos, en el plano proyectivo agujereado, son componentes del borde.

Luego cerramos nuestros dos triángulos en una banda que presenta una semitorción, donde se comprueba que se oponen como las dos caras de una estofa. Al no formar los puntos S y A más que uno solo, hay que señalar que las flechas AI y Si se identifican en ese momento en una misma arista que conjuga los Signos de percepción y lo Preconsciente de Freud.

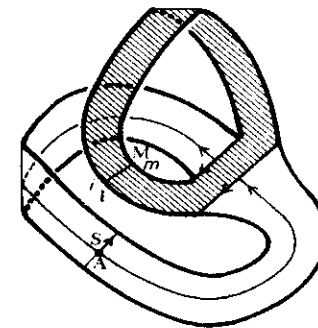


Fig. 10

El schema F, entonces, está cerrado, porque sus elementos se identifican entre sí y son identificables en la superficie del plano proyectivo, mediante lo cual se sabe que los agujeros son puntos de esta superficie topológica cerrada.

Para verificarlo, planteamos ahora la cuestión del cierre de uno u otro de los componentes de borde de ese plano proyectivo con dos agujeros. Disponemos el último bretel torcido, el que acaba de

constituirse, de manera que se extienda a lo largo de la banda de Möbius de la zona rayada.

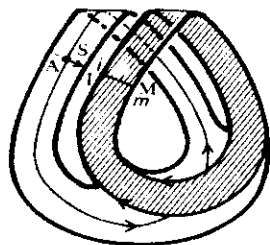


Fig. 11

En esta nueva presentación, el componente de borde que delimita el agujero  $I$  aparece mejor como un agujero imaginable en una banda de Möbius cuyo agujero moebiano es el punto  $mM$ . El agujero esférico tiende a cerrarse en un punto  $iI$ .

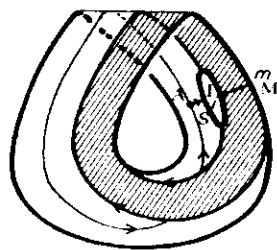


Fig. 12

Concluimos con esta transformación al cerrar el agujero  $iI$ .

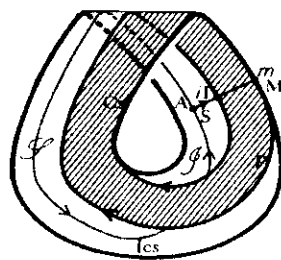


Fig. 13

También esta vez se trata de una solución sorprendente en que la banda de Möbius rayada, como un pañuelo de madrás, no es mediana. Es preciso que expliquemos esta situación.

### 1. Primera figura mediana

Mostramos que esta solución corresponde aún a una banda de Möbius cuya zona rayada constituye el corte medio, en este caso ampliado. Para ello hacemos un agujero cualquiera en la zona bilátera  $SL$ , aquí en la cara visible  $S$ , en la parte baja de la figura.

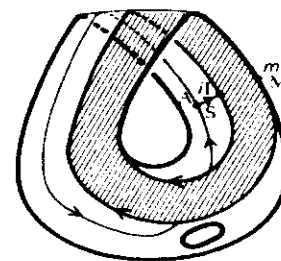


Fig. 14

Ese agujero no corresponde a ningún par de letras del schema  $F$ . Lo ampliamos, con la precaución de no tocar las líneas del schema; vamos a intercambiar las funciones del agujero moebiano y ese agujero esférico (véase capítulo VIII, p. 259).

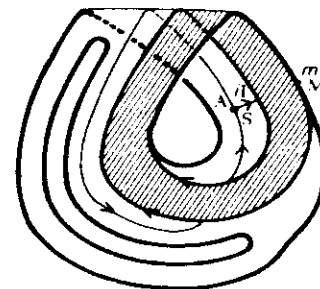


Fig. 15

Agrandamos aún más el agujero. Luego hacemos que pase el pliegue de la banda de Möbius, en la figura siguiente.

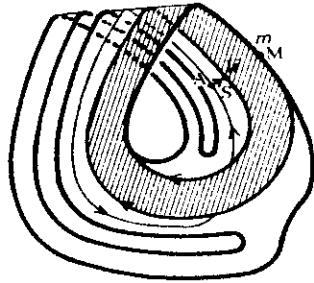


Fig. 16

A continuación, una primera transformación de inmersión permite hacer pasar un bretel, definido por la deformación del agujero, por encima de la zona rayada.

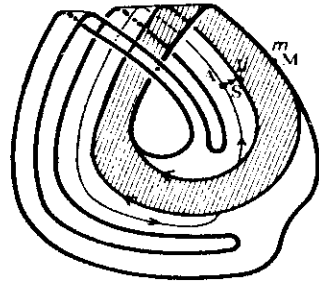


Fig. 17

Resulta fácil entonces desplazar este bretel plegado de la izquierda hacia la derecha...

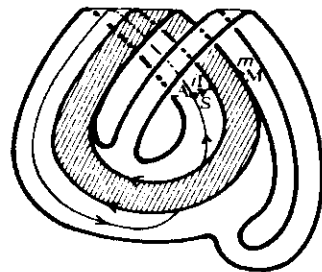


Fig. 18

...después de haber hecho que describiera un giro completo por el exterior de la figura. Reducimos el agujero esférico, que ahora aparece como en el capítulo VIII.

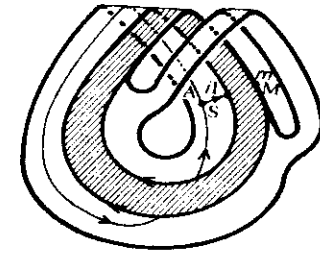


Fig. 19

Empieza a verse que ese agujero delimita el punto  $mM$ ; prolongamos la reducción del tamaño del agujero...

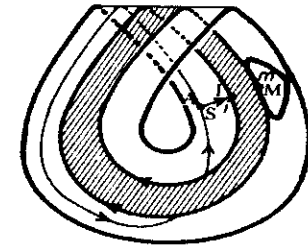


Fig. 20

...hasta cerrarlo en ese punto  $mM$ .

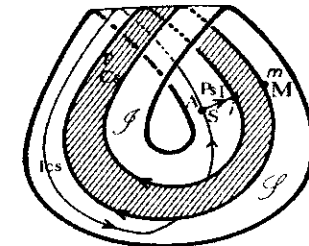


Fig. 21

En donde comprobamos que se trata claramente de una banda de Möbius cuya zona  $\mathcal{R}$  en sí misma otra banda de Möbius, es la zona mediana. Pero donde, contrariamente a la primera solución esbozada, el agujero moebiano no es el punto  $SA$ . Aquí, ese agujero sólo es accesorio, destinado a sumergir el plano proyectivo en nuestro espacio y, con ello, a ofrecerlo a la mirada sin otra singularidad que ese agujero.

Esta figura es la primera en que podemos leer las consecuencias de la identificación de los lados del schema  $F$ , por lo tanto del schema  $R$ . Los puntos de ese schema están dispuestos en ella como en la superficie del plano proyectivo, y la zona  $\mathcal{R}$  rayada está

definitada por el doble giro, de manera de resolver la tensión producida por el doctor Lacan entre su schema R y el cierre habitual del cuadrado en un plano proyectivo.

Para mostrar que siempre se trata de la solución dada desde el primer caso, retomamos el intercambio del agujero  $mM$  con otro agujero que no tiene nombre, en un intercambio del primero con el agujero SA, en la función del agujero moebiano.

2. Segunda figura mediana

Partamos nuevamente de la figura 13 (p. 284), en que abrimos un agujero esférico en el punto SA.

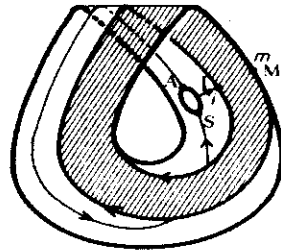


Fig. 22

Agrandamos de manera continua el tamaño de ese agujero...

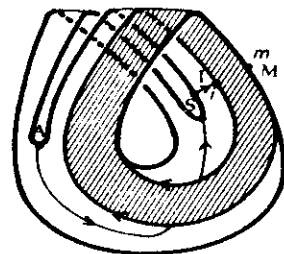


Fig. 23

...y obtenemos una enrucijada de bandas plegadas...

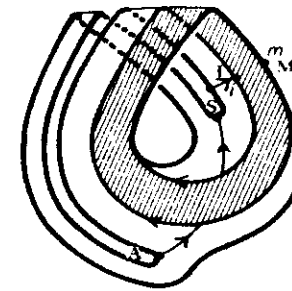


Fig. 24

...una de las cuales, por inmersión de la estofa, atraviesa el otro bretel y pasa ahora por encima de la zona rayada.

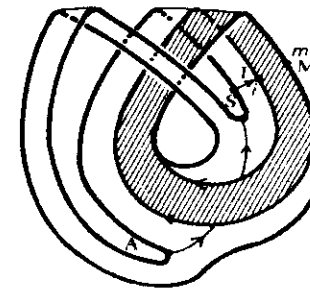


Fig. 25

Este bretel pasa de izquierda a derecha en nuestro dibujo.

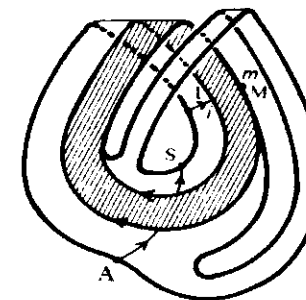


Fig. 26

Luego retraemos el agujero esférico que se formó en oportunidad de esas deformaciones, y comprobamos que nos encontramos en presencia de una banda de Möbius agujereada en  $mM$ .

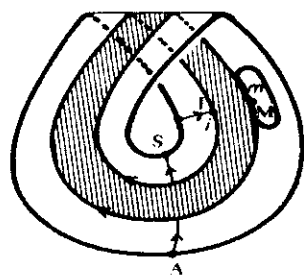


Fig. 27

El agujero  $mM$  se cierra para dar una banda de Möbius, cuya zona  $\mathcal{R}$  es la zona mediana y cuyo agujero periférico y central es el punto SA.

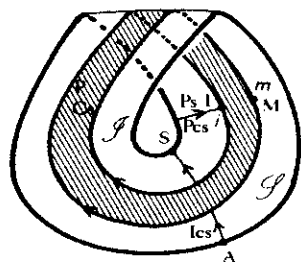


Fig. 28

Damos ahora una tercera solución de la identificación de los lados del schema F, volviendo a partir una tercera vez de este schema. Se trata de la solución más simple de la construcción de una banda de Möbius a partir de un cuadrado: llevará al mismo resultado que la última presentada.

### a'' - La figura transversa

La construcción más conocida de la banda de Möbius (véase capítulo VII, p. 239) corresponde a la identificación de dos lados opuestos de un cuadrado cuyo sentido se ha invertido. Aquí, en el caso del schema F, cuando éste proviene del schema R, la dificultad obedece a que el doctor Lacan sólo da indicaciones en relación con los puntos  $i$ ,  $M$ ,  $m$ ,  $I$ , colocados oblicuamente en el schema.

En vez de obtener enrucijadas de bandas sorprendentes, sorprendemos a los lectores acostumbrados a la presentación del schema R al deformar de manera continua nuestro schema F. La

construcción que realizamos ahora ya se mostró en el caso general (capítulo VII, p. 239). Como lo explicábamos entonces, deformamos los dos ángulos S y A del cuadrado que forma el schema F. Esos puntos ampliados nos permiten situar el lugar de la pastilla esférica que puede llegar a agregarse a la banda de Möbius para cerrarla como plano proyectivo.

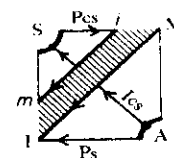


Fig. 29

El perímetro de ese disco está deformado, como lo hacíamos en nuestro texto, para obtener una figura cuadrada que se presta de manera más directa a la identificación de la banda de Möbius.

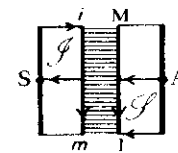


Fig. 30

Para identificar los puntos  $i$ ,  $I$  y  $m$ ,  $M$ , de acuerdo con la indicación de Lacan, los presentamos frente a frente después de haber efectuado una semitorsión.

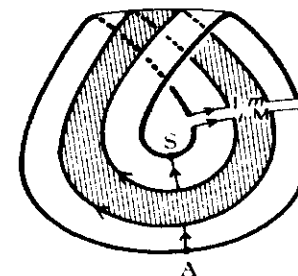


Fig. 31

Esta situación da el resultado ya obtenido en la figura 28.

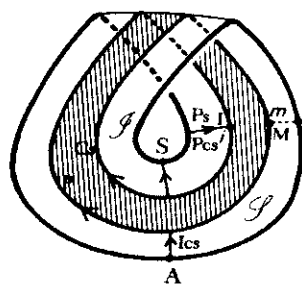


Fig. 32

Estos tres modos de identificación del schema F son equivalentes entre sí, como lo establecen nuestras diferentes mostraciones. Siempre basta con admitir que la banda de Möbius es el plano proyectivo agujereado una vez. La equivalencia de las soluciones obtenidas se verifica para el plano proyectivo real. Esas soluciones del cierre del schema de una misma y única manera se distinguen en cuanto sumersiones diferentes del plano proyectivo, por medio de agujeros practicados en puntos diferentes de la estofa. Abrimos y cerramos los agujeros de manera indiferente; a fin de realizar la sumersión, sólo se mantiene necesariamente un agujero moebiano. Se trata del modo único de cierre del schema R en la superficie del plano proyectivo.

En la figura 7, el agujero moebiano está en SA y hay otro agujero a lo largo del segmento  $Im$  o  $iM$ , como se quiera.

En la figura 13, el agujero moebiano está en  $mM$ .

