SEGUNDA PARTE

SEGUNDA PARTE

De esta concepción semántica de la verdad retendremos en primer lugar la necesidad de la distinción que ella introduce, con el fin de descartar el riesgo de paradoja, entre el lenguaje estudiado, que llamamos el lenguaje objeto, y el lenguaje que sirve al comentario, al que llamamos el metalenguaje.

El lenguaje objeto se construye como un sistema separado que constituye el objeto de estudio del lógico.

La racionalidad científica contemporánea es definida, a través del discurso de la ciencia actual[1]*, por el simple hecho de haber aislado un lenguaje objeto específico, la lógica canónica clásica según la apelación propuesta por A. Tarski*[2]*. Las leyes que obligan en este lenguaje objeto son la verifuncionalidad (cálculo de proposiciones, álgebra de clases) y la teoría de la cuantificación (lenguaje de predicados)*[3]*.*

---

[1] K. POPPER, en su obra principal (*Lógica del descubrimiento científico,* trad. cast. en Tecnos) sitúa, de manera simple, la lógica deductiva y las matemáticas por fuera de su campo ya que su propósito no consiste sino en oponerse a la noción de una lógica inductiva. Si no trata de lógica deductiva, se sirve de ella como de un dato del que depende por consiguiente su criterio de cientificidad, o sea la demarcación que propone al respecto [entre Ciencia y no-ciencia] definir gracias a la refutabilidad de una teoría mediante una teoría concurrente [en competencia con la primera].

Se tiene la molesta costumbre de considerar que la lógica que preside el metalenguaje de la ciencia, de las matemáticas, de la lógica misma, es siempre la lógica canónica clásica y se está equivocado.

Eso debe ser un relieve de la idea de Hilbert que en su metamatemática, suponía siempre una matemática finitista con el fin de poder admitir la infinitud en la matemática que constituía el objeto de su teoría de la demostración. Sería bueno que se dieran cuenta.

[2] W.V.O. QUINE no dice otra cosa en su *Filosofía de la lógica* (1970) (ed francesa en Aubier, Paris, 1975. Versión en castellano de M. Sacristán en Alianza Ed.). Propone aislar así un territorio racional por su simplicidad y su elegancia, y que no presenta ninguna paradoja. Nosotros cuestionamos lo bien fundado [la legitimidad] de este acto aislacionista decisivo.

[3] El lector encontrará una exposición técnica y detallada de la lógica canónica clásica en W. V. O. QUINE *Métodos de lógica* (1962, 1972[3]) [ed francesa en U, Paris, 1960. Trad. cast. de J. J. Acero y N. Guasch en Ed. Ariel], y un elogio y una defensa de esta lógica en la *Filosofía de la lógica*, ed citada, del mismo autor.

I

LA LÓGICA CANÓNICA CLÁSICA

> El *TRACTATUS LÓGICO-PHILOSOPHICUS*: Le toutaimisme (resumen estricto).
>
> 1 a 6. El mundo es todas las existencias de estados de cosas cuyas tablas lógicas constituyen sus funciones de verdad, de forma general [p, ξ, N(ξ)], de proposiciones elementales que tengan un sentido
>
> 7. Aquello de lo que no se puede hablar, debe necesariamente callarse.
>
> L. W.

Cada uno de los dos capítulos de esta lógica puede construirse como una teoría escrita en un lenguaje que le es propio, en un doble sistema generativo que se llama un sistema formal[4]. El primer sistema generativo produce los enunciados del lenguaje L, el segundo permite deducir las tesis de la teoría T.

Un sistema generativo está constituido por caracteres primitivos y por principios de composición, siguiendo así la concepción sintáctica debida a R. Carnap.

No desarrollamos aquí más que el cálculo de proposiciones (o sea, la teoría de la verifuncionalidad) escrita en el lenguaje L_2 mediante la teoría T_2, por el alcance muy amplio de este sistema y por su estatuto elemental, con el fin de que sea accesible, y de que constituya un acceso a la misma por ese mismo hecho, al lector principiante.

Hemos agrupado los elementos formales que utilizaremos en nuestro comentario en anexos diferentes situados al final de esta obra después del último argumento.

A partir de aquí el lector que no conozca la construcción formal de un lenguaje (L) y de una teoría deductiva (T), debe remitirse, en cada momento, a los anexos con el fin de encontrar en ellos las definiciones precisas que adoptamos, de los elementos de los que tratamos.

Los otros que pueden seguirnos sin recurrir a ellos, pueden también ir a verificar algunas precisiones a propósito de eso a lo que hacemos alusión.

---

[4] R.M. SMULLYAN, *Theory of Formal systems*, Princeton University Press, 1961. Hemos visto (1993), a propósito de esta cuestión, cómo se disolvía un cartel de lógica que ponía a prueba el presente estudio con el objetivo de realizar el fascículo de resultados nº 0 de nuestra serie. Un sistema formal puede considerarse de la misma manera como un doble sistema generativo, esta observación abre la deliciosa cuestión, a propósito de la estructura del lenguaje, de la estructura del significante, que se enuncia bajo la forma de la pregunta: ¿es uno, es dos?, formalizada por J. Lacan en su definición del significante gracias a la expresión: *"est-ce un, est-ce deux?"* ¿$S_1 \rightarrow S_2$? [Si el lector desea ampliar esta cuestión véase J.-M. VAPPEREAU, *¿Es uno... o, es dos? Expresión acabada de la cuestión previa formulada por Jacques Lacan,* Ed. Kliné, Argentina, 1997]

Construcción efectiva del cálculo de proposiciones (ver anexos 1 y 2)

Enumeramos ahora los diferentes niveles de la construcción que el lector puede retomar por su cuenta efectuándolos y remitiéndose a los anexos que le darán las precisiones necesarias para ello si no los conoce.

(1) – Hay, en el lenguaje de la lógica, un primer sistema generativo puramente gramatical donde se dan los términos primitivos y los principios de formación de los enunciados. Esto nos conduce a la noción de enunciados bien formados o fórmulas de nuestro lenguaje objeto. Hablaremos del lenguaje objeto L_2 a propósito de la multiplicidad de estas fórmulas. El tratamiento de esta cuestión debe ya formularse en el metalenguaje L_{2+1}. [ver anexo nº 1- 1ª parte].

Los principios formativos pueden transcribirse en células elementales de árboles [ver anexo nº 2]. Componiendo esas células elementales, formamos árboles, como en gramática generativa[5] con el fin de producir esas fórmulas y a la vez su análisis sintáctico que nos será útil a continuación.

Demos algunos ejemplos de enunciados bien formados de este lenguaje L_2

$$p,\ q,\ \neg\, p,\ (\neg\, p \vee q),\ (\neg\, p \vee (\neg\, q \vee p)),\ \ldots$$

Llamaremos longitud del enunciado al número de pisos que aparece en su árbol sintáctico. Resumiremos la situación poniendo índice a los conectores de la fórmula analizada mediante la cifra del piso en que aparecen en este árbol. La longitud del enunciado viene dada por la cifra más elevada.

Demos un ejemplo con el enunciado:

$$\begin{array}{l} \neg\ (\ \neg\ (\ \neg\ p \vee q\ ) \vee \neg\ (p \vee \neg\ q\ )) \\ 5 \quad 3 \quad 1 \quad 2 \qquad 4\ 3 \qquad 2 \quad 1 \end{array}$$

Este enunciado es de longitud 5.

(1') – Introduciremos caracteres abreviadores con el fin de reducir la longitud de los enunciados (ver anexo nº1). He aquí enunciados bien formados abreviados:

$$(p \wedge q),\ (p \Rightarrow q),\ (p \Leftrightarrow q),\ (p \Leftarrow\!\mid\!\Rightarrow q),\ (p \Rightarrow (q \Rightarrow p)),$$
$$((p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p)),\ ((p \Rightarrow \neg\, p) \vee (\neg\, p \Rightarrow p)),\ \ldots.$$

(2) - El trabajo del lógico matemático consiste en intentar reducir a un tratamiento sintáctico la cuestión de la verdad. Para eso, es necesario construir un segundo sistema generativo, donde están dados los axiomas y los principios deductivos. Lo que conduce a la noción de demostración y de tesis (teoremas) en la teoría T_2 escrita en el lenguaje objeto. El tratamiento de esta cuestión es formulado en el metalenguaje L_{2+1} [ver anexo nº 1, 3ª parte].

Nosotros adoptamos en el metalenguaje L_{2+1} un carácter que indica que un enunciado bien formado P es una tesis: $\vdash$ P.

Damos algunos ejemplos de tesis en T_2:

$$\vdash (\neg\, p \vee p),\ \vdash (p \Rightarrow (q \Rightarrow p)),\ \vdash (\neg\, p \Rightarrow (p \Rightarrow q)).$$

[5] La noción de gramática generativa, desarrollada por N. CHOMSKY, le fue inspirada por esta práctica inventada por los lógicos.

Hablaremos de *demostrabilidad,* en el caso de este aspecto de la determinación sintáctica de la verdad.

Cuando disponemos de una buena definición de la demostrabilidad comenzamos por estudiar la *consistencia* lógica del sistema de axiomas. Existen tres criterios más o menos fuertes de esta noción. Una segunda cuestión necesita entonces nuestra atención con la *completud* lógica relativa a esta consistencia. Se trata de saber si la adjunción del más mínimo axioma suplementario vuelve a la teoría inconsistente según los criterios anteriores [ver anexo nº1, 4ª parte para la definición de estos términos].

Este tipo de cuestionamiento se plantea en el caso de los dos niveles de la lógica canónica clásica, el del cálculo de proposiciones y el del lenguaje de predicados[6].

La lógica canónica clásica es consistente y completa[7] en virtud del criterio más exigente. Es incluso el único dominio tan coherente y fundado que conozcamos, por eso conserva una función estratégica para cualquier discurso.

No desarrollamos por el momento más que el cálculo de proposiciones canónico L_2, T_2 a fin de permanecer, por el momento, en un registro elemental accesible en primera instancia a los principiantes y suficientemente fundamental para nuestra demostración.

Formando parte de la lógica canónica clásica, ese sistema L_2, T_2 es pues *a fortiori* consistente y completo.

Pero, Teo…

La lógica de esta época, con, en primer lugar, la lógica de nuestro propio subdesarrollo cultural. Lógica Sado-Kantiana y Booleana con un gran Ideal de verdad para las zonas del adentro de las conjunciones, disyunciones, implicaciones y diferencias simétricas cuando se plantean sobre el papel. Un valor de verdad vale uno, adentro, y para el afuera vale cero. Un valor de verdad, o sea pleno, es asignado al adentro, para siempre, nunca vacío.

La situación general y la evolución de ese momento despreciativo es anotado en más y en menos por un circuito rígido, finito, una buena máquina para todo.

Es I, el referente, de cualquier conector de su afirmación y de su negación. Valor supremo, de la negación de la implicación a la conjunción, reforzándose de nuevo hacia la disyunción (barra de Scheffer), débil verdad que estos valores verdaderos de equivalencia con verdad débil del interior del adentro, al adentro dominante.

Vacío inexistente, supuesto, en otra parte.

Los valores de verdad por zonas entonces.

(1) En primer lugar las conjunciones con la negación de la disyunción: casi no llenada, hasta una zona. Verdad: verdadero en cero-cero, falso en otra parte. Padre furioso o bonachón.

(2) Después la conjunción misma ahora. Siempre tan débil afirmación. Verdad: verdadero en uno-uno, volviéndose falso en otra parte. Padre omnipotente, localmente humillado.

(3) Las negaciones de implicaciones ahora. Permaneciendo poco recubiertas. Verdad: verdadero en uno-cero o en cero-uno, contrapuestos el uno con el otro, dual del uno después negación del otro. Padre envarado.

(4) La afirmación ahora, las variables mismas, un poco más lleno entonces. Verdad: verdadero en uno-cero y uno-uno, o en cero-uno y uno-uno, simétricos a derecha y a izquierda en los dos casos. Padre irrisorio.

---

[6] Hemos escogido aquí explicitar el cálculo de proposiciones L_2 como ejemplo resueltamente simple. Trataremos más adelante del lenguaje de predicados L_1.

[7] Para la demostración remitirse a los *Métodos de la lógica* de W. V. O. QUINE.

(5) La equivalencia, curiosa asimilación que iguala en el caso contrario también. Verdad: verdadero en uno-uno y cero-cero. Padre casero.

(6) La diferencia simétrica con las dos orejas, es la suma. Verdad: verdadero en cero-uno y uno-cero. Padre de picos pardos, en la casa y gran trastorno en el interior del adentro.

(7) Las negaciones, no son variables esta vez, sino sus contrarios. Verdad: verdadero en cero-uno y cero-cero o en uno-cero y cero-cero. Padre legislador o que se vale de ello.

(8) La disyunción, casi plena puesto que una zona de más es cubierta. Verdad: verdadero en uno-cero, uno-uno y cero-uno. Padre que hace las leyes o pilar de la fe.

(9) Las implicaciones, más cubiertas pero [por?] disimétricas. Verdad: verdadero en cero-cero, uno-cero y uno-uno o en uno-uno, cero-uno y cero-cero. Padre parangón de la integridad o de la devoción.

(10) La barra de Scheffer finalmente, negación de la conjunción. Verdad: verdadero en cero-cero, cero-uno y uno-cero. Padre virtuoso *(vertueux)* y virtuoso *(virtuose)*.

(11) La tautología ahora, plena, el lleno. Verdad: verdadero para todo lo que sea uno-cero y cero-uno, como uno-uno y cero-cero. Madre agitada, inmoderada y bella.

¿…que haces pues allí arriba?

Incidencia de T_2 sobre L_2

El estudio del lógico matemático, decíamos, apunta, con T_2, a reducir el tratamiento de la verdad a un cálculo.

Se apoya en esos cálculos pero, como en el matemático que estudia otros dominios, su preocupación principal no se reduce a eso. Hay siempre una diferencia entre cálculo y discurso.

Sin embargo hay dos actitudes sensiblemente diferentes en la apreciación de esta construcción. Podemos presentarlas comentando los dos únicos caracteres formales definidos en el registro del metalenguaje.