En la figura 21, el agujero está en la pastilla esférica (es una zona bilátera cuyas caras son lo Imaginario y lo Simbólico del schema R). En la figura 14, ese agujero se realizó en la zona visible S. Hay que saber que esta cara está adosada a la zona I que, por lo tanto, también es horadada por el mismo agujero.

En la figura 28, el agujero moebiano se hace en el punto SA. Lo mismo ocurre en la figura 32.

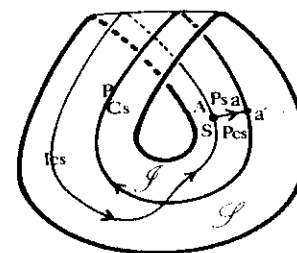
## 2. El schema L cerrado según la superficie del plano proyectivo agujereado

### a - La retracción

Al estar cerrado el schema R en la superficie del plano proyectivo agujereado dos veces, el cierre de uno de esos dos agujeros nos muestra cómo se lo puede disponer cerrado en la superficie de una banda de Möbius. Deducimos de ello el modo de cierre del schema L en esa misma estofa.

En nuestro schema F, la zona  $\mathcal{R}$  interrumpe el trayecto (AS) que, desde Freud y en Lacan, es la arista Ics de sus schemas. El circuito Ics no está trazado en el schema R pero puede leerse en él: lo hemos deducido del schema L mediante nuestro schema F. Comprendemos ahora de qué manera puede cerrarse ese circuito Ics en el schema L: al retraer la zona  $\mathcal{R}$  de modo que Percepción y Conciencia se atraviesen ( $im, IM$ ), mientras que estos dos vectores se prolongan recíprocamente en la superficie del plano proyectivo para formar el borde único de la zona  $\mathcal{R}$ , el único corte concebible de doble giro en el schema R. En el schema L, el corte de doble giro se atraviesa y forma entonces el giro único, el corte impensable mediano de la banda de Möbius. El lugar diferente del agujero moebiano en el plano proyectivo da dos soluciones equivalentes.

En el caso de la figura 21, obtenemos la siguiente:



(véase E., p. 429; «II»)  
Fig. 33

En el caso de las figuras 7, 28 y 32, la retracción da:

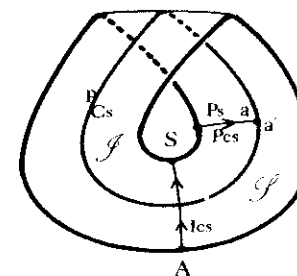


Fig. 34

Estas dos últimas figuras presentan el cierre del schema L en la superficie del plano proyectivo agujereado una vez, cada una en un punto diferente. Aquí podemos leer lo que Lacan enseña sobre la situación analítica. Ésta no se establece únicamente mediante la presencia de dos sujetos, sino con cuatro términos necesarios: el Sujeto y el Otro, provistos de dos objetos, el yo y el otro (E., p. 429; «II»). En la figura 33 leemos más fácilmente que en la figura 34 de

dónde vienen esos cuatro términos en el schema L exhibido. En la estructura, los que se escinden son los elementos (S, A) y (a, a'), y la terminación del análisis se alcanza cuando se hace asumir al sujeto esta soledad con su otro. En ese estado, de atravesamiento de la percepción y la conciencia, el circuito del inconsciente está cerrado.

### 3. El schema I, producto de la superficie del plano proyectivo agujereado

#### a' - La caricatura: el paso del schema R al schema I

Prolonguemos este cierre del schema R para mostrar cómo se cierra el schema I (E., p. 571; «o») en la superficie del plano proyectivo.

Aquél es producido por la deformación del schema R que hace que lo Creado I pase a asumir el lugar vacante de la Ley en P (E., p. 563; «o»). Esto a fin de dar cuenta del delirio de Schreber hasta llegar a una caricatura de la estructura.

Para realizar esa deformación, hay que saber que debemos practicar un agujero  $aa'$  en la zona  $\mathcal{R}$ , según se comprueba en el transcurso de la mostración. Los agujeros  $P_0$  y  $\Phi_0$  se formaron respectivamente en lo Simbólico y lo Imaginario, y una parte del schema rodea el agujero  $P_0$ , lo que lleva a I del lado en que se encontraba P.

Recordemos que en el schema R, el punto P estaba situado en el lugar anotado A. El efecto de la carencia significativa en ese sitio produce un rictus de la estructura entre I y A.

El schema I se presenta como un schema R horadado por tres agujeros. El doctor Lacan no dice nada del agujero  $aa'$  en su escrito de 1956, con lo que deja "algo que deberán penetrar los glosadores del futuro" (E., p. 580; «o»).

Ese agujero  $aa'$  es esencial en el paso del schema R al schema I, y en la discusión de la correspondencia de los agujeros  $P_0$  y  $\Phi_0$ . Es en relación con esta correspondencia que se planteó la cuestión preliminar al tratamiento de las cosas *psi* (la psicosis para los retrasados que quedan subdesarrollados por ser los sujetos que soportan nuestra cultura industrial).

Conviene responder a la cuestión de saber si el agujero  $\Phi_0$  (en lo Imaginario) es el efecto del agujero  $P_0$  (en lo Simbólico) (E., p. 571; «o»), es decir, si la repulsión producida por la castración está ligada a un defecto relativo al tratamiento, por el lenguaje, de la imposibilidad de decir por medio de una metáfora; o si es el efecto de la elisión del falo reducido por el sujeto a la hiancia mortífera del estadio del espejo para resolver en un segundo grado

esa hiancia en lo Imaginario (E., p. 571; «o»), es decir, si el temor a la castración es únicamente la consecuencia de la prematuración humana.

Es falso que no sea éste el segundo término de la alternativa; en verdad, incluso se lo puede dar por adquirido; pero lo cierto es que es falso que no debamos responder a su primer término por la afirmativa, y así coordinarlos. Esto equivale a interrogar la articulación del falo y la metáfora paterna.

El falo es un término de la tradición, pero es el significante de la operación de la ausencia de la madre. El padre se convierte en el significante que metaforiza el falo bajo el aspecto del padre muerto, debido a su desaparición en su fundamento. Es este acto el que falta en el caso de Schreber.

Ahora bien, en el primer capítulo decíamos que la función paterna se anuda, en primer término, entre los vértices I y A del schema R, lugar del juicio de atribución, o sea el segmento en que se distinguen los Signos de percepción de la Percepción (E., p. 558; «o»). Retomada en el juicio de existencia, esta distinción compete, en esa etapa de la enseñanza de Lacan, al funcionamiento de conjunto de esos schemas y estofas: es la función del trazo unario, el perfil de su estructura de trazo como un corte.

La función de ese trazo no es inerte, resulta primordial en el acto de la escritura y su correlato, el de la lectura. Se trata claramente de la práctica de esa estructura que consiste en dividir en una conjunción, en reunir separando.

Sigamos ahora los desplazamientos de  $a$  y  $a'$  entre esos schemas, para leer en ellos que correlativamente al contorno del agujero  $P_0$  por I, para llegar a ocupar el lugar de P, se produce un contorno del agujero  $\Phi_0$  por  $i$ , que viene a ocupar el lugar vacante del falo y provoca una hinchazón de la personalidad que se amolda a ese pequeño  $i$  Otro muy poco fraternal.

Retomemos nuestra construcción a partir del schema R marcado por tres agujeros. Son  $P_0$ ,  $\Phi_0$  y  $aa'$ .

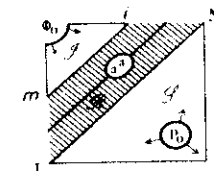


Fig. 35

Identifiquemos ese schema agujereado en una banda de Möbius, como lo hicimos con el schema F, y por consiguiente con el schema R, con las figuras 28 y 32. Se presenta así, siempre horadado por los mismos agujeros.

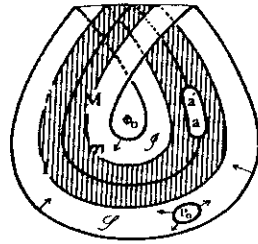


Fig. 36

Planteamos que en el schema I el plano proyectivo está agujereado tres veces, y mostramos la necesidad de esos tres agujeros efectuando la transformación producida durante el delirio, para concluir en el "schema de la estructura del sujeto al término del proceso psicótico" (E., p. 571; «o»).

En esta figura utilizamos uno cualquiera de esos agujeros, aquí  $\Phi_0$  como agujero moebiano. Y obtendremos el schema I al intercambiar los agujeros  $\Phi_0$  y  $aa'$  (véase capítulo VIII, p. 259), en esta función que permite realizar la sumersión de la estructura horadada.

Deformamos el agujero  $aa'$ , a fin de hacer que pase la línea de pliegue de la parte de arriba de la figura.

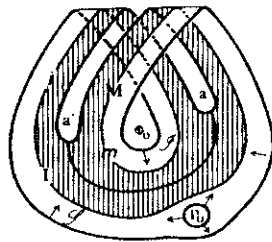


Fig. 37

Prolongamos esta deformación extendiendo aún más el área del agujero  $aa'$ .

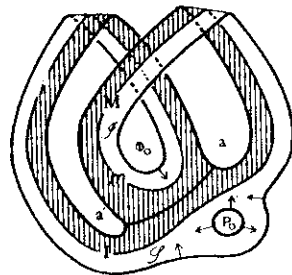


Fig. 38

Lo creado I puede pasar entonces de la izquierda a la derecha de la figura, rodeando por debajo el agujero  $P_0$  para llegar a ocupar el lugar P (E., p. 563; «o»).

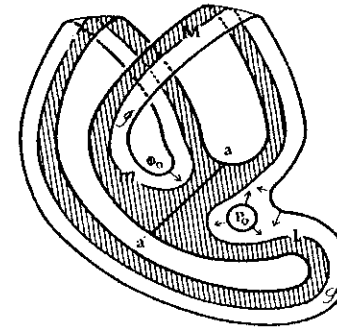


Fig. 39

Luego damos vuelta el bretel alargado sobre la izquierda de la figura para hacer que pase al lado derecho. Obtenemos la siguiente situación, ya muy cercana al cierre del schema I.

El hecho de que el agujero  $aa'$  esté en la zona  $\mathcal{R}$  rayada no es indiferente para llegar a la doble curva de la hipérbola que demuestra ser un único círculo sumergido en el plano proyectivo. Es el tratamiento de las cónicas que, con Desargues, cambió claramente desde los griegos.

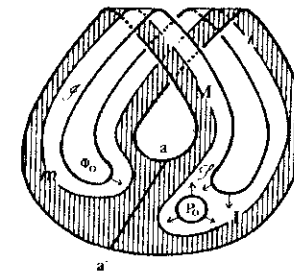


Fig. 40

Podemos seguir este cambio de presentación al señalar que si bien los puntos  $P_0$ ,  $\Phi_0$  y  $aa'$  no cambiaron de lugar — $aa'$  sólo fue agrandado—, comienzan a cambiar de función.

Pero en esta situación el agujero  $\Phi_0$  no puede todavía cerrarse en una sumersión simple.

Realizamos una transformación de inmersión en esta figura a fin de pasar uno de los breteles de la encrucijada, que antes pasaba por encima, por debajo del otra.

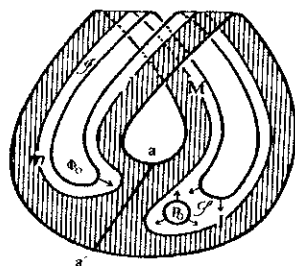


Fig. 41

Esto se lee en la parte de arriba de la figura, a la altura del rombo situado por debajo de las líneas de pliegue. Y es mediante la retracción del agujero  $\Phi_0$ , convertido en un agujero esférico, que fue reemplazado en su función moebiana por el agujero  $aa'$ , como obtenemos el schema I, cerrado como corresponde a una hipérbola y sus asíntotas en la superficie del plano proyectivo. Aquí el plano proyectivo está agujereado en  $aa'$  y se dibuja en una banda de Möbius sumergible en el espacio tres.

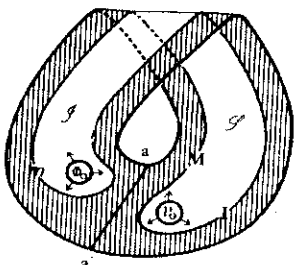


Fig. 42

Leemos en la parte de abajo de esta figura el schema I (E., p. 571) que se revela como un detalle de nuestro dibujo precedente.

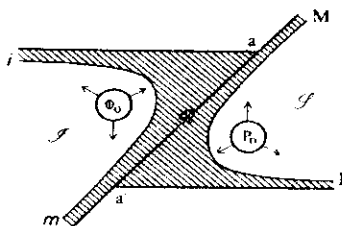


Fig. 43

Nuestra presentación del schema I en la superficie del plano proyectivo realiza la identificación indicada desde el schema R de los puntos  $li$  y  $mM$ . Éstos se reagrupan  $i$  con  $l$  y  $m$  con  $M$  al hacerlos circular por las ramas de la hipérbola terminada.

Estos cierres de los schemas correlativos de cortes y aberturas se producen sobre las paredes de una muy curiosa caverna, como manguito de felpa de escaso uso. Al proyectar los operadores de esta matemática con la que verdaderamente habrá que familiarizarse, diremos en lógica en qué sentido la borradura, la indistinción, son necesarias para estas inversiones. En el caso de Schreber, la presencia del agujero  $aa'$  en la zona  $\mathcal{R}$  rayada limita su funcionamiento, su retracción: el modo de cierre del inconsciente no puede producirse. Es por esa borradura, por esa retracción, que esta topología nunca será turística; el sujeto que se consagra a ella tiene el deber constante de reasumirla: ella es la única severidad [*sévérité*] que se sostiene, al cercenarlo de la verdad [*vérité*]. Por nuestra parte, consideramos que esta posición no es inaccesible, y es por eso que proponemos desde ahora su estudio. Lo imposible de esta estructura nos transmite el perfil de su funcionamiento. Por ser estructura de lenguaje, por tener efecto de palabra, el sésamo del inconsciente no es insoluble, pero exige del analista que vuelva al modo de su cierre (E., p. 838; «w»). Lacan tomó de las indicaciones de Freud los elementos de su topología bajo el aspecto de "hiancia, latido, alternancia de succión". Hemos reducido las paredes de la caverna a lo más cercano posible a una combinatoria de elementos limitados donde la función de borde juega en lo que se cierra.