Hacemos a partir de aquí un uso intensivo de las letras mayúsculas.

Hemos introducido ya uno de esos caracteres en el metalenguaje L_{2+1}. Ese carácter se escribe $\vdash$ y permite marcar que la fórmula P es una tesis, $\vdash$ P. Su empleo necesita pues T_2.

Añadimos un carácter que lleva también sobre las fórmulas del primer registro L_2, y así pues que se escribe entre las letras mayúsculas en el segundo registro L_{2+1} y depende de la cualidad de tesis de ciertas fórmulas.

Este segundo carácter propio del metalenguaje L_{2+1} se escribe $\vdash\!\dashv$ y señala la equivalencia demostrable de dos fórmulas P y Q,

$$P \vdash\!\dashv Q$$

Señala que la expresión bien formada $(P \Leftrightarrow Q)$ es una tesis.

Es notable que aquellos que la emplean hablen al respecto, a propósito de la relación que permite inscribir, de equivalencia tautológica, haciendo así referencia a una consideración semántica, en la medida en que hablamos de tesis en una perspectiva sintáctica y deductiva y de tautologías en una vena semántica que hace referencia a la validez, a los valores de verdad, a la verifuncionalidad.

Podríamos pues fácilmente, con el primer carácter, ahorrarnos ese carácter y toda referencia a la validez, escribiendo en el lugar de las secuencias donde se encuentra, la expresión $\vdash (P \Leftrightarrow Q)$ que escribe muy bien la equivalencia en cuestión.

El carácter $\vdash$

La lógica estudia con T_2 la leyes necesarias del razonamiento correcto. Demos un ejemplo.

He aquí $(\neg p \vee (\neg q \vee p))$ que puede deducirse a partir de los axiomas mediante una derivación que emplea sólo los principios deductivos.

Axioma **(lc_2)** $\vdash (\neg p \vee (q \vee p))$ [ver anexo nº 1]
Sustitución **(pd_2)** $\vdash (\neg q \mid q)\ (\neg p \vee (q \vee p))$ [ver anexo nº 1]
Da $\vdash (\neg p \vee (\neg q \vee p))$.

En el caso de semejantes enunciados y, de manera exclusiva, utilizamos en el metalenguaje el carácter $\vdash$ para indicar que son necesarios.

$$\vdash (\neg p \vee (\neg q \vee p))$$

Para algunos lógicos esta preocupación legítima, aislar las leyes lógicas, es la única cosa que hay que retener de esta práctica, y es justo decir que constituye un gran logro haber llegado a ello. Pero hacer la diferencia entre el cálculo y el discurso, es decir el lenguaje, no es caer por ello en el psicologismo. Calificamos más bien como logicismo la actitud que consiste en no querer saber nada del lenguaje y de su estructura que no es solamente gramatical.

Así no es ciertamente necesario introducir en el metalenguaje un nuevo carácter para designar las antilogías, pues el empleo de la negación es suficiente para asegurar esta función.

En el caso de una antilogía P, es suficiente escribir $\vdash \neg P$.

He aquí un ejemplo $(p \wedge \neg p)$. En el metalenguaje damos cuenta de este hecho mediante la expresión siguiente:

$$\vdash [\neg (p \wedge \neg p)]$$

El carácter $\vdash\!\dashv$

De la misma manera, no es necesario introducir en el metalenguaje un nuevo carácter para escribir que dos fórmulas diferentes mantienen una relación de equivalencia deducible.

Acabamos de ver que para inscribir esta relación de equivalencia, no es necesario recurrir a la expresión de $L_{2+1.}$

$$(P \vdash\!\dashv Q)$$

puesto que resume $\vdash (P \Leftrightarrow Q)$

Demos aquí también un ejemplo con una fórmula equivalente al ejemplo $(\neg\, p \vee q)$, o sea $((\neg\, p \vee q) \Leftrightarrow (\neg\, r \vee r))$

Traducimos esta equivalencia en el metalenguaje mediante la expresión

$$[(\neg\, p \vee q)] \dashv\vdash [(\neg\, p \vee q) \Leftrightarrow (\neg\, r \vee r)]$$

que rescribe la expresión siguiente

$$\vdash [(\neg\, p \vee q) \Leftrightarrow ((\neg\, p \vee q) \Leftrightarrow (\neg\, r \vee r))]$$

Sin embargo algunos experimentan la necesidad de utilizar este carácter para tratar de las fórmulas de L_2, donde vemos reflejarse la otra actitud, diferente del logicismo, en lógica matemática, donde se trata de saber, puesto que ella no pone de relieve el psicologismo, ocuparse únicamente de la materialidad de los caracteres que se utilizan, en lo que ella no se refiere tampoco al aspecto semántico de la validez ni a la teoría de conjuntos.

Esta segunda actitud, que nosotros llamamos el **algebrismo**, puede parecer que hace un salto en las matemáticas corriendo el peligro de hacer creer que se refiere a la teoría de conjuntos que todavía no está construida en esta etapa de la elaboración y de la que no hay necesidad en este grado de formalización.

A partir de T_2 adoptado en lógica, no trabajamos ya en el lenguaje L_2 sino en el lenguaje L^*_2 cuyas fórmulas representan clases de equivalencia de fórmulas de L_2 para la relación de equivalencia $(P \dashv\vdash Q)$. Este matiz es muy importante. Se hace en el metalenguaje, puesto que se apoya ya en la demostrabilidad definida por las deducciones.

Pero hablar de clases de equivalencia puede hacer creer a los espíritus presionados a recurrir a la teoría de conjuntos que es el lugar más regular de semejante cociente. Ahora bien, precisamente no hablamos ni de conjunto, sino de multiplicidad de fórmulas, ni de conjunto cociente, sino de clases de equivalencia.

Ciertamente es aquí que se produce el riesgo de una asimilación demasiado apresurada que descuidaría la presencia de T_2 entre L_2 y L^*_2.

II

LA VERDAD EN L_2, T_2

Acabamos de distinguir entre dos actitudes en lógica. Esta dos actitudes se distinguen de manera muy clara una de la otra, están ligadas a dos modalidades de la asimilación. Su distinción está al principio de la distinción entre relaciones y funciones en el discurso matemático.

La **actitud logicista** que se contenta con reducir lo que puede escribirse del lenguaje objeto en lógica a la multiplicidad de las fórmulas aisladas por T_2 entre las formulas de L_2. Hablaremos a propósito de esto de *la escritura lógica en el sentido estricto* de la *verdad* o de *escritura necesaria*, ella produce una asimilación que nosotros calificamos de *asimilación secundaria* entre lo que se escribe y lo que es demostrable como necesario.

$$\text{P equivale a } \vdash \text{P}$$

Lo que es una manera de apreciar el hecho de que en lógica y en matemáticas únicamente escribimos tesis. (B. Russell dice que sólo tratamos de tautología).

El resto no se escribe y no tiene sentido recurrir a eso salvo en las etapas de la construcción, etapas que devienen caducas (forcluidas) una vez acabada la construcción.