## LA REPRESENTACIÓN EN LA TOPOLOGÍA

## Apéndice

Elementos para una teoría de la representación y el objeto

### Capítulo I

#### La ausencia y el pozo

Topologías en la superficie del plano proyectivo

Como lo explicamos con precisión en el Apéndice del fascículo n° 1, emprender un estudio de la topología del plano proyectivo es definir:

- a) un espacio (una multiplicidad), y
- b) las operaciones topológicas (continuas) permitidas en ese espacio.

De la definición de esas transformaciones se deducen los invariantes que caracterizan los objetos (subespacios).

El plano proyectivo real no puede sumergirse en el espacio de dimensión tres, es decir que no puede ser representado en cuanto tal (véase capítulo II). No podemos elegirlo como multiplicidad de nuestra topología porque queremos presentarla mediante dibujos o modelos factibles de construirse. Diferentes modelos (realizaciones) factibles de construirse en el espacio de dimensión tres, por lo tanto representables, pueden cumplir la función de la multiplicidad necesaria para la buena definición de nuestra topología del plano proyectivo, con la condición de que las transformaciones definidas dentro de esa multiplicidad correspondan a unas transformaciones definidas en el plano proyectivo real.

Vamos a limitar nuestra investigación de la topología del plano proyectivo real a la topología de dos tipos de objetos de este espacio. Éstos serán:

- 1) a - la topología de los trayectos cerrados en el plano proyectivo (sumersión de círculos en el plano proyectivo); y  
a' - las deformaciones isotópicas (continuas) de esos trayectos.
- 2) a - la topología de los coloreados de las caras de una estofa que tenga la estructura del plano proyectivo; y  
a' - el protocolo de coloreado correcto para la topología del plano proyectivo.

Para las necesidades de la representación, varias realizaciones (modelos, en tela de lino si se quiere) del plano proyectivo pueden servir de multiplicidad. Consideraremos dos: el cross-cap (o gorro cruzado) y la banda de Möbius. Por estar sometidas a transforma-

ciones convenientes, dan cuenta rigurosamente de la topología del plano proyectivo real.

Por su parte, en sí mismo el plano proyectivo real existe independientemente (no hablaremos de él de otra manera que a través de esas realizaciones sujetas a restricciones precisas). El plano proyectivo real es un ser matemático definido por una serie de expresiones matemáticas. Este espacio se escribe, lo que le asegura una consistencia real. Pero es imposible verlo o realizarlo en cuanto tal en el espacio de dimensión tres. Algunos físicos pueden decirnos que en ciertos fenómenos estudiados por su disciplina el espacio físico tiene la estructura del plano proyectivo real. No se trata de nuestro espacio sino del espacio en el cual se efectúan los fenómenos corpusculares en cuestión. Nuestro espacio puede ser el plano proyectivo real si lo planteamos como el espacio del lenguaje. Las restricciones impuestas al significante por el significante dan al lenguaje la estructura de un plano proyectivo real. El campo freudiano presenta esta estructura con la condición de que no se lo abandone de plano, que se efectúe algún acto en él.

### 1. Topología de los trayectos sometidos a deformaciones continuas en la superficie del plano proyectivo real

Utilizaremos como espacio de efectuación de esta topología del plano proyectivo real la multiplicidad constituida por la superficie matemática que presenta una línea llamada de inmersión (línea de puntos múltiples, línea de puntos singulares o de recorte): la llamaremos línea de representación porque sólo sirve para representar esta estructura en el mundo de dimensión tres. Llamamos cross-cap (o gorro cruzado)<sup>1</sup> a la estofa factible de construirse en dimensión tres, a partir, por ejemplo, de un mantel de nanquín.

Cross Cap

Se trata simplemente de una esfera pinzada o cosida a lo largo de una línea de manera parcial



Fig. 1

Discutiremos la construcción de esta estofa en el segundo capítulo de este Apéndice. Demorémonos por el momento en esa

1. Algunos llaman cross-cap al objeto horadado por un agujero, o sea una banda de Möbius inmersa, según el capítulo II de esta obra. Ahora bien, la banda de Möbius puede sumergirse en el espacio de dimensión tres. De tal modo, no vemos qué interés puede tener consagrar un estudio a una de esas inmersiones (véase GeorGIN, Litoral n° 17, p. 164)

famosa línea de puntos múltiples, singularidad efectiva en el cross-cap (ese conjunto de puntos singulares no existe en el plano proyectivo real). Esta estofa no pertenece, por lo tanto, a las que estudiamos en este fascículo, en el que nos atenemos exclusivamente a las estofas sumergidas en el espacio de dimensión tres. En la vecindad de esta línea de puntos singulares (o múltiples) del cross-cap, línea que las estofas sumergidas no presentan, la estofa se comporta localmente como un diedro, es decir, *la intersección de dos capas de estofa*.

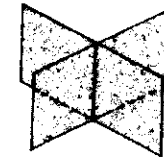


Fig. 2

En su conjunto se trata, en el caso del cross-cap, de ser el cierre original y específico de un diedro.

Para que el lector se haga una buena descripción de esta multiplicidad inicial, mostramos el cross-cap cortado a lo largo de una curva que toca esa línea singular.

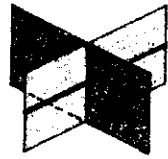


Fig. 3

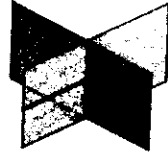
El perfil del corte que define dos bordes sobre cada una de las dos mitades es un ocho. La línea singular es simple, no hay que ver en ella complicaciones pero sí entender claramente que su descripción se mantiene fuera de la presentación de la topología del plano proyectivo real en la medida en que no está acompañada por un protocolo de uso preciso.

#### a - Objetos

Para presentar esta topología, tenemos que precisar, con respecto a objetos (subespacios) de ese espacio, que sólo consideramos aquí los trayectos cerrados solidarios de la estofa del cross-cap que respetan localmente, a lo largo de la línea de singularidad, la capa del diedro que siguen.



Trayecto admitido



Trayecto rechazado

Fig. 4

En otras palabras, cuando un trayecto toca la línea de singularidad al alcanzarla a lo largo de una capa de estofa:

$O_1$  - debe proseguir su recorrido sobre la misma capa atravesando la otra capa de estofa, y sobre todo sin valerse de ella (véase figura 4); y

$O_2$  - ese trayecto no se corta a sí mismo más que al pasar esta línea (inmersión del círculo en la superficie del cross-cap).

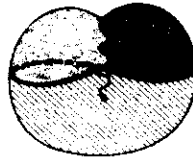


Fig. 5

Los trayectos inmersos de esta manera estricta en la superficie del cross-cap lo son en el espacio  $R^3$ , donde aquél está construido. Corresponden a los trayectos sumergidos en el plano proyectivo real.

### $a'$ - Transformaciones

Las transformaciones a las que sometemos esos trayectos son deformaciones continuas que los hacen solidarios de la estofa, como sus lados lo son del sedoso.

$T_1$ : estas transformaciones obligan a los trayectos incluidos en una capa del diedro local, cuando tocan la línea de singularidad, a atravesar la otra.



Fig. 6

Estos trayectos no pueden valerse de la otra capa.

$T_2$ : estas transformaciones no autorizan a los trayectos a atravesarse a sí mismos salvo en el caso de que tengan puntos comunes con la línea de singularidad.

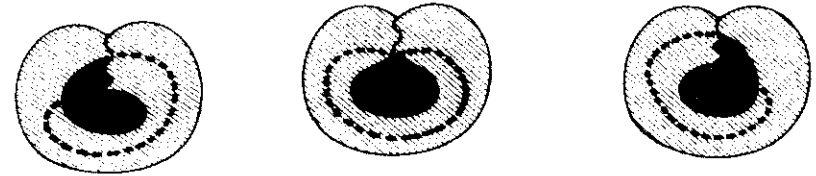


Fig. 7

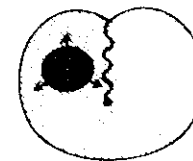
Dejamos para un estudio de las singularidades de inmersión, que no es nuestro objetivo hacer aquí, la cuestión de la diferencia que pueden presentar los dos puntos extremos de esa línea de singularidad. Con lo que hemos dicho, los trayectos se comportan de manera tal que no dejan la estofa en la vecindad de esos dos puntos, así como nunca lo abandonan en ningún punto.

Decimos que esas transformaciones son transformaciones de inmersión u homotopía de los trayectos en el modelo inmerso que es el cross-cap.

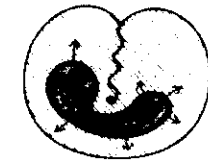
Una vez tenidas en cuenta estas precisiones, podemos efectuar la transformación (de un círculo en la superficie del cross-cap en esta topología del plano proyectivo), que será una transformación topológica en el plano proyectivo. Esto nos permitirá acercarnos a su estructura mediante el dibujo. Se trata entonces de un buen modelo y una buena simulación.

### *Partiendo de un punto fuera de la línea*

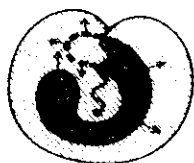
Estudiemos la extensión de un círculo alrededor de un punto, con la precaución de poner este punto fuera de la línea de singularidad.



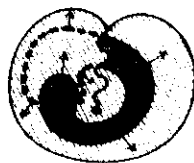
(0) Las flechas indicadoras de la extensión son utilizadas por el doctor Lacan en el schema I, marcadas en el borde de los agujeros  $\Phi_0$  y  $P_0$  (E., p. 571: «o»)



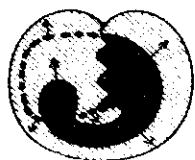
(1) Efectuamos una deformación del círculo



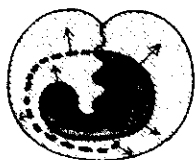
(2) Nuestro círculo toca la línea de singularidad y atraviesa la capa de estofa (transformación que respeta el criterio T<sub>1</sub>). El punteado indica que el círculo se extiende sobre la capa que está del otro lado del cross-cap y no es visible.



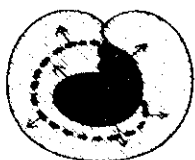
(3) La transformación continúa.



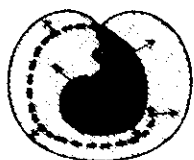
(4) Llevamos una intersección del trayecto con la línea de representación al punto extremo de esa línea de singularidad.



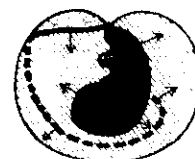
(5) Hacemos que nuestro trayecto gire de manera continua y se mantenga solidario de la estofa en torno de ese punto extremo.



(6) El punto de intersección de nuestro trayecto y la línea de representación se separa del punto extremo.



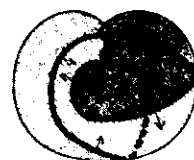
(7) Hacemos la misma operación precedente hacia la parte de arriba. El trayecto pasa ahora por el otro extremo de la línea de singularidad. Una parte punteada que prosigue detrás del cross-cap va a poder ir hacia adelante en el dibujo siguiente.



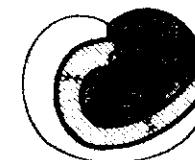
(8) Al pasar hacia adelante, la parte que estaba punteada se dibuja ahora con trazo lleno (en la parte de arriba de la figura, a la izquierda).



(9) Pero es preciso que la parte que estaba dibujada con trazo lleno en la cara visible pase atrás, punteada (arriba, a la derecha), para que a continuación el trayecto pueda dejar el punto de intersección superior respetando el criterio T<sub>1</sub>, es decir, manteniéndose solidario de la misma capa del diedro.



(10) El trayecto se separa del punto extremo al desplazarse hacia abajo.



(11) Mediante la prolongación de la transformación continua, vemos a nuestro círculo disponerse como ocho interior.

Fig. 8

Ese ocho interior recorta en la estofa una banda de Möbius. El resto de la estofa, si el lector siguió hasta el final nuestras transformaciones, es la extensión del *disco* delimitado por nuestro trayecto en la situación de la que habíamos partido (dibujo 0). A la inversa, si comparamos la situación presente (dibujo 11) con el dibujo inicial, la parte que rodea el disco en cuestión (dibujo 0) demuestra ser una banda de Möbius. El plano proyectivo se compone, por lo tanto, de dos partes heterogéneas en su estructura: un disco y una banda de Möbius. Lo que no se ve con facilidad en una figura única pero se deduce de la distribución que puede advertirse entre nuestros dos dibujos extremos. Tenemos allí, claramente, una ilustración de la estructura del fantasma en este intercambio: cuando se ve uno de los términos, el otro no se reconoce; cuando se ve este último, el que se pierde es aquél. *Es un primer elemento en la construcción del conector que vincula los dos términos heterogéneos articulados por el fantasma.*

### La línea sin puntos

Un último movimiento del círculo dispuesto como un ocho interior genera la retracción de la parte moebiana del plano proyectivo, cuando ese círculo se confunde consigo mismo para

2. El mismo dibujo aparece en posición invertida en *Scilicet* 2/3, p. 130, fig. 15.

dar una simple línea. Cada punto del círculo, orientado por una flecha que indica la extensión, acaba por anular otro punto del círculo provisto de una flecha opuesta. La línea obtenida está hecha de puntos que se anulan dos a dos.