Poníamos de relieve otra actitud, la del **algebrismo**, que no es ni conjuntista, ni semántica, pero que corre el riesgo de virar hacia la matemática conjuntista o de permanecer atada a la validez, al querer continuar considerando la construcción en su conjunto (uso no técnico del término conjunto) o en su extensión (metáfora aquí). Ella es el lugar de una asimilación que calificamos de *asimilación primera* y *sintáctica* por el hecho de *la relación de equivalencia producida por* T_2 *en la multiplicidad de las fórmulas de* L_2. Ella asimila varias maneras de escribir la afirmación como por ejemplo la doble negación, por el hecho de la tesis,

$$\vdash [(\neg\neg\ p) \Leftrightarrow p]$$

que es una forma de la asimilación en el pasaje entre L_2 y T_2.

Hay también como asimilación de este tipo, la asimilación entre la afirmación y la fórmula que escribe la equivalencia entre esta afirmación y una tesis cualquiera, lo que es una manera de percibir que en lógica sólo podemos afirmar tesis.

$$\vdash [p \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow (\neg\, q \vee q))].$$

Pero hay un tercer lugar en el uso de los lógicos en que la asimilación es utilizada de manera corriente. Donde encontramos otro efecto de la identificación en la práctica y la interpretación de la negación.

Demos un ejemplo extraído de una obra de lógica[8].

> En cualquier sistema estándar [como nuestro lenguaje L_2 acompañado de la teoría T_2], encontramos las tesis:

---

[8] G.E. HUGHES y M.J. CRESSELL, *An introduction to modal Logic.* Methuen. Londres y New-York. 1968.

$$(1)\ (p \Rightarrow (q \Rightarrow p))$$
$$(2)\ (\neg\, p \Rightarrow (p \Rightarrow q))$$

El sentido de (1) se formula a menudo diciendo que si una proposición es verdadera, cualquier proposición la implica; el de (2) diciendo que si una proposición es falsa, ella implica cualquier proposición.

En conjunto, se llaman a menudo la paradoja de la implicación (material).

Dejando por el momento la paradoja de la implicación material, que para nosotros no parece paradójica más que por el sólo hecho de la asimilación. Este ejemplo nos interesa primero aquí por el hecho de que se encuentra atestiguado en él que (p) es leído por el lógico (p es una proposición verdadera) y (¬ p) es entendida en lógica como un (p es una proposición falsa).

Se trata aquí del efecto de la *asimilación primaria*, en el registro de *la lectura de la letra* para algunos lógicos (Wittgenstein) o de *la verdad empírica,* supuesta por otros lógicos (Austin, Popper) por el hecho de situarse en L_2 provisto de una interpretación semántica que define la validez en una situación (*Sachlage*) particular.

p equivale a “p es una proposición verdadera”

Nosotros introducimos un nuevo carácter en el metalenguaje, con el fin de escribir esta interpretación,

$\vdash_S$ p escribe “p es una proposición verdadera en la situación s”

este carácter habitualmente no se escribe en lógica clásica en tanto esta interpretación es constante sin que parezca útil escribirla, hasta tal punto es evidente la asimilación que ponemos de relieve aquí, lugar fundamental de falsos problemas.

Esta asimilación se produce por el uso mismo de letras como p, q, r… habida cuenta de la manera en que los matemáticos las emplean. Esta asimilación está en el principio de lo que constituye la dificultad de la noción de variables y funciones.

No se trata del mismo registro que en lo que precede. Ahora bien esta distinción a menudo no se hace o es insuficientemente comentada en la presentación de la lógica. Es un primer punto. Que haya en este caso, como en el precedente, un efecto de asimilación planteado de entrada y no expresado, es el segundo punto.

Aprovechemos este ejemplo para precisar en qué una doctrina de la negación está enteramente por hacer, ya que se comete un error a menudo por el hecho del olvido de la transparencia de la verdad producida por la asimilación, cuando la negación es confundida en la interpretación por demasiado apresurada en algunos matemáticos con el complementario conjuntista (error denunciado con firmeza por Quine), mientras que una consecuencia de las tesis anteriores se escribe

$$((p \Rightarrow (\neg\, p)) \vee ((\neg\, p) \Rightarrow p))$$

que puede ser interpretada teniendo en cuenta lo que acabamos de decir, mediante la expresión

(si p es verdadero entonces p es falso o si p es falso entonces p es verdadero)

formula que se escribe de manera estenográfica en el metalenguaje

(si $\vdash_S$ p entonces $\vdash_S \neg$ p o si $\vdash_S \neg$ p entonces $\vdash_S$ p) tan problemática para la idea que uno se hace de la negación como complemento como para la lógica de lo verdadero y de lo falso exclusivo.

A fin de tratar de la asimilación velada en L_2, T_2, distinguimos pues tres registros según los cuales la escritura de un predicado de verdad puede difractarse y por consiguiente tres registros donde se produce la asimilación.

0 – un *primer registro* originario con diversas fórmulas de L_2 identificadas con la afirmación p en L_2, T_2, da lugar a diferentes formas del conector de verdad. Se trata de abreviaciones en la sintaxis, vueltas fútiles, por la relación de equivalencia necesaria.

1 – un *registro primario* que se traduce por el hecho de utilizar un carácter que marca las fórmulas verdaderas en función de las situaciones empíricas particulares que se pueden encontrar. Es usualmente lo que el lector entiende por el hecho de escribir P.

La verdad empírica de una proposición de L_2 se escribe en L_{2+1}:

$$\vdash_S P$$

2 – un *registro secundario* que se traduce por el hecho de utilizar un carácter que marca las fórmulas necesariamente verdaderas.

La verdad lógica de una proposición de L_2, T_2 se escribe en L_{2+1} :

$$\vdash P$$

Estos tres modos de escritura de la verdad no son equivalentes.

Solo la segunda distinción constituye el objeto de la formalización de la asimilación que nosotros proponemos ahora.

Queremos mostrar el carácter analítico pero no estricto de la asimilación (síntesis) planteada de entrada (*a priori*) más o menos bien expresada desde Parménides con la identidad entre el pensamiento y el ser, lo que justifica mantener la cuestión de Kant relativa a los juicios sintéticos *a priori* en su crítica de la razón pura. Nuestra demostración subvierte sus categorías y prueba la necesidad de una revisión desgarrante acompañada del reconocimiento de su registro propio. Ella no dan cuenta para nosotros de ontología alguna, puesto que sólo consideramos el uso de los tres caracteres

$$\vdash\!\dashv\,,\ \ \vdash_S \text{ y } \vdash.$$

Es el pasaje del ser a la letra nunca realizado antes de Freud y subrayado por Lacan. Se trata de una semiología más bien, o semiótica si se quiere, aún por venir y que no necesita ninguna trascendencia, sino un sujeto dividido por la materialidad evanescente de esta letra.

Pues necesitamos descubrir entonces lo que sucede efectivamente, es decir por el hecho de la efectuación de la demostración. Analicidad de la evidencia y del evidentemente [vaciado] (*de l'évidence et de l'évidement)* que da razón a lo que, desde siempre, se hace en esta materia pero que nadie ha mostrado nunca así en su necesidad imparable. Aclarando, la estructura del síntoma que se deduce de ello como reivindicación de la verdad que se recuerda a cada uno.