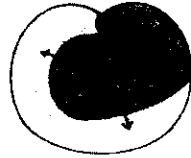


Fig. 9

Habida cuenta de la orientación dada por las flechas, podemos decir que esta línea carece de puntos. En este momento, el conjunto de la estofa está constituida por la parte esférica por sí sola (la extensión del disco del dibujo 9), vuelta a pegar según un procedimiento especial. *Esto constituye el segundo elemento necesario en la construcción del conector que vincula los dos términos heterogéneos articulados por el fantasma.*

Señalemos que, en nuestro protocolo de transformación de los trayectos en la superficie del cross-cap, nos prohibimos hacer que esos trayectos se recorten en otros puntos que los de la línea de singularidad (línea de inmersión). Lo que caracteriza la etapa de la línea sin puntos y la autoriza, es que todos los puntos se anulan. Pero esta situación es inestable a raíz de su carácter excepcional. Se trata del momento que el doctor Lacan designó como del pase en el discurso analítico, en que se atraviesa la curva de doble giro del fantasma que estructura esta estofa. Así, el doctor Lacan puede hablar del atravesamiento del fantasma para el fin del análisis.

Si proseguimos el movimiento según el sentido de las flechas, podemos restablecer la banda de Möbius, pero la orientación relativa al trayecto muestra que hay algo que se invirtió.

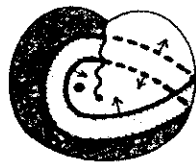


Fig. 10

Donde se ve que en el horizonte de su extensión, en la superficie del plano proyectivo, el movimiento del trayecto se convierte en la

intensión. Así, pues, sin duda es, como lo dice Lacan, "en el horizonte mismo del psicoanálisis en extensión donde se anuda el círculo interior del psicoanálisis en intención" ("*Proposition du 9 octobre 1967*", p. 27).

Esto se ve mucho mejor si retomamos al revés nuestra serie de dibujos. A partir de la etapa en que nos encontramos aquí, podemos retraer la parte esférica del cross-cap, pero las flechas se invierten. Si hubiéramos partido de la siguiente situación,

"círculo interior como hiancia del psicoanálisis en intención"

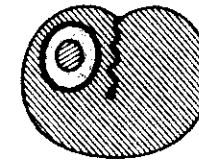


Fig. 11

obtendríamos, al final del recorrido, esta situación en que el círculo exterior del psicoanálisis en extensión está listo para identificarse con el borde de la hiancia del psicoanálisis en intención, luego de haberse invertido.

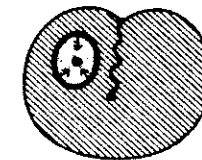


Fig. 12

El fantasma que articula los dos elementos heterogéneos se anota mediante un conector  $\diamond$  que se lee: "...punzón de...". Aquí se presenta en términos de estofas gracias a un círculo frontera entre dos estofas heterogéneas. Esta presentación implica dos elementos necesarios: 1) el de la oscilación propia del fantasma; y 2) el del atravesamiento del fantasma, con la borradura de uno de los términos, pero presentando una inestabilidad o, mejor dicho, una instantaneidad de poca habilidad. Ese lugar no es verdaderamente turístico: cierra en el momento en que se llega a él, y cuando abre uno ya no está allí.

Por lo tanto, no se trata de que salgamos del fantasma sino de que demos cuenta de él. Aquí no se propone más que un enfoque por lo Imaginario de la dimensión de *ellos [dos]*.

En la banda de Möbius, esos dos términos pueden presentarse en tres dibujos,

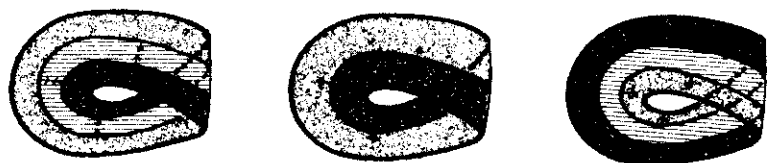


Fig. 13

gracias a los cuales ejercitaremos nuestra lógica.

## 2. Topología de los coloreados de las caras de la estofa con una estructura de plano proyectivo real

Mantendremos como espacio de efectuación de esta topología del plano proyectivo la multiplicidad que constituye el cross-cap.

### a - *Objetos*

Son los coloreados de las caras del cross-cap.

### a' - *Transformaciones*

El coloreado se extiende de manera continua sobre las caras de nuestro modelo, con la condición de respetar, como en el caso de los trayectos, el atravesamiento de la línea de singularidad según el principio local del diedro. Si una capa de estofa en la vecindad de la línea de puntos múltiples (línea de inmersión) lleva un color, éste se mantiene en la misma capa y la misma cara luego de haber atravesado la línea de singularidad.



Fig. 14

Esto no obsta para que de la estofa en su conjunto pueda decirse verdaderamente que es unilátera, ya que un coloreado que no toca ninguna frontera va a poder cubrir de manera continua la totalidad de la estofa en sus dos caras, como en un muaré antiguo. Una porción de plano proyectivo alrededor del diedro

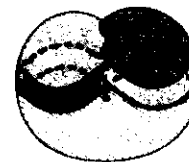


Fig. 15

es, según nuestro protocolo de coloreado, bilátera.



1. Una sola cara está coloreada.



2. La segunda cara está coloreada. Las dos caras del diedro se distinguen claramente

Fig. 16

Las dos caras sólo se ponen en continuidad a partir de un bretel que rodea la línea de singularidad (línea de inmersión).

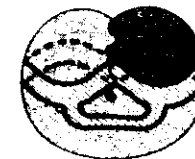
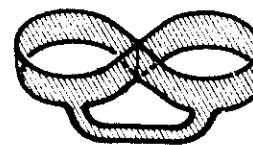


Fig. 17

El coloreado es unívoco, la estofa unilátera. De esta forma puede captarse el carácter unilátero del conjunto.

A título de ejercicio, nos proponemos colorear el cross-cap de acuerdo con nuestro principio que consiste en atravesar la línea de singularidad (línea de inmersión), cuando aquél lleva un trayecto que lo separa en varias partes en diferentes situaciones.

Cambiamos de color cuando tocamos el trayecto que constituye una frontera y no proseguimos el coloreado en la vecindad del diedro sobre la cara visible: el coloreado continúa en el interior del objeto del cross-cap de manera no visible.

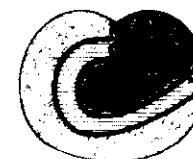


Fig. 18

## Capítulo II

### La construcción inteligible

De la presentación inmersa  
de los estofas no orientables

#### 1. Construcción del modelo inmerso del plano proyectivo

Se considera que el borde único de una banda de Möbius puede ser cerrado por una pastilla esférica (disco), como es el caso de cualquier componente de borde de una estofa con borde (véase capítulo II).

Ahora bien, cuando se trata de las estofas no orientables este cierre no puede realizarse en el espacio de dimensión tres. Para ser más precisos, esta imposibilidad está vinculada al hecho de que querríamos cerrar el agujero de la banda de Möbius sin que esta operación creara singularidades, fuentes de confusión. Sin embargo, esto es lo que no resulta posible. Hay que decidirse, por lo tanto, a considerar el plano proyectivo sólo una vez habida cuenta de singularidades que falsean su concepción.

La banda de Möbius es ya una solución, porque se trata de un plano proyectivo agujereado. El agujero es una singularidad que no existe en el plano proyectivo real. El interés de esta presentación del plano proyectivo como una banda de Möbius radica en el hecho de que no hay otra singularidad que el agujero y que, por su parte, la banda de Möbius puede hundirse íntegramente en el espacio de dimensión tres, es decir que se la puede representar en cuanto tal. Así, pues, es la mejor representación de la estructura.

La otra solución consiste en construir un cross-cap que presente una línea de puntos singulares a partir de la banda de Möbius. Para evitar una sobrecarga de singularidades que provoque confusión con respecto a la estructura, construimos el cross-cap tomando como línea de puntos múltiples (línea de inmersión) la línea de pliegue (línea de perspectiva: línea que no es un borde; véase capítulo I) de la banda de Möbius.

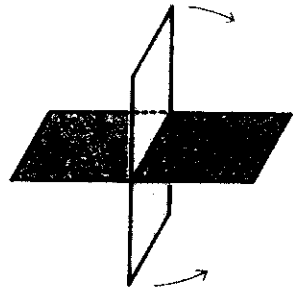


Fig. 1

Consideremos un diedro hecho de la intersección de dos fragmentos de plano.

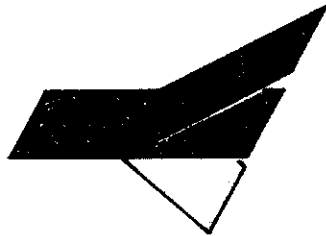


Fig. 2

Plegamos una de las capas de ese diedro de tal manera que la recta de intersección de los dos fragmentos de plano sea también la línea de pliegue. En esta etapa, podemos suponer con bastante facilidad el número de espesores de estofa que hay en cada zona del dibujo.

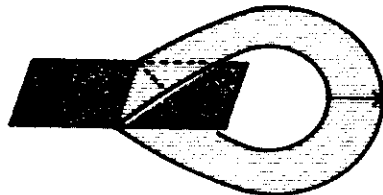


Fig. 3

Al identificar los dos bordes extremos de la capa plegada,  $mI$  y  $Mi$ , obtenemos una banda de Möbius cuando  $M$  coincide con  $m$  e  $I$  con  $i$  ( $mI$ ,  $Mi$ ). El borde de la banda de Möbius está constituido por el trayecto  $miMI$ , o sea el trayecto  $miIMm$ .

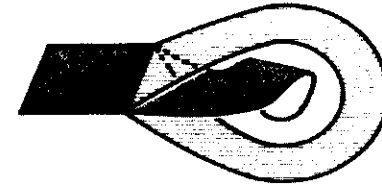


Fig. 4

Es en la figura así obtenida de una banda de Möbius, en intersección según su línea de pliegue con un elemento del plano, donde vamos a efectuar el cierre de ese borde mediante ese fragmento de plano, al identificar, punto por punto, el borde de éste con el borde de la banda de Möbius. Para realizar este cierre, presentamos el disco rectangular (equivalencia topológica) con dos pliegues generados por la torsión de ese fragmento de plano. Primer pliegue en el centro de la figura.

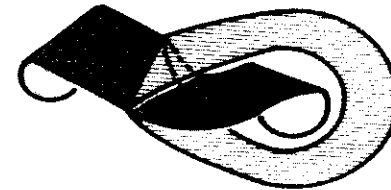


Fig. 5

Segundo pliegue, a la izquierda.

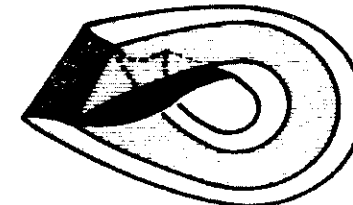


Fig. 6

Al desarrollar la otra parte de nuestro fragmento de plano hacia atrás de la figura, podemos indicar, en el dibujo de esta construcción, el número de espesores de estofa que hay en cada zona.

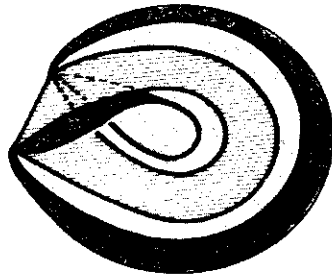


Fig. 7

Y es al volver a cerrar esta construcción cuando obtenemos el gorro cruzado.

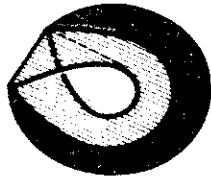
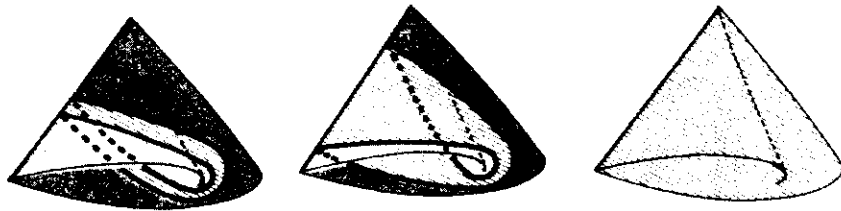


Fig. 8

Cerramos la construcción.



El gorro cruzado visto desde otro ángulo, donde aparece una línea de pliegue.  
Fig. 9

Si se introduce aire a presión dentro del gorro cruzado del que ahora partimos, éste se infla como una pelota, que se mantendrá pinzada a lo largo de la línea de singularidad. Ésa será entonces la presentación estándar del cross-cap. Este gorro cruzado es una especie de gorro cuyo hueco es un magüto cerrado como una petaca. El gorro está cruzado en ocho interior, y al agujerearlo y dar vuelta uno de los rizos de ese ocho, volvemos a encontrar el cross-cap estándar.



Podemos aislar una porción del plano proyectivo inmerso, como en las figuras 15 y 16 del capítulo precedente, donde vemos esta vez el ocho interior

Fig. 10

La etapa de la figura 8 antes de cerrar por completo el cross-cap es la más instructiva para nosotros. Gracias a esa construcción, se capta el principio de la topología de los coloreados del plano proyectivo real sobre el cross-cap. Ese principio consiste en atravesar la línea de singularidad manteniéndose en la misma capa de estofa y del mismo lado de éste (véase capítulo I de este Apéndice).