Esta estructura de la transparencia hace unicidad absoluta de la verdad en cada caso donde se encuentra su evidencia. Ella produce el velamiento de la totalidad de la verdad por el hecho de ser una estructura de caída permanente y de fracaso garantizado. Por este hecho la verdad no es toda *(n'est pas toute)* y no puede ser sino medio-dicha.

Esta demostración que viene ahora constituye aquí la principal construcción de nuestra argumentación.

III

FORMALIZACIÓN DEL METALENGUAJE

Queremos construir el lenguaje L_3 cuya existencia tomamos en serio, como metalenguaje L_{2+1} del cálculo de proposiciones. Llamaremos **lógica modificada** a este lenguaje L_3 en el cual desarrollaremos una teoría T_3 cuyas consecuencias irán más allá de la teoría de la asimilación y de su discusión.

En este lenguaje buscamos integrar en la formalización del metalenguaje L_{2+1} el carácter

$$\vdash_S$$

marcando la verdad en situación, en la formalización del metalenguaje L_{2+1}.

Habríamos podido, por supuesto, optar por otros tipos de estudios:

- Ya sea que no efectuásemos directamente la asimilación primera, entre las diferentes fórmulas de la afirmación, producidas en L_2 por la teoría T_2, construyendo otra teoría T'_2 que no provocaría la misma equivalencia entre las fórmulas de L_2. Pero no podríamos hablar, como queremos hacerlo, de un duplicado de la lógica canónica sumergido en un metalenguaje, lo que nos parece necesario hacer, con la mayor exactitud posible en este caso preciso. Esto para mostrar la analiticidad, en sentido kantiano, del carácter *a priori* de esos juicios sintéticos que son las asimilaciones, al principio del lenguaje y aclarar la estructura del lenguaje, ejercitándonos en un caso de especie efectivo, utilizado en otros lugares, por numerosos lógicos. Es la parte que concedemos al logicismo, sin ningún vasallaje ideológico o sumisión alguna a una lengua de madera *(langue de bois).*

- Ya sea que despleguemos una formalización de la necesidad como lo hace la lógica modal. Ahora bien, justamente no se nos ha esperado para eso, y no parece, bajo la multitud de los sistemas construidos desde Lewis, que la teoría de la verdad estuviera acabada por ello.

Además por este hecho –estos diferentes tipos de estudios ya han sido ampliamente desarrollados– hay, a nuestro parecer, algo, en estas tentativas, que sigue estando siempre eludido y fallido. La permanencia de ese fallo se convierte en el tema mismo de nuestro estudio, porque caracteriza al psicoanálisis como siendo de Freud y constituye la dificultad para sus alumnos de seguirlo y mantenerse en su tono. Este fallo asegurado, conduce al rasgo de estructura que nosotros sacamos a la luz con nuestra efectuación de la asimilación de la verdad empírica.

Hay metalenguaje

Nos damos cuenta[9] pues, que todo discurso, que quiere dar cuenta de la asimilación, y, por consiguiente, de una cierta relación entre las fórmulas del cálculo de

[9] Aquí seguimos un momento de la argumentación de K. POPPER en su estudio dedicado a la verdad según Tarski (*El conocimiento objetivo*, Ed. Tecnos), pero para abandonarlo definitivamente en nuestra manera de enfocar nuestra construcción puesto que concluimos, como en el caso de Austin en contra de su punto de vista común. La ventaja de nuestra presentación, sigue siendo que podemos decir por qué, de manera efectiva.

proposiciones mismas y los enunciados que dicen de estas fórmulas que son verdaderas en una circunstancia dada, debe ser formulado en un metalenguaje que, además de los términos lógicos usuales, disponga de los dos tipos de expresiones siguientes

1- De las fórmulas mismas en uso en ese lenguaje o de las transcripciones de estas fórmulas del lenguaje objeto (a fin de evitar la trampa de la traducción, el lenguaje objeto puede formar parte del metalenguaje). En el caso de nuestra construcción, dispondremos de las dos posibilidades.

Además de este tipo elemental de expresiones, que ya sabemos formalizar, existe pues un segundo tipo.

2 - Las que contienen términos que denotan los predicados de verdad, por ejemplo, predicados como “x es verdadero en la situación s” y las relaciones entre estos dos tipos fundamentales de expresiones, como relaciones del género de “(x es verdadero en la situación s) si y solamente si y” (este segundo tipo de expresiones es semántico y de un orden más elevado que el lenguaje objeto al cual se refieren, pero los términos que encierran, y por consiguiente ellas mismas, pertenecen a la morfología, o sintaxis, del metalenguaje.

En el caso de este segundo tipo de términos, no recurriremos a un predicado de verdad, sino a un operador, o conector monario de verdad. Es el punto más delicado de nuestra construcción, y debemos discutir en qué casos cumple su función. Nos ayudaremos en esta tarea con el hecho de haber tenido el cuidado de construir un perfecto duplicado sintáctico de nuestro lenguaje objeto, lo que merecerá demostrarse.

Tales son, eso es casi evidente, las dos exigencias mínimas a las cuales todo lenguaje debe satisfacer, para que podamos formular en él una teoría de la asimilación.

La importancia y la audacia de lo realizado por Tarski, es haber descubierto esta doble exigencia mínima y haber puesto en claro que los predicados o relaciones mencionados en (2), los que conectan los enunciados con los enunciados mismos, deberían superar, en un primer tiempo, por razones esenciales, los medios de los cuales disponemos en el lenguaje objeto.

Es claro que una vez que disponemos de estas dos categorías de expresiones, estamos en condiciones de hacer en el metalenguaje semántico L_3 aserciones del género:

P es verdadero en s si y solamente si P.

Por el hecho de las ocurrencias de la letra P, esta frase se escribe en el metalenguaje L_{3+1} de la lógica modificada que nos sirve aquí para nuestro comentario.

Si particularizamos esta expresión enunciándola mediante una fórmula del lenguaje L_2, o de su traducción en L_3, en lugar de P, obtenemos una fórmula del lenguaje L_3.

Este enunciado viene para ($\Phi(a) \Leftrightarrow s$) que nos servía para formular la asimilación en lo que precede.

Suponemos aquí que la mayúscula P de L_{3+1} indica el lugar de una transcripción en nuestra construcción L_3 de una fórmula del lenguaje objeto L_2.

Esto nos lleva a distinguir la transcripción impropia de cada fórmula P de L_2, la anotaremos en L_{3+1}: trans (P), y anotaremos L_{3-1} la multiplicidad de estas fórmulas transcritas en L_3; de su transcripción propia, continuaremos anotándola P en L_{3+1}. La multiplicidad de estas transcripciones propias será siempre designada L_2, porque este lenguaje está contenido en L_3 [ver anexo nº 1].

Ahora bien proponemos introducir un conector monario de verdad que anotaremos $\vdash$ que forma parte de la morfología de nuestro lenguaje L_3 y a partir de aquí utilizaremos el carácter $\vdash$ para marcar en L_{3+1} las tesis de T_2 y de T_3 también puesto que L_2 es un sublenguaje de L_3 y que las tesis de T_2 son tesis de T_3 tomadas en tanto que transcripciones propias. De la misma manera recurriremos al carácter $\vdash\!\dashv$ para escribir en L_{3+1} la relación de equivalencia demostrable por T_3.