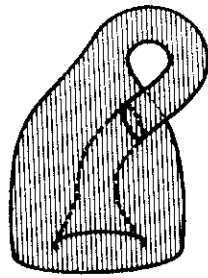
## 2. Relación del modelo inmerso y el modelo agujereado sumergido de la botella de Klein

La botella de Klein es la estofa inmersa que permite estudiar la topología de dos planos proyectivos compuestos entre sí para constituir una sola estofa sin borde unilátero y que no puede sumergirse en el espacio de dimensión tres.

Como en el caso del cross-cap, donde hay discusión acerca de la presencia o la ausencia de un agujero<sup>1</sup>, puede discutirse la presencia o la ausencia de una pastilla en medio del gollete. Si la pastilla no se pone, se trata de una botella de Klein agujereada; por lo tanto, puede ser sumergida. La necesidad del modelo inmerso obedece al hecho de que no hay agujero, y en consecuencia hay una pastilla en medio del gollete.

Mostremos la transformación continua del modelo inmerso de la botella de Klein sin la pastilla. Obtendremos una 2-banda de Möbius sumergida, o sea una botella de Klein agujereada.

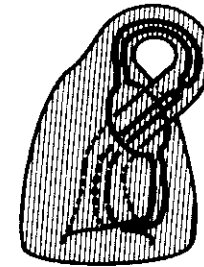
<sup>1</sup> Georgin, *Littoral* n° 17, p. 164.



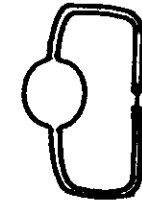
Línea de inmersión

Retiramos la pastilla, a la que suponemos en medio del gollete, en el lugar donde éste atraviesa la estofa del cuerpo de la botella (línea de inmersión)

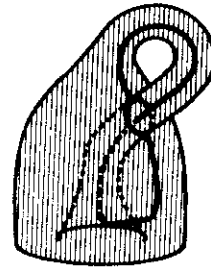
Fig. 11



Prolongamos esta transformación.

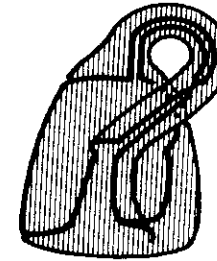


y el grafo se deforma de este modo Fig. 14

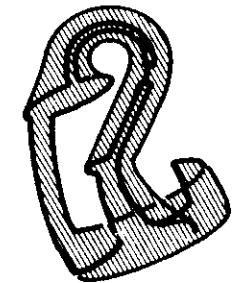


Tracemos un grafo constituido: 1) por la línea de inmersión convertida en un borde de la estofa que encierra el gollete; 2) por una arista que une dos puntos de ese borde y atraviesa su círculo, además del hecho de seguir la parte cilíndrica que va desde el gollete hasta el fondo de la botella

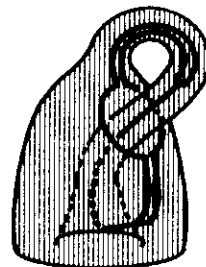
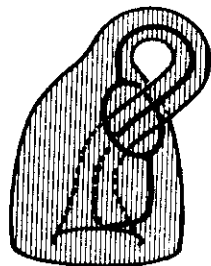
Fig. 12



La estofa puede retraerse de un lado, con lo que abre su estructura a la mirada,

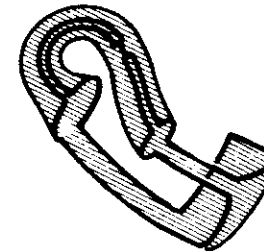


y luego también del otro lado Fig. 15



Ampliamos el borde de esa estofa en un círculo más grande, por donde ahora pasa la parte cilíndrica. Ya no hay inmersión. Luego deformamos ese borde alargándolo, de manera que se retraiga la arista suplementaria del grafo que nos sirve de apoyo intuitivo

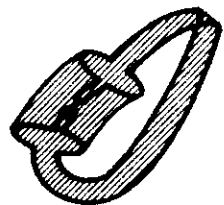
Fig. 13



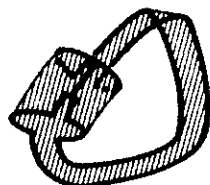
Retraemos una vez más la parte de arriba; en esta rotación desaparece una línea de pliegue.



hasta formar una banda Fig. 16

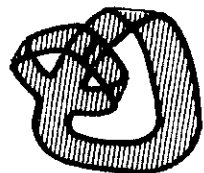


Retraemos la porción cilíndrica que presenta un puente con la arista de nuestro grafo incluida

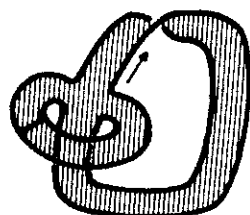


La parte cilíndrica puede ser deformada de este modo, con lo cual se ve mejor el grafo

Fig. 17

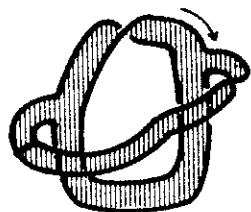


Podemos darle esta presentación mediante una ampliación del puente que señalábamos anteriormente

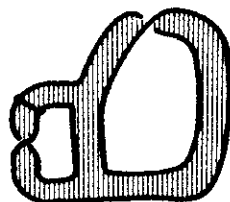


Suprimimos las semitorciones inútiles y una línea de pliegue de arriba

Fig. 18



Desplazamos hacia arriba la atadura de la tira hasta hacer que pase una semitorción (véase capítulo I)



Se crea entonces una semitorción sobre esa tira, que puede retraerse al proseguir su recorrido

Fig. 19

Esta estofa puede presentarse de manera más simétrica: se trata claramente de dos bandas de Möbius, o sea una botella de Klein agujereada (véase capítulo II)



Fig. 20

### Capítulo III

## El psicoanálisis adornado con el prestigio del no es[pacio] (n'espace) Los schemas de Lacan en la superficie del cross-cap

### I. El schema R y el schema L de Lacan en la superficie del plano proyectivo inmerso

Es fácil, aunque poco directo, remitirse a la mostración del primer capítulo de este Apéndice, más precisamente al dibujo 11 de la figura 8 y a las figuras 9 y 10, para situar el campo de la realidad en el cross-cap. Es una banda de Möbius.

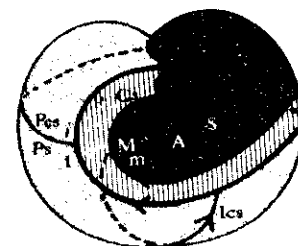


Fig. 1

Los puntos *Ii* y *Mm* se identifican como en las figuras 28 y 32 de nuestra conclusión. Aquí, el agujero moebiano, cuyo borde está cerrado por un disco que retraemos en un punto, para dar el punto formado por la identificación de *S* y *A*. Vemos cómo se traza el circuito del inconsciente en un círculo en la superficie del cross-cap. Ese circuito está abierto en razón de ser interrumpido por la zona *R* de la realidad.

Los dos lados del schema *F*, *AI* y *Si*, orientados por una flecha, se identifican igualmente aquí en una arista de grafo.

El corte (*im*, *MI*) se atraviesa mediante la retracción del campo *R* de la realidad, para dar una línea sin puntos.

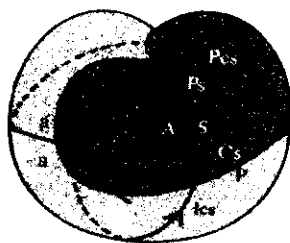


Fig. 2

Aquí, el circuito del inconsciente se cierra apenas durante un instante: se trata entonces de la sumersión del cierre del schema L en la superficie del plano proyectivo inmerso.

Al recortar esos dos objetos siguiendo la línea que separa los puntos identificados, se obtiene, en ambos casos, un cuadrado que dibuja los schemas R y L de Lacan.

## 2. En altas dimensiones

A los lectores que no carecen de imaginación podemos sugerirles que lean de otra manera los cortes de la banda de Möbius. Se trata de mostrar de qué modo un plano proyectivo es una estofa que no separa el espacio de dimensión cuatro, a la manera en que un redondel deja conexo el espacio que lo rodea en dimensión tres.

Describamos la situación que queremos indicar recurriendo a un caso de dimensión más baja. Una esfera en dimensión tres recorta el espacio en dos volúmenes no conexos. Una porción de plano es la intersección de esta esfera con otra. La porción de plano es una esfera agujereada.

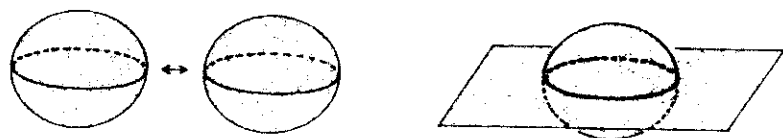


Fig. 3

Esta porción de plano, que corta esa esfera, lleva la traza de la separación en dimensión dos.

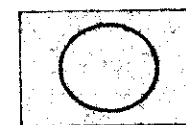


Fig. 4

El círculo, de dimensión uno, dibujado sobre el plano, de dimensión dos, es la traza de la esfera, estofa de dimensión dos, en el espacio de dimensión tres.

Supongamos en dimensión cuatro una esfera cortada por un plano proyectivo.

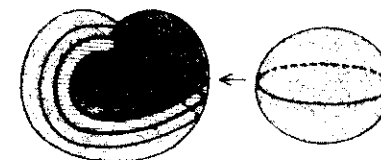


Fig. 5

Ese plano proyectivo, como un jirón de calicó, lleva la traza de la esfera plegada en dimensión cuatro: es el corte de doble giro. Un plano proyectivo agujereado es una banda de Möbius.

De la misma manera, podemos decir que la banda de Möbius de dimensión dos lleva la traza (el corte de doble giro) de dimensión uno de la esfera.

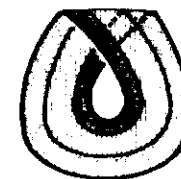


Fig. 6

Una esfera plegada en dimensión cuatro, pronta a identificarse consigo misma, se atraviesa para dar en ese instante la estofa del que es el forro (revestimiento). En el momento en que la esfera se identifica al atravesarse, es un plano proyectivo. Supongamos:

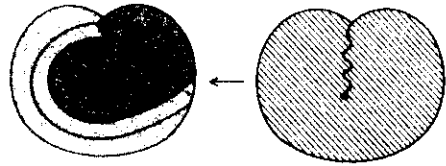


Fig. 7

Esta traza es un círculo (corte de giro único). El plano proyectivo agujereado es una banda de Möbius.

En dimensión tres la banda de Möbius lleva la traza del corte del plano proyectivo por otro plano proyectivo. La línea sin puntos que obtenemos sobre la banda de Möbius

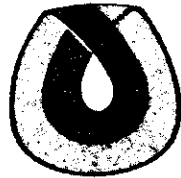


Fig. 8

es la traza del plano proyectivo, de dimensión dos, que no separa el espacio de dimensión cuatro en dos mitades no conexas. El hecho de que este espacio de dimensión cuatro, separado por el plano proyectivo, sea orientable, explica, si no nos equivocamos, que la línea sin puntos recorte la banda de Möbius en una banda bilátera. (Tal vez algún día se nos diga que esta orientación sólo es admisible para la localidad deducida del espacio de dimensión cuatro que es la banda de Möbius, aquí sumergida en dimensión tres.)

Así, el corte en la banda de Möbius o el cross-cap es verdaderamente la estofa. Más exactamente, es su traza. Se trata de otra manera de entender esta presentación de la estructura, pero preferimos a ella nuestros ejercicios de intercambio de los agujeros, porque va a ser cuestión de anudarlos <sup>1</sup>.

Nuestra política y nuestras estrategias convienen más al estilo del abordaje matemático de lo real, porque no pretendemos mostrar la cosa misma sino considerarla mediante la articulación de nuestros grafemas entre sí. ¡No hay duda de que el idealismo de quienes exigen más es duro de pelar!

<sup>1</sup> *Novul*, fascículo n° 3.