Después utilizaremos el conector de equivalencia lógica ($\Leftrightarrow$)[10] que será definido en este mismo lenguaje L_3 a fin de escribir la relación de equivalencia (si y solamente si) del metalenguaje L_{2+1}.

Estaremos entonces en condiciones de escribir explícitamente en nuestro lenguaje L_3 los enunciados de la forma

$$\vdash \text{trans}(P) \Leftrightarrow \text{trans}(P)$$

Por el hecho del empleo del functor trans ( ), este enunciado es dado aún aquí en el metalenguaje L_{3+1} que sirve para nuestro comentario, es entonces evidente que es eso también lo que vamos a resolver en L_3.

Antes de discutir la dificultad más patente que podemos encontrar en este estilo de estudio, proponemos remitir al lector a los elementos explícitos en nuestra construcción [ver anexo nº1] y no dar más que un comentario de ello en lo que viene ahora. La dificultad relativa a la integración en la sintaxis del metalenguaje del aspecto semántico del tratamiento de la verdad propio del lenguaje objeto nos hará aproximar *(approcher)* en acto una teoría de la lectura y de la escritura.

Pero para eso el lector deberá en primer lugar practicar con el cálculo explícito, experimentar y verificar el problema semántico, y apreciar los cambios de registro que se necesitan para el acto de leer, de escribir y así pues de releerse.

Construimos ahora el lenguaje L_3 (L_{n+1}) y la teoría T_3 en la cual desarrollaremos el comentario del lenguaje L_2 (L_n) y la teoría T_2 del cálculo proposicional de la lógica canónica clásica.

---

[10] Habrá que aprender a leer examinando con atención la diferencia en L_3 entre este conector y el conector definido por trans(p$\Leftrightarrow$q) que anotaremos más adelante ($\bullet \Leftrightarrow$).

IV

EL LENGUAJE DE LETRAS (LA LOGICA MODIFICADA EN UNA TOPOLOGIA DEL SUJETO)

Construimos el lenguaje L_3 y la teoría T_3 como un doble sistema formal, a la manera en que se procede para el cálculo canónico clásico de proposiciones (ver anexo nº 1 donde los datos suplementarios, propios de la modificación, están escritos en caracteres *itálicos*).

En el primer sistema formal gramatical L_3, introducimos una negación de un tipo nuevo: la llamaremos la *negación modificada*.

Además de las letras minúsculas

$$p, q, r, s, t\ldots$$

tendremos entonces tres caracteres primitivos.

Dos negaciones que serán interpretadas como conectores monarios,

uno se escribe $\neg$, el otro se escribe $\sim$.

La disyunción,

que se escribe $\vee$.

Esta segunda negación es la única modificación que introducimos en la lógica, pero es suficiente para nuestro propósito. Este material gráfico está sometido a principios formativos que son en número de cuatro, [ver anexo nº1].

Podemos pues formar enunciados del tipo siguiente:

$$p,\ q,\ (\neg\, p),\ (\sim p),\ (\neg\,(\sim p)),\ ((\neg\, p) \vee q),\ ((\sim p) \vee q),\ (\neg\,(\sim (\neg\, p \vee q))),$$
$$(\neg\,(p \vee (\sim p))),\ (\neg((\neg\,(\neg \sim p \vee p)) \vee (\neg\,(\sim p \vee \neg\, p))))$$

Como en lógica clásica introducimos caracteres abreviadores [ver anexo nº1]. He aquí algunos enunciados bien formados abreviados:

$$(p \wedge q),\ (p \Rightarrow q),\ (p \Leftrightarrow q),\ ((\neg\, p) \wedge (\neg\,(\sim p))),\ (p \Leftrightarrow (\sim p))$$

Añadimos tres abreviaciones propias del lenguaje L_3 de la lógica modificada. Son operadores monarios de esta lógica y un operador binario.

Una segunda negación modificada definida gracias a la primera

$$\overline{p} =_{def} (\neg\,(p \vee (\sim p))),$$

pero ella no es en ningún caso una modificación suplementaria[11]; y un operador monario que es definido gracias a las dos negaciones modificadas por la expresión siguiente:

[11] Adoptaremos una escritura específica para esta negación, cuando ella niegue una fórmula cuya longitud es importante. $(\ \overline{P}\ ) =_{def} {}^{-}(P)^{-}$. Por ejemplo, $(\ \overline{R}\ \overline{\vee}\ \overline{Q})$, cuando R designa $(\neg((\neg(\sim p)) \vee p))$ y Q

$$\vdash p =_{def} (p \Leftrightarrow (\sim \overline{p})).$$

Después otro carácter abreviador binario de esta lógica modificada

$$(p \vdash\!\dashv q) =_{def} (\vdash (\sim \sim (p \Leftrightarrow q) \vee \overline{(p \Leftrightarrow q)}))$$

Omitiremos, a partir de ahora, en la escritura de la lógica modificada, ciertos paréntesis, cuando esta omisión no comporte ninguna ambigüedad. Así la doble negación modificada (~(~P)) se escribirá (~~P) y reflejará así su aspecto de conector monario.

Construimos a continuación un segundo sistema formal T_3 con el fin de tratar de la deducción. Es decir de dar una versión sintáctica de la circulación de la verdad en este lenguaje. Los principios deductivos son los mismos que los de la lógica canónica clásica [ver anexo nº1 –tercera parte], y agregamos a los axiomas de la lógica clásica, un axioma[12] suplementario que rige el uso de la primera negación modificada:

$$\textbf{(lm5)} : (\sim p \Rightarrow (\sim q \Leftrightarrow \neg\, q))$$

En su versión demostrativa, esta lógica se revela susceptible de un tratamiento por doble trivialización [ver anexo nº 3] que hace aparecer efectivamente en ella algo que es en ella misma una doble lógica clásica que nos servirá aquí como metalenguaje de esta misma lógica canónica clásica.

Gracias a este procedimiento demostrativo, podemos probar su consistencia, pero esta lógica no es completa[13] en los diferentes sentidos del término que han sido dados [ver anexo nº1]. Recurriremos, en consecuencia, al carácter $\vdash$, a fin de poner índice exclusivamente a las tesis del sistema T_3 en el metalenguaje $L_{3+1.}$

El lector puede utilizar él mismo el procedimiento de la doble trivialización (ver anexo nº 3) para demostrar que las fórmulas de la lógica modificada que enumeramos ahora, y que van a servirnos a continuación en nuestra demostración son efectivamente tesis de T_3.

---

designa (¬ ((~ p) ∨ (¬ p))), se escribe ¯((¬ ((¬ (~ p)) ∨ p)) ∨ (¬ ((~ p) ∨ (¬ p))))¯. De la misma manera, ($\overline{\neg}$ $\overline{Q}$), cuando Q designa (¬ (~ (¬ p ∨ q))), se escribe ¯(¬ (¬ (~ (¬ p ∨ q))))¯.