## INDICE ANALÍTICO, BIBLIOGRAFÍAS, INDICE GENERAL

## Índice analítico

La primera aparición de cada uno de los términos empleados en el texto no siempre está acompañada por su definición. Así, el lector encontrará indicadas dos cifras al lado de cada término. La primera remite a su primera aparición en el texto, la segunda al lugar en que se lo define. Hemos adoptado esta manera de presentar las cosas a raíz de que sólo se aprende bien lo que ya se sabe (mathemata, matemata).

agujero	X - XII	cierre de los agujeros	80 - 80
imaginable	36 - 36	cinta	62 - 70
moebiano	X - 258	cociente	60 - 60
real	149 - 149	codimensión	37 - 94
tórico	48 - 48	coloreado	60 - 63
alienación	28 - 29	componente de borde	47 - 79
alma	42 - 249	Conciencia, Cs	V - 25
angustia	17 - 17	consistencia	14 - 61
anillo	9 - 9	corte	IV - 132
anulación de borde	122 - 122	que subvierte	
aparato psíquico	IV - 18	la estructura	132 - 132
arista	IX - 78	cross-cap	X - 304
atravesamiento del fantasma	310	cuerpo	13 - 28
		culpa	23 - 58
banda	79 - 86	deseo	IX - 46
de Möbius	X - 85	dimensión	XI - 14
2-banda de Möbius	84 - 84	disco	35 - 85
borde	X - 79	agujereado	86 - 87
que consiste	122 - 123	doble	IV - 160
que insiste	123 - 123	dos	I - 13
botella de Klein	75 - 84	Edipo	23 - 29
agujereada	84 - 85	elemento	
bretel		de base	83 - 83
alabeado	105 - 105	de borde	74 - 74
en sentido amplio	70 - 70	de superficie	77 - 77
en sentido estricto	101 - 101	ello, <i>Es</i>	IV - IV
torcido	90 - 105	empedrado	78 - 78
cadena	21 - 39	orientable por caras	125 - 125
de borde	39 - 39	enracijada	
cara	9 - 78	de bandas	34 - 264
oculta	137 - 137	de cintas	70 - 264
de un disco o		esfera	IX - 84
de una moneda	106 - 106	agujereada	34 - 85
de un empedrado	78 - 78	con asas	160 - 160
casquete esférico	209 - 209	con dos agujeros	86 - 86
castración, -0	41 - 44	con tubos	162 - 162
ciclo	16 - 119	de Soury	91 - 91
ciclo-borde	120 - 120		

estofa	10 - 10	indicador de Euler-Poincaré	69-110	otro, <i>a', a, ita</i>	V - 19	Simbólico	VII - 45
agujereada	50 - 50	inmersión	40 - 40	padre, P	21 - 57	sujeto, Es, S	V - 25
bilátera	26 - 106	insistencia	XII - 45	pase	24 - 310	sumersión	XI - 40
con borde que consiste	123	intrínseco	XI - 37	pastilla	77 - 77	superficie	IV - IV
con borde que insiste	123	introyección	23 - 47	pecho	26 - 26	con borde	39 - 80
sin borde	45 - 46	invariante	VII - 99	pedazo		de Seifert	62 - 62
unilátera	26 - 106	algebraico	109 - 109	bicolor	63 - 133	de tensión	39 - 61
estructura		aritmético	109 - 109	de estofa	42 - 77	no orientable	X - 106
del lenguaje	VII - 43	topológico	13 - 99	monocromo	62 - 133	orientable	X - 106
del sujeto	14 - 18	inversión del toro	164 - 200	pene, $\phi$	17 - 59	sin borde	39 - 80
excrementos	26 - 26	involución significativa	X - 233	Percepción, P	V - 25	tensión	17 - 54
existencia	X - 46	izquierda (orientación)	81 - 105	perversión	100 - 100	topología algebraica	39 - 39
extremo	77 - 77	jirón	28 - 77	placer	VIII - 54	toro	VII - 84
extrínseco	XI - 37	lado	29 - 30	plano proyectivo	X - 84	agujereado	84 - 85
falo, $\bar{L}$ , $\Phi$ , $S_1$	XII - 21	de una superficie	137 - 137	agujereado	84 - 85	torsión	13 - 71
fantasma, $S \hat{\vee} a$	XI - 25	lazo	117 - 117	pliegue	48 - 62	traducción	I - 83
fetiche	25 - 39	línea		Preconsciente	V - 18	transferencia	III - 45
forclusión	101 - 101	de la extensión	35 - 307	prematuration	28 - 28	transformación topológica	69 - 69
forro	25 - 236	de la intensidad	35 - 310	proyección	30 - 47	trayecto	IV - 113
frontera	78 - 125	sin puntos	35 - 310	psicosis	59 - 294	tórico	10 - 167
generador	48 - 118	lleno	66 - 67	puddor	21 - 21	trazo unario	18 - 18
género	26 - 113	madre, M, objeto primordial	19-19	puente	101 - 101	triangulación	78 - 78
goce	27 - 53	máscara	41 - 249	puñión, $S \hat{\vee} D$	V - 60	vacío	28 - 66
del Otro, JA	53 - 58	metalenguaje	43 - 83	punto fuera de la línea	36 - 307	variedad	IV - 13
fálico, J $\Phi$	53 - 58	mierda	26 - 157	Real	XI - 59	vértice	
grafo		mirada	III - 26	realidad	IX - 24	-frontera	125 - 125
de montaje	124 - 124	montaje		recorte orientable		puro frontera	125 - 125
de recorte	124 - 124	de pedazos de estofa	77 - 78	por pedazos	122 - 125	que consiste	124 - 124
grato de un empedrado	78 - 78	falso	122 - 122	reducción matemática	48 - 48	que insiste	124 - 124
grupo		orientable por pedazos	125-125	repetición	VII - 233	vértice de un grafo	34 - 78
de homología	38 - 119	verdadero	122 - 122	representación	XI - 14	voz	III - 26
de homotopía	38 - 117	narcisismo	V - 40	represión	25 - 233	yo, <i>a, a', m</i>	V - 19
fundamental	45 - 117	neurosis	VI - 23	revestimiento	25 - 236	yo ideal, <i>i, ita</i>	VI - 23
homología	38 - 79	no orientable	X - 109	rizo	XII - 74	zona I	16 - 21
relativa	121 - 121	nudo	IV - 37	schema de la letra 52	IV - IV	zona R	16 - 20
homotopía	38 - 118	de borde	XI - 39	schema F	VIII - VIII	zona S	16 - 21
de cintas (o de bandas)	72 - 72	tórico	157 - 167	schema I	277 - 277	zona	
del borde	71 - 71	número		schema L	VIII - VIII	exterior	9 - 9
Ideal del yo, I, $S_2$ , J(A)	19 - 53	de borde	69 - 69	schema R	VIII - VIII	interior	9 - 9
identificación	20 - 20	de caras	65 - 65	schemas de Griffiths	91 - 91	llena	67 - 67
de borde	123 - 123	objeto <i>a</i>	XIV - 25	segmento	V - 77	vacía	66 - 66
Imaginario	VII - 27	oreja	104 - 104	semitorsión	48 - 62		
Inconsciente	I - 18	orientable	X - 107	aparente	101 - 101		
incorporación	27 - 27	Otro, A	19 - 19	efectiva	101 - 101		
				separación	IV - 29		
				Signos de percepción, PS	V - 18		

**Obras de Freud y escritos de Lacan, acompañados por algunos seminarios**

**[1] Sigmund Freud**

- a. *Contribution à la conception des aphasies*, París, PUF, 1986 [traducción castellana: La afasia, Buenos Aires, Nueva Visión, 1986].
- b. *La Naissance de la psychanalyse*, París, PUF, 1956 [traducción castellana: Los orígenes del psicoanálisis, en Obras completas (OC), t. III, Madrid, Biblioteca Nueva, 1968].
- c. *L'Interprétation des rêves*, París, PUF, 1926 [trad. castellana: La interpretación de los sueños, en OC, t. I].
- d. *Psychopathologie de la vie quotidienne*, París, Payot, 1985 [trad. castellana: Psicopatología de la vida cotidiana, en OC, t. I].
- e. *Trois essais sur la théorie de la sexualité*, París, Gallimard, 1962 [trad. castellana: Una teoría sexual, en OC, t. II].
- e'. *Trois essais sur la théorie du sexuel*, La Transa, 1984.
- f. *Le Mot d'esprit dans ses rapports avec l'inconscient*, París, Gallimard, 1930 [trad. castellana: El chiste y su relación con lo inconsciente, en OC, t. I].
- g. "Des Sens opposés des mots primitifs", en *Essais de psychanalyse appliquée*, París, Gallimard, 1933 [trad. cast.: "El doble sentido antitético de las palabras primitivas", en OC, t. II].
- h. *Totem et tabou*, París, Payot, 1912 [traducción castellana: Tótem y tabú, en OC, t. III].
- i. "Pour introduire le narcissisme", en *La Vie sexuelle*, París, PUF, 1969 [trad. castellana: "Introducción al narcisismo", en OC, t. I].
- j. *Métapsychologie*, París, Gallimard, 1968 [traducción castellana: Metapsicología, en OC, t. I].
- k. *Introduction à la psychanalyse*, París, Payot, 1965 [traducción castellana: Introducción al psicoanálisis, en OC, t. II].
- l. "Au-delà du principe du plaisir", en *Essais de psychanalyse*, París, Payot, 1984 [trad. castellana: "Más allá del principio del placer", en OC, t. I].
- m. "Psychologie des foules et analyse du moi", en *Essais de psychanalyse*, París, Payot, 1984 [trad. castellana: Psicología de las masas, en OC, t. I].
- n. "Le Moi et le Ça", en *Essais de psychanalyse*, París, Payot, 1984 [traducción castellana: "El yo y el ello", en OC, t. II].
- o. *Nouvelles conférences de psychanalyse*, París, Gallimard, [trad. cast.: Nuevas aportaciones al psicoanálisis, en OC, t. II].

## [2] Jacques Lacan

1. *Écrits*. París, Seuil, 1966 [traducción castellana: *Escritos 1 y 2*, 10a edición, México, Siglo XXI, 1984].

«a» El estadio del espejo.

XIV Congreso Psicoanalítico Internacional de Marienbad, 2 a 8 de agosto de 1936, bajo la presidencia de Ernest Jones. Cf. *The international Journal of Psychoanalysis*, Vol. 18, part I, enero de 1937, p. 78. «The looking-glass Phases».

«b» Más allá del "Principio de realidad".

Marienbad Noirmoutier, agosto-octubre 1936. Apareció en *L'Evolution psychiatrique*, 1936, fascículo III, número especial de estudios freudianos, p.67/86.

«c» El tiempo lógico y el aserto de certidumbre anticipada.

Redactado en marzo de 1945. Apareció en *les Cahiers d'Art*: «1940-1945».

«d» La agresividad en psicoanálisis.

XI Congreso de psicoanalistas de lengua francesa, Bruselas, mayo de 1948. Apareció en la *Revista francesa de psicoanálisis* n° 3, julio-setiembre 1948, p.367-388.

«e» El estadio del espejo como formador de la función del yo.

XVI Congreso internacional de psicoanálisis de Zurich el 17 de julio de 1949. Apareció en la *Revista francesa de psicoanálisis*, n° 4, octubre-diciembre de 1949, p.449-455.

«f» Introducción teórica a las funciones del psicoanálisis en criminología

XIII Conferencia de psicoanalistas de lengua francesa (29 de mayo de 1950) en colaboración con Michel Cénac. Apareció en la *Revista francesa de psicoanálisis*, tomo IV, n° 1, enero-marzo 1951, p.7-29.

«g» Palabras acerca de la causalidad psíquica

Pronunciadas el 28 de setiembre de 1946 en las Jornadas psiquiátricas de Bonneval. Publicado en *El problema de la psicogénesis de las neurosis y las psicosis*, por L. Bonnafe, Henri Ey, S. Föllm, J. Lacan y J. Rouart, Desclée de Brouwer, 1950, p.123-165.

«h» Intervención sobre la transferencia

Pronunciada en el Congreso de psicoanalistas de lengua romance de 1951. Apareció en la *Revista francesa de psicoanálisis*, tomo XVI, n° 1 y 2, enero-junio 1952, p.154-163.

«i» Función y campo de la palabra y del lenguaje en psicoanálisis.

Informe del Congreso de Roma, 26 y 27 de setiembre de 1953. Publicado en *El psicoanálisis*, PUF, vol.1, 1956, p.81-166.

«j» Introducción al comentario de J. Hyppolite sobre la «Verneinung» de Freud.

Respuesta al comentario de Jean Hyppolite sobre la «Verneinung» de Freud. Seminario de técnica freudiana del 10 de febrero de 1954, realizado en el aula de la Facultad del Hospital Saint-Anne, consagrado los años 1953/54 a los *Escritos Técnicos de Freud*. Apareció en *El Psicoanálisis*, PUF, vol. 1, 1956, p.17-28 y 41-49.

«k» Variantes de la cura tipo.

Redactado en Pâques en 1955. Apareció en la Enciclopedia médico-quirúrgica, *Psiquiatría*, tomo III, 2-1955, fascículo 37812-C10. Suprimido en 1960.

«l» El seminario sobre «La carta robada»

Pronunciado el 26 de abril de 1955. Escrito entre mayo y agosto de 1956. Apareció en *El psicoanálisis*, PUF, vol.2, 1957, p.1-44.

«ll» La cosa freudiana o el sentido del retorno a Freud en psicoanálisis.

Ampliación de una conferencia pronunciada en la clínica neuropsiquiátrica de Viena el 7 de noviembre de 1955. Apareció en *La Evolución psiquiátrica*, n° 1, 1956, p.225-252.

«m» Situación del psicoanálisis y formación del psicoanalista en 1956.

La segunda versión apareció en *Los estudios filosóficos*, número especial de octubre

diciembre 1956 por la conmemoración del centenario del nacimiento de Freud.

«n» El psicoanálisis y su enseñanza

Comunicación presentada en la Sociedad francesa de filosofía el 23 de febrero de 1957. Apareció en el *Boletín de la Sociedad Francesa de filosofía*, tomo XLIX, 1957, p.65-85.

«ñ» La instancia de la letra en el inconsciente o la razón desde Freud.

Pronunciado el 9 de mayo de 1957 en el Anfiteatro Descartes en la Sorbonne, a partir de la demanda del Grupo de filosofía de la Federación de estudiantes de Letras. Redacción datada 14-16 de mayo de 1957. Volumen 3 de *El Psicoanálisis*, PUF, 1957, p.47-81.

«o» De una cuestión preliminar a todo tratamiento posible de la psicosis.

Corresponde al seminario de los dos primeros semestres de 1955-56. Redacción en diciembre 1957 y enero de 1958. Apareció en *El psicoanálisis*, PUF, vol.4, 1959, p.1-50.

«p» Juventud de Gide o la letra y el deseo.

Apareció en el n° 131 de la revista *Crítica*, abril 1958, p.291-315.

«q» La significación del falo (*Die Bedeutung des Phallus*).

Conferencia pronunciada en alemán el 9 de mayo de 1958 en el Instituto Max-Planck de Munich por invitación del profesor Paul Matussek.

«r» La dirección de la cura y los principios de su poder

Coloquio internacional de Royaumont, 10 al 13 de julio de 1958, Sociedad francesa de psicoanálisis. Apareció en *El psicoanálisis*, vol.6, PUF, 1961, p.149-206.

«s» Observación sobre el informe de Daniel Lagache: «Psicoanálisis y estructura de la personalidad».

Informe al Coloquio de Royaumont, 10-13 de julio de 1958. Redacción definitiva: Pâques 1960. Publicado en *El psicoanálisis*, vol.6, PUF, 1961, p.111-147.

«t» A la memoria de Ernest Jones: sobre su teoría del simbolismo.

Cuirtrancourt, enero-marzo '59. Apareció en *El psicoanálisis*, vol.5, PUF, 1960, p.1-20.

«u» Ideas directivas para un congreso sobre la sexualidad femenina.

Coloquio internacional de psicoanálisis de setiembre de 1960 en Amsterdam. Escrito dos años antes. Apareció en el n° 7 de *El psicoanálisis*, PUF, 1962, p.3-14.

«v» Subversión del sujeto y dialéctica del deseo en el inconsciente freudiano. Congreso reunido en Royaumont para sus «Coloquios filosóficos internacionales» bajo el título *La dialéctica*, por invitación de Jean Wahl, del 19 al 23 de setiembre de 1960.

«w» Posición del inconsciente

Congreso reunido en el hospital de Bonneval sobre el tema del inconsciente freudiano, del 30 de octubre al 2 de noviembre de 1960. Intervención condensada en marzo de 1964 a pedido de Henri Ey para el libro sobre el congreso, *El inconsciente*, aparecido en Desclée de Brouwer en 1966.

«x» Kant con Sade

Debió servir de prefacio a "La filosofía en el tocador", set.1962. Revista *Crítica*, n° 191, abril 1963.

«y» Del «Trieb» de Freud y del deseo del psicoanalista

Resumen de intervenciones en un coloquio convocado por el profesor Enrico Castelli bajo el título "Técnica y casística" del 7 al 12 de enero de 1964 en la Universidad de Roma. Publicado en *Atti del colloquio internazionale su «Tecnica e casistica»*, Roma, 1964.

«z» La ciencia y la verdad

Estenografía de la lección de apertura del seminario de los años 1965-1966 en la Escuela Normal Superior (rue d'Ulm) sobre "El objeto del psicoanálisis", el 1° de diciembre de 1965. Apareció en el primer número de los *Cahiers pour l'analyse* publicados por el Círculo de epistemología de la Escuela Normal superior en enero de 1966.

- a. "Hommage fait à Marguerite Duras", en Marguerite Duras, Albatros, 1979 [trad. castellana: "Homenaje hecho a Marguerite Duras", en Conjetural n° 3, Buenos Aires, abril de 1984].
- b. "Introduction de Scilicet au titre de la revue de l'École freudienne de Paris", en Scilicet n° 1, París, Seuil.
- c. "Proposition du 9 octobre 1967 sur le psychanalyste de l'École", en Scilicet n° 1, París, Seuil [trad. castellana: "Proposición del 9 de octubre de 1967 sobre el psi-coanalista de la École", en Ornicar? n° 1, Barcelona, Petrel, 1981].
- d. "La Méprise du sujet supposé savoir", en Scilicet n° 1, París, Seuil.
- e. "La Raison d'un échec", en Scilicet n° 1, París, Seuil.
- f. "Radiophonie", en Scilicet n° 2/3, París, Seuil [traducción castellana: "Radiofonía", en Psicoanálisis, radiofonía, televisión, Barcelona, Anagrama, 1980].
- g. "Littraterre", en Littérature n° 1, París, Larousse, 1971.
- h. "L'Étourdit", en Scilicet n° 4, París, Seuil [traducción castellana: "El atolondradicho", en Escansión n° 1, Buenos Aires, Paidós, 1984].
- i. "À la lecture du 17 décembre", en Ornicar? n° 2.
- j. Télévision, París, Seuil, 1974 [trad. cast.: "Televisión", en Psicoanálisis, radiofonía, televisión, Barcelona, Anagrama, 1980].

S. I. *Séminaire I, Les Écrits techniques de Freud*, París, Seuil, 1975 [trad. cast.: El Seminario. Libro 1. Los escritos técnicos de Freud. 1953-1954, Buenos Aires, Paidós, 1981].

S. VII. *Séminaire VII, L'Éthique de la psychanalyse*, París, Seuil, 1986 [trad. castellana: El Seminario. Libro 7. La ética del psicoanálisis. 1959-1960, Buenos Aires, Paidós, 1988].

S. XI. *Séminaire XI, Les Quatre concepts fondamentaux de la psychanalyse*, París, Seuil, 1973 [trad. castellana: El Seminario. Libro 11. Los cuatro conceptos fundamentales del psicoanálisis. 1964, Buenos Aires, Paidós, 1986].

S. XX. *Séminaire XX, Encore*, París, Seuil, 1975 [traducción castellana: El Seminario. Libro 20. Aun. 1972-1973, Buenos Aires, Paidós, 1981].

S. XXII. *Séminaire XXII, RSI*, en Ornicar? n° 5.

S. XXIV. *Séminaire XXIV, L'Insu que sait de l'Une-bévue s'aile à moure*, en Ornicar? n° 12/13.

## Bibliografía relativa a la teoría de las superficies topológicas intrínsecas

- Presentaciones fácilmente accesibles de la teoría:

- [3] H. B. Griffiths, *Surfaces*, Cedric, 1977; edición original en inglés, Cambridge University Press, 1976.
- [4] S. Barr, *Expériences de topologie*, Lysimaque, 1987.
- [5] W. Lietzmann, *Anschauliche Topologie*, Munich, Verlag R. Oldenbourg, 1955; edición en inglés, *Visual Topology*, Londres, Chatto & Windus, 1965.

- Exposiciones matemáticas de la teoría:

- [6] D. Lehmann y C. Sacré, *Géométrie et topologie des surfaces*, París, PUF, 1982.
- [7] A. Gramain, *Topologie des surfaces*, París, PUF, Sup, 1971.

- Obras más generales que también se ocupan de la teoría de las superficies:

- [8] M. A. Armstrong, *Basic topology*, MacGraw-Hill, 1979.
- [9] A. H. Wallace, *An Introduction to Algebraic Topology*, Pergamon Press, 1957; *Introduction à la topologie algébrique*, traducción francesa de J.-L. Verley, Gauthiers Villars, 1973.
- [10] E. E. Moïse, *Geometric topology in dimensions 2 and 3*, Springer Verlag, 1977.

- Un capítulo reciente de la teoría de las superficies:

- [11] C. Léger y J.-C. Terrasson
  - a. "Pavages et métamorphoses des pavages", *Universalis* 1987, p. 305, *Encyclopædia Universalis*, 1987.
  - b. "Les Cinq métamorphoses des surfaces pavées", en *Diagrammes*, suplemento al n° 18, diciembre de 1987, ed. C. Lair, Universidad de París VII.

## Bibliografía de introducción a la teoría de la dimensión

- [12] G. Bouligand, *Les Définitions modernes de la dimension*, Hermann, 1935.
- [13] W. Hurewicz y H. Walman, *Dimension theory*, Princeton, 1941.
- [14] R. Engelking, *Dimension theory*, Nueva York, Worsoland Mathematical Library, 1978. Esta obra contiene una importante bibliografía.

## Bibliografía general

- [15] **G. Bataille**, *Lascaux ou la naissance de l'art*, París, Skira-Flammarion, 1980.
- [16] **N. Bourbaki**, *Éléments de mathématiques*, Hermann, 1970 [traducción castellana: Elementos de historia de las matemáticas, Madrid, Alianza].
  - [17] **R. Caillois**.
    - a. *Le Mythe et l'homme*, París, Gallimard, 1938 [traducción castellana: El mito y el hombre, México, Fondo de Cultura Económica, 1988];
    - b. *Méduse et société*, París, Gallimard, 1960.
  - [18] **C. Buci-Glucksmann**, *La Folie de voir*, París, Galilée, 1986.
  - [19] **G. Canguilhem**.
    - a. *Études d'histoire et de philosophie des sciences*, París, Vrin, 1970;
    - b. *La Connaissance de la vie*, París, Vrin, 1970.
  - [20] **G. G. Clérambault**, *La Passion des étoffes chez un neuropsychiatre*, G. G. Clérambault, Solin, 1980.
  - [21] **J. Delay**, *La Jeunesse de Gide*, París, Gallimard, 1956.
  - [22] **M. Duras**, *Les Petits chevaux de Tarquinia*, París, Gallimard, 1953 [traducción castellana: Los caballitos de Tarquinia, Barcelona, Seix-Barral].
  - [23] **É. Gilson**, *Le Thomisme*, París, Vrin, 1965.
  - [24] **Grévisse**, *Le Bon usage*, Duculot, Gembloux, 1975.
  - [25] **R. Jakobson**, *Essais de linguistique générale*, París, Minuit, 1963 [traducción castellana: Ensayos de lingüística general, Barcelona, Seix-Barral, 1985].
  - [26] **A. Lautman**, "Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques", en *Essais sur l'unité des mathématiques*, París, UGE, 10/18, 1977.
  - [27] **P. Legendre**.
    - a. *Leçons II, L'Empire de la vérité*, París, Fayard, 1983;
    - b. *Leçons IV, L'Inestimable objet de la transmission*, París, Fayard, 1985.
  - [28] **E. Lévine**, "Au début était le masque", en *Océanie, le masque au long cours*, Ouest-France, 1983.
  - [29] **C. Lévi-Strauss**.
    - a. *Tristes tropiques*, París, Plon, 1955 [traducción castellana: Tristes trópicos, Buenos Aires, Eudeba, 1970];
    - b. *Anthropologie structurale I*, París, Plon, 1958 [traducción castellana: Antropología estructural, Buenos Aires, Eudeba, 1968];
    - c. *La Voix des masques*, París, Plon, 1979 [traducción castellana: La vía de las máscaras, México, Siglo XXI, 1981];
    - d. *Paroles données*, París, Plon, 1984 [traducción castellana: Palabra dada, Madrid, Espasa-Calpe, 1986].
  - [30] **M. Merleau-Ponty**, *Le Visible et l'invisible*, París, Gallimard, 1964 [traducción castellana: Lo visible y lo invisible, Barcelona, Seix-Barral, 1970].
  - [31] **B. Ogilvie**, *Lacan et la formation du concept de sujet*, París, PUF, 1987.
  - [32] **H. Poincaré**.
    - a. *La Science et l'hypothèse*, París, Flammarion, 1970 [traducción castellana: La ciencia y la hipótesis, Madrid, Espasa-Calpe, 1963];
    - b. *La Valeur de la science*, París, Flammarion, 1970 [traducción castellana: El valor de la ciencia, Buenos Aires, Espasa-Calpe, 1947].
  - [33] **J.-C. Pont**, *La Topologie algébrique des origines à Poincaré*, París, PUF, 1957.
  - [34] **J.-P. Sartre**, *L'Imaginaire*, París, Gallimard, 1940 [traducción castellana: Lo imaginario: psicología fenomenológica de la imaginación, Buenos Aires, Losada, 1964].
  - [35] **G. Sissa**, *Le Corps virginal*, París, Vrin, 1987.
  - [36] **Y. y S. Tisseron**, *L'Érotisme du toucher des étoffes*, Archimbaud, 1987.
  - [37] **J.-M. Vappereau**.
    - a. *Consistance de l'abréviation en mathématiques*, memoria de D.E.A., Universidad de París VIII, 1982;
    - b. "Début de la lecture des *Écrits de Jacques Lacan*", en *Cahiers de lectures freudiennes* n° 5, Lysimaque, octubre de 1984, pp. 25-44;
    - c. "D'un calcul dans les champs d'existence du nœud", en *Ornicar?* n° 28, enero de 1984, pp. 133-143;
    - d. "Deux usages du calcul dans les champs d'existence du nœud", en *Ornicar?* n° 31, diciembre de 1984, pp. 166-172;
    - e. *Essaim*, fascículo de resultados n° 1, París, Point Hors Ligne, 1985;
    - f. "Topologie du sujet et logique booléenne", en *Les Cahiers du lycée logique* n° 10, J.-P. Gilson, 1986;
    - g. "Logique de la cure et fantasme", en *Cahiers de lectures freudiennes* n° 11/12, Lysimaque, 1987;
    - h. "Thèses sur le ruisseau ardent", en *Cahiers de lectures freudiennes* n° 13, Lysimaque, 1988.

## Índice general

Presentación de la serie de los fascículos de resultados

I a XVIII

### EL ESPEJISMO DE LA TOPOLOGIA

Para introducir... 13

1. **El nacimiento de la dimensión.** a - La dimensión es un invariante topológico.  $a'$  - El número de ellos [dos] es lo Imaginario. (A) *Incidencia de la repetición.* (A') *Composición de percepción y conciencia.* a» - Estofas.

2. **El espejismo clásico y el espejismo topológico.** a - Lacan y los juegos de la dimensión.  $a'$  - Lo Imaginario es el cuerpo. (A) *La involución significativa.* (A') *La dinámica de los cortes.*

3. **El pasaje, la óptica y...** a - Intrínseco/extrínseco.  $a'$  - Los narcisismos y la transferencia. (A) *Primer schema óptico.* (A') *Segundo schema óptico.* (A») *Tercer schema óptico.*

4. **...el gabinete de los diseños.** a - Trazos.  $a'$  - Dibujos.

### EL PSICOANÁLISIS CON LACAN

Capítulo I ..... 53

EL GOCE Y EL INTERDICTO DEL DESEO

Superficies de tensión de un nudo

AGUJERO IMAGINABLE - NÚMERO DE CARAS

1. **Del goce.** a - Presentación escritural.  $a'$  - Donde se encuentra el goce en la construcción freudiana. a» - Presentación estructural.

2. **Del enjambre a la estofa.**  $a_1$  - Construcción de las superficies de tensión. Ejemplo del nudo borromeo.  $a_2$  - Semitorciones y pliegues. Ejemplos de la banda de dos pliegues y el nudo borromeo.