[12] Debemos a A. Van Bellingen la formulación de este axioma que adoptamos de buen grado aquí. En su texto, construye un método deductivo propio de la lógica modificada llamado *principio de doble trivialización*, que utilizaremos en nuestras demostraciones [ver sobre este punto nuestro anexo nº3]. Principio deductivo que se escribe así:

(Pdm₃): Si (~ $\overline{p}$) entonces ((~ q ⇔ ¬ q) y (¬ $\overline{q}$)); y si (¬ ~ $\overline{p}$) entonces ((¬ ~ q) y ($\overline{q}$ ⇔ ¬ q)) y (~ $\overline{p}$ ≠ ¬ ~ $\overline{p}$)

[13] Otra suerte de completud puede ser definida para una interpretación semántica particular que determina la validez de la lógica así modificada. Esta interpretación presenta un gran interés para el discurso analítico por el hecho de que ella permite fundar en razón el matema A con el que se connota el Otro en mayúsculas, lugar necesitado por la palabra. Al proponer en acto la barra que afecta a este Otro, o sea ~~A,~~ esta semántica da razón de la problemática que comienza aquí del objeto en el psicoanálisis. Objeto fetiche, objeto *a*, objeto de la fobia, bajo su aspecto formal de letra, cuyo problema sigue siendo real por lo que respecta a su experimentación por el cuerpo.

Pequeño formulario de topología del sujeto:

(tm$_1$) - $\vdash [\neg (\sim\sim p \lor \overline{p}) \Leftrightarrow (\sim\sim (\neg p) \lor \overline{\neg}\ \overline{p})]$

(tm$_2$) - $\vdash [(\sim\sim ((\sim\sim p \lor \overline{p}) \lor (\sim\sim q \lor \overline{q}))) \Leftrightarrow (\sim\sim (p \lor q))]$

(tm$_3$) - $\vdash [\ {}^{=}((\sim\sim p \lor \overline{p}) \wedge (\sim\sim q \lor \overline{q}))^{=} \Leftrightarrow {}^{-}(p \lor q)^{-}\ ]$

(tm$_4$) - $\vdash (\vdash (\sim\sim p \lor \overline{p}) \Leftrightarrow p)$

(tm$_5$) - $\vdash ((\vdash (\sim\sim p \lor \overline{p}) \Leftrightarrow (\sim\sim p \lor \overline{p}) \Leftrightarrow \sim \overline{p})$

(tm$_6$) - $\vdash (\sim \overline{p} \Rightarrow ((\sim q \Leftrightarrow \neg q))$

(tm$_7$) - $\vdash (\sim \overline{p} \Rightarrow ((\sim q \Leftrightarrow \neg q) \wedge \neg \overline{q}))$

(tm$_8$) - $\vdash (((\sim\sim p \lor \overline{p}) \Leftrightarrow (\sim\sim p \lor \overline{p})) \Leftrightarrow (\overline{\sim}\ \overline{p}))$

(tm$_9$) - $\vdash (\overline{\sim}\ \overline{p} \Leftrightarrow \neg (\sim \overline{p}))$

(tm$_{10}$) - $\vdash (((\sim\sim p \lor \overline{p}) \Leftrightarrow \vdash (\sim\sim p \lor \overline{p})) \Leftrightarrow (\neg ((\sim\sim p \lor \overline{p}) \Leftrightarrow \vdash \neg (\sim\sim p \lor \overline{p}))))$

(tm$_{11}$) - $\vdash ((\vdash (\sim\sim p \lor \overline{p}) \Leftarrow | \Rightarrow (\sim\sim p \lor \overline{p}) \Leftrightarrow (\overline{\sim}\ \overline{p}))$

(tm$_{12}$) - $\vdash (\overline{\sim}\ \overline{p} \Rightarrow ((\overline{q} \Leftrightarrow \neg q) \wedge (\neg \sim q)))$

Después de este pequeño formulario un poco árido volvemos de nuevo a nuestra topología del sujeto.

En este metalenguaje L_3, podemos hacer la teoría de la asimilación, es decir comentar el tratamiento de la verdad en la lógica canónica clásica L_2T_2.

Para eso escribiremos en un lenguaje $L_{3\text{-}1}$ una teoría $T_{3\text{-}1}$ que le corresponde como un verdadero duplicado sintáctico, en un sentido que precisaremos eso dará lugar a una demostración. Añadiremos un axioma de asimilación **($L_{as\ 6}$)** a la teoría T_3 de su metalenguaje. Este axioma que formula la asimilación se expresará en el lenguaje L_3.

Calcularemos entonces lo que pasa en este momento preciso en L_3, T_3 **+ ($L_{as\ 6}$)**, para concluir acerca de la causalidad del lenguaje.

V

$L_{3\text{-}1}$ SUMERGIMIENTO DE L_2 EN L_3

Retomemos la conclusión en la que nos hemos detenido. Formulamos con Tarski dos exigencias mínimas necesarias para la escritura de la teoría de la asimilación en un metalenguaje L_3, a propósito de la teoría T_2 escrita en el lenguaje L_2.

Además de los principios lógicos usuales, tenemos que disponer en L_3:

1- de los propios enunciados de L_2 ,
2- del término que escribe que un enunciado determinado de L_2 es verdadero.

Comencemos por el primer punto. Con el fin de disponer en L_3 de los propios enunciados de L_2 , transcribimos los enunciados de L_2 en L_3 gracias al protocolo de transcripción siguiente:

(Trans $_0$) : Si p es una letra minúscula de L_2, la transcribimos $\cdot\, p =_{def} (\sim \sim p \vee \overline{p})$ que es una expresión de L_3.

(Trans $_1$) : Si P es transcrita $\cdot\, P$, entonces $(\neg P)$ se transcribe $(\cdot \neg \cdot P) =_{def} (\neg \cdot P)$

(Trans $_2$) : Si P y Q son transcritas $\cdot\, P$ y $\cdot\, Q$, entonces $(P \vee Q)$ se transcribe

$$(\cdot\, P \cdot\!\vee \cdot\, Q) =_{def} [\sim \sim (\cdot\, P \vee \cdot\, Q) \vee {}^{=}(\cdot\, P \wedge \cdot\, Q)]^{=}$$ [14]

Esta transcripción se hace según el análisis en árbol de los enunciados de L_2 [ver anexo nº 2] y da lugar a una correspondencia de un enunciado cualquiera P de L_2 con su transcripción impropia, que es un enunciado $\cdot\, P$ = trans. (P) de L_3.

Llamamos transcripción impropia a la transposición textual obtenida gracias a este protocolo. Esta transcripción impropia da lugar a un enunciado abreviado $\cdot\, P$ que se presenta como la duplicación textual del enunciado P en la cual las letras minúsculas y los conectores están provistos de un punto. Pero el protocolo nos dice más, puesto que define la expresión explícita de este enunciado $\cdot\, P$, escrito con letras y conectores de letras donde los puntos ya no aparecen.

Por ejemplo, el enunciado $(p \vee \neg q)$ deviene: $(\cdot\, p \cdot \dot{\vee}\ (\cdot \neg \cdot q))$
o sea en L_3 sin ninguna abreviación:

$$[\sim\sim ((\sim \sim p \vee \overline{p}) \vee (\neg (\sim \sim q \vee \overline{q}))) \vee {}^{=}((\sim\sim p \vee \overline{p}) \wedge (\neg (\sim\sim q \vee \overline{q})))^{=}]$$

Hablamos en este caso, de transcripción impropia, porque existe tal como lo hemos precisado y construido [ver anexo nº1] en L_3 una transcripción propia P de cada enunciado de L_2 o, para decirlo de otro modo, L_2 está contenido en L_3.