3. **Propiedades intrínsecas características de una superficie de tensión.**  $a_1$  - El número de caras. Dos presentaciones del nudo de trébol.  $a_2$  - El número de borde.

4. **Reducción por el dibujo de una superficie de tensión a sus características intrínsecas.** Operación I: deformación de las superficies con borde. Operación II: supresión de las semitorciones en número par. Operación III: intercambio arriba-abajo de las cintas de estofa. *Ejemplos del nudo de trébol en su presentación hilátera y del nudo borromeo.*

Capítulo II .....	77
LA ESTOFA DEL CLASICISMO Y LA SUPERFICIE PARA LACAN	
Teoría de las superficies topológicas intrínsecas	
NÚMERO DE BORDE	
SCHEMAS P.Q.R.	

**1. Definiciones.**  $a_1$  - Las superficies topológicas. Los pedazos de estofa. Dos principios de montaje.  $a_2$  - Definición del borde de una superficie topológica. *El borde. El borde anulado.*  $a_3$  - Primera proposición importante.  $a_4$  - Invariantes intrínsecos.

**2. Elementos de base de la clasificación de las superficies y su modo de composición.**  $a_1$  - Teorías. *Primera versión: teoría de las superficies sin borde. Segunda versión: teoría de las superficies con borde que presentan un solo círculo componente. 1 - Articulación. 2 - Los elementos de base. Tercera versión: teoría de las superficies de borde de cualquier tipo (agujereadas). 1 - Articulación. 2 - Los elementos de base.*  $a_2$  - Composición desarrollada de los elementos de base.  $a_3$  - Segunda proposición importante. *Teorema principal. Teorema general. Mostración del teorema general.*

**3. Presentaciones.**  $a_1$  - La gran esfera de Soury.  $a_2$  - Los schemas de Griffiths.  $a_3$  - Diversos complementos a nuestra presentación de la teoría de las superficies topológicas intrínsecas. *Las identificaciones de polígonos esféricos. La teoría de Morse. Las metamorfosis de empedrados de superficies.*  $a_4$  - Ventajas de nuestra presentación.

**4. Conclusión.**

Capítulo III .....	99
EL NACIMIENTO DEL JUEGO	
Invariantes	
SEMITORSION Y NUMERO DE BORDE	
LOS OTROS INVARIANTES	

**1. Las semitorsiones aparentes de los breteles y el número de borde.**

**2. Superficies orientables, superficies no orientables.**

**3. Presentación de los invariantes intrínsecos de las superficies topológicas.**  $a_1$  - El indicador de Euler-Poincaré.  $a_2$  - El número de borde.  $a_3$  - El género.  $a_4$  - El grupo fundamental.  $a_5$  - El grupo de homología.

**4. Presentación de las superficies topológicas intrínsecas mediante montajes orientables y no orientables por pedazos.**  $a_1$  - Teoría de los recortes orientables por pedazos. Corolario principal.  $a_2$  - Las estofas desorientadas. Teorema de reorientación.  $a_3$  - Teoría de los recortes orientables y no orientables por pedazos.  $a_4$  - Una modalidad del género de las superficies no orientables.

Capítulo IV .....	137
EN EL LUGAR DE NUESTRO NACIMIENTO...	
El pecho	
AGUJERO IMAGINABLE	

**1. Invariantes**

**2. La esfera como una estofa sin borde.**  $a_1$  - Intensión y extensión sobre la esfera.  $a_2$  - El grafo en la esfera.  $a_3$  - Mostración de la incidencia de la repetición. 1. En el caso en que la zona  $\mathcal{R}$  consiste. 2. En el caso en que la zona  $\mathcal{R}$  está retraída, el caso del schema L.

**3. La esfera agujereada.**  $a_1$  - Tentativa de construcción de la esfera por identificación de los lados de un cuadrado.  $a_2$  - Un agujero en la esfera.  $a_3$  - Dos agujeros en la esfera.  $a_4$  -  $n$  agujeros en la esfera.  $a_5$  - Pasarela de un agujero a dos agujeros.  $a_6$  - Incidencia de los agujeros sobre los invariantes.

**4. Conclusión.**

## LA DESCRIPCIÓN DE LA CAVERNA

Capítulo V .....	157
LA SUBVERSIÓN DE LOS INTERDICTOS: EL JUEGO Y LA TOPOLOGÍA	
Una mierda	
AGUJERO TÓRICO	

**1. Invariantes.**

**2. El toro simple.**  $a_1$  - Definición.  $a_2$  - Diferentes presentaciones de la estofa tórica. *El toro presentado como un anillo; una  $n$ -esfera con tubos; una 2-esfera con tubos; una esfera con un asa.*  $a_3$  - Cálculo de algunos invariantes. Cálculo del indicador de Euler-Poincaré. Cálculo del grupo fundamental.  $a_4$  - El agujero tórico.  $a_5$  - Los trayectos tóricos, los nudos tóricos. *Cálculo de los lazos tóricos en el dibujo. Un giro meridiano y un giro longitud. Un giro meridiano y cero giro longitud. Un giro meridiano y dos giros longitudes. Dos giros meridianos y un giro longitud. Dos giros meridianos y tres giros longitudes. Regla de trazado del trayecto tórico compuesto de un solo lazo. Tres giros meridianos y dos giros longitudes. Tres giros meridianos y cuatro giros longitudes. Cuatro giros meridianos y tres giros longitudes. Cuatro giros meridianos y cinco giros longitudes. Dos giros meridianos y dos giros longitudes. Cuatro giros meridianos y dos giros longitudes.*

**3. Los multitoros.**  $a_1$  - Definición.  $a_2$  - Presentación de los multitoros. *Presentaciones como una composición de anillos; una esfera con asas; una 2-esfera con tubos; una multiesfera con tubos; una 2-esfera de tubos con asas. Los multitoros pares. Los multitoros impares.*  $a_3$  - Los trayectos multitóricos. Un lazo sobre el toro simple. *Un lazo sobre el doble toro. Un lazo sobre el triple toro. Dos*

lazos sobre el toro simple. Dos lazos sobre el doble toro. Dos lazos sobre el triple toro. Tres lazos sobre el doble toro. Tres lazos sobre el triple toro.  $a_1$  - Suplementariedad entre los trayectos multótricos y los grafos multitótricos.  $a_2$  - Paridad del corte suplementario a agregar a unos trayectos multótricos para dividir la estofa en dos partes simétricas. *Un redondel puesto sobre el 4-toro. Dos redondeles puestos sobre el 4-toro. Un redondel puesto sobre el 5-toro. Dos redondeles puestos sobre el 5-toro. La relación entre género, redondeles y corte.*  $a_6$  - El anudamiento de estofas multitótricas.

#### 4. Conclusión.

### Capítulo VI ..... 199

#### EL GRAN TAMAÑO DE LOS TOROS

Agujereados, cortados

AGUJERO TORICO - AGUJERO IMAGINABLE - CARAS

#### 1. Invariantes.

**2. El toro agujereado.**  $a_1$  - Presentación del toro agujereado.  $a_2$  - Mostraciones de la inversión del toro. *1. Un toro horadado por un agujero imaginable. 2. A partir de dos anillos enlaza-dos. 3. Un toro constituye armadura en otro toro que lo envuelve, horadado por un agujero.*  $a_3$  - Intercambio de los giros meridianos y longitudes en la inversión del toro.

**3. El toro cortado.**  $a_1$  - Cortes según los trayectos tóricos. *Corte de una esfera con asa según un meridiano. Corte de una esfera con asa según un longiitud. Corte de una esfera con asa según un trayecto compuesto por un longiitud y un meridiano. Trayecto que encierra los dos pies de un asa. Corte reductible sobre un asa de una esfera con asa. Corte de un doble toro según un trayecto medio. El doble toro cortado según uno de sus meridianos. El doble toro cortado según uno de sus longitudes. Un trayecto meridiano compuesto con un trayecto longiitud en el doble toro. Corte de una esfera con tres asas según un trayecto que pasa debajo de un asa y entre las otras dos. Corte de un triple toro según un trayecto que toma un asa y gira en torno del pie de las otras dos. Corte del toro según el enlazamiento sumergido en su estofa. Corte del toro según el nudo de trébol sumergido en su estofa. Corte de una esfera con asas según un meridiano sobre un asa y un trayecto que rodea un pie de ésta y los dos pies de la otra. Una esfera con asas recorrida por el nudo de Whitehead. El triple toro recortado por una cadena trivial. Corte del triple toro según el nudo borromeo.*  $a_2$  - Recorte según un grafo.

#### 4. Conclusión.

### Capítulo VII ..... 233

#### LA INVOLUCIÓN SIGNIFICANTE Y EL $a$ . JUEGO RELATIVO DE LOS CORTES

La mirada

AGUJERO MOEBIANO - CARAS

#### 1. Invariantes.

**2. La involución significativa.**  $a_1$  - La presentación por *L'Étourdit*.  $a_2$  - *Los caballitos de Tarquinia*.

**3. La banda de Möbius.**  $a_1$  - Construcción de la banda de Möbius. *1. Identificación de un componente de borde de una banda bipartita. 2. La banda de Möbius producida por identificación del cuadrado.*  $a_2$  - La banda de Möbius y sus cortes. *1. Los dos tipos de cortes. 2. Inversión en la superficie del plano proyectivo y relación entre los dos tipos de cortes.*  $a_3$  - Definición de la banda de Möbius como superficie de tensión del ocho interior.  $a_4$  - La banda de Möbius y sus cortes a partir del enlazamiento. *1. El corte de un solo giro. 2. El corte redoblado.*  $a_5$  - Los otros Möbius extrínsecos.

#### 4. Las máscaras

### Capítulo VIII ..... 253

#### LA PERSPECTIVA TORCIDA

La mirada y la voz

AGUJERO MOEBIANO - AGUJERO IMAGINABLE - CARAS - SEMITORSIONES

#### 1. Invariantes

**2. Las encrucijadas de bandas con semitorciones.**  $a_1$  - La encrucijada de bandas en que cada una de ellas lleva una semitorción.  $a_2$  - La encrucijada en la que una sola banda está plegada.  $a_3$  - Cierre del agujero esférico de la encrucijada de bandas torcidas.

**3. La banda de Möbius agujereada.**  $a_1$  - El agujero moebiano.  $a_2$  - Mostración de la equivalencia de los dos agujeros.  $a_3$  - Agujero y zona moebiana. *El agujero está en la zona moebiana. El agujero está contra la zona moebiana.*  $a_4$  - Correspondencia entre las dos construcciones de la banda de Möbius.

**4. Volvamos a nuestras semitorciones.**  $a_1$  - Construcción de las estofas cualesquiera. *1. Las multiencrucijadas. 2. Un bretel añadido a un schema de Griffiths.*  $a_2$  - Montaje de un bretel sobre una estofa cualquiera. *1. Bretel o puente. 2. En el caso de los breteles estrictos. 3. En el caso de los puentes.*  $a_3$  - *En el caso de una estofa bilátera. El puente efectivamente no torcido. El puente efectivamente torcido.  $a'$  - En una estofa unilátera. El puente sin semitorción aparente. El puente con semitorción aparente.*

#### 5. Desmontaje de las estofas según sus breteles

LA TOPOLOGIA DE SUPERFICIE  
DE LOS SCHEMAS DE LACAN

Conclusión ..... 277  
LO DICHO A MEDIAS SOLIDARIO DE LA ESTOFA  
Cierre de los schemas en la superficie del plano proyectivo  
AGUJERO IMAGINABLE

1. **El schema R cerrado según la superficie del plano proyectivo agujereado.**  $a$  - La figura con la hendidura transversa.  $a'$  - La figura no inmediata. 1. *Primera figura mediana.* 2. *Segunda figura mediana.*  $a''$  - La figura transversa.

2. **El schema L cerrado según la superficie del plano proyectivo agujereado.**  $a$  - La retracción.

3. **El schema I, producto de la superficie del plano proyectivo agujereado.**  $a'$  - La caricatura: el paso del schema R al schema I.

LA REPRESENTACIÓN EN LA TOPOLOGÍA

Apéndice  
Elementos para una teoría de la representación y el objeto

Capítulo I ..... 303  
LA AUSENCIA Y EL POZO  
Topologías en la superficie del plano proyectivo

1. **Topología de los trayectos sometidos a deformaciones continuas en la superficie del plano proyectivo real.**  $a$  - Objetos.  $a'$  - Transformaciones. *Partiendo de un punto fuera de la línea. La línea sin puntos.*

2. **Topología de los coloreados de las caras de la estofa con una estructura de plano proyectivo real.**  $a$  - Objetos.  $a'$  - Transformaciones.

Capítulo II ..... 315  
LA CONSTRUCCIÓN INTELIGIBLE  
De la presentación inmersa de las estofas no orientables

1. **Construcción del modelo sumergido del plano proyectivo.**

2. **Relación del modelo inmerso y el modelo agujereado sumergido de la botella de Klein.**

Capítulo III ..... 323  
EL PSICOANÁLISIS ADORNADO CON EL PRESTIGIO DEL NO ES[PA]CIO{trá'espace}  
Los schemas de Lacan en la superficie del cross-cap

1. **El schema R y el schema L de Lacan en la superficie del plano proyectivo inmerso**

2. **En altas dimensiones.**

Índice analítico ..... 329

Bibliografías

Obras de Freud y escritos de Lacan, acompañados de algunos seminarios ..... 333

Bibliografía relativa a la teoría de las superficies topológicas intrínsecas ..... 337

Bibliografía relativa a la teoría de la dimensión ..... 337

Bibliografía general ..... 338

Índice general ..... 341