El lector puede darse cuenta ahora de la separación que existe entre la transcripción impropia que acaba de ser explicitada y la reescritura textual en L_3 de los enunciados de L_2, las letras minúsculas y los conectores no presentan ahí ningún punto.

Comenzaremos por reducir esta separación gracias a una primera demostración a propósito de L_3, pues no es en esta transcripción propia que haremos jugar el papel de la utilización en L_3 de los enunciados de L_2.

---

[14] La expresión ${}^{=}(P)^{=}$ escribe la expresión ${}^{-}({}^{-}(P)^{-})^{-}$.

Llamaremos $L_{3\text{-}1}$, a la multiplicidad de enunciados obtenida gracias a la transcripción impropia.

Esta situación es original, pues eso vuelve de nuevo a decir que entre los enunciados de L_3 encontramos los enunciados de L_2 por más de una razón, desde el punto de vista de la sintaxis[15]. Pero ¿qué sucede cuando es desde el punto de vista de la verdad, es decir de la deducción, y eso sin hablar del punto de vista semántico?

Antes de proseguir la construcción y responder a estas preguntas-cuestiones, aportemos una simplificación a nuestra práctica del lenguaje de $L_{3\text{-}1}$.

Simplificación en $L_{3\text{-}1}$ gracias a la deducción en T_3

Podemos introducir aquí una primera demostración con el fin de simplificar los enunciados. Se tratará de mostrar que si P es una fórmula de L_2, puede transcribirse textualmente como $\cdot$ P en L_3, de tal manera que su transcripción según el protocolo propuesto será en T_3 equivalente a una forma reducida. Eso viene a demostrar el teorema siguiente.

Teorema$_1$: Para toda fórmula P de L_2 podemos deducir en T_3 la tesis que admite ser abreviada como

$$\vdash [\cdot\, P \Leftrightarrow (\sim\sim P \vee \overline{P})].$$

Esta será nuestra primera demostración, y es nuestro primer punto.

Primera demostración:

Lo demostramos por recurrencia sobre la longitud de los enunciados.

1.0– La transcripción de L_2 en L_3 se hace según el análisis en árbol de los enunciados de L_2 [ver anexo nº2].

Llamaremos longitud del enunciado al número de piso que aparece en este árbol. Resumiremos la situación indexando los conectores de la fórmula analizada por la cifra de piso donde aparecen. La longitud del enunciado está dada por el número más elevado.

Damos un ejemplo con el enunciado que está abreviado en $(p \Leftrightarrow q)$ o sea:

$$\begin{array}{l} \neg\,(\neg\,(\,\neg\,p \vee q\,) \vee \neg\,(\,p \vee \neg\,q\,)\,) \\ 5\ \ 3\ \ \ 10\ 2\,0\ \ 4\ 3\ \ 0\ \ 2\,10 \end{array}$$

Este enunciado es de longitud 5.

Demostramos por recurrencia a partir de ahí nuestro teorema.

1.1 – En el rango 0, las letras minúsculas p, q, r, ... de L_2 son transcritas $\cdot$ p, $\cdot$ q, $\cdot$ r,..., o $\cdot\, p =_{def} (\sim\sim p \vee \overline{p})$ según (**Trans.$_0$**), el teorema está pues demostrado en este nivel.

[15] Habríamos podido utilizar otros protocolos de transcripción impropia, porque existen otros sublenguajes de L_3 que pueden transcribir L_2 desde un punto de vista sintáctico y prestarse a interpretaciones semánticas fáciles de construir. He aquí una entre otras:
(Trans 0): $\cdot\, p =_{def} \sim\sim p$; (Trans 1): $(\cdot\, \neg \cdot P) =_{def} (\sim \cdot\, P)$; (Trans 2): $(\cdot\, P \cdot \vee\ \cdot\, Q) =_{def} [\sim\sim(\cdot\, P \vee \cdot\, Q^{\cdot})]$.
Consideraremos a continuación seis presentaciones de L_2 en L_3.

1.2. – Pasamos del nivel 0 al nivel 1 por (**Trans.$_1$). o** (**Trans.$_2$**).

1.2.a).- Ahora bien trans. $(\neg p)$ se escribe $\cdot \neg \cdot p =_{def} \neg \cdot p$ según (**Trans$_1$**). Así trans. $(\neg p) =_{def} (\neg (\sim\sim p \vee \overline{p})$, y disponemos en T_3 del teorema siguiente

$$(\mathbf{tm_1}) \vdash [\neg (\sim\sim p \vee \overline{p}) \Leftrightarrow (\sim\sim (\neg p) \vee \overline{\neg}\ \overline{p})]$$

Entonces Trans. $(\neg p) \Leftrightarrow (\sim\sim (\neg p) \vee \overline{\neg}\ \overline{p})$. la equivalencia que demostramos por recurrencia está verificada en este caso.

1.2.b).- Y, trans $(p \vee q)$ se escribe
$\cdot p \cdot\!\vee \cdot q =_{def} [\sim\sim (\cdot p \vee \cdot q) \vee {}^{=}(\cdot p \wedge \cdot q)^{=}]$,

según (**Trans$_2$**). Ahora bien disponemos en L_3 de las tesis siguientes:

1.2.b).α. - Para el primer término de la expresión de trans $(p \vee q)$ tenemos:

$$\vdash [(\sim\sim (\cdot p \vee \cdot q)) \Leftrightarrow (\sim\sim (p \vee q))]$$

por el hecho de que esta expresión se escribe más exactamente:

$$(\mathbf{tm_2}) \vdash [(\sim\sim ((\sim\sim p \vee \overline{q}) \vee (\sim\sim q \vee \overline{q}))) \Leftrightarrow (\sim\sim (p \vee q))]$$

1.2.b).β.- Para el segundo término de la expresión de trans $(p \vee q)$ disponemos de:

$$\vdash [\ {}^{=}(\cdot p \wedge \cdot q)^{=} \Leftrightarrow {}^{-}(p \vee q)^{-}\ ]$$

que se escribe sin abreviación:

$$(\mathbf{tm_3}) \vdash [{}^{=}((\sim\sim p \vee \overline{p}) \wedge (\sim\sim q \vee \overline{q}))^{=} \Leftrightarrow {}^{-}(p \vee q)^{-}]$$

para volver a encontrar la expresión de

$$\text{trans } (p \vee q) \Leftrightarrow [(\sim\sim p \vee q) \vee {}^{-}(p \vee q)^{-}]$$

la equivalencia que queremos demostrar está también verificada en este caso.
Esto acaba la demostración del comienzo de la recurrencia.

1.3.- Si al rango n trans.(P) = $(\sim\sim P \vee \overline{P})$, como no pasamos del rango n al rango n+1 más que por (**Trans.$_1$**) o por (**Trans.$_2$**) en virtud de las dos tesis utilizadas precedentemente y del principio de sustitución, estamos seguros de que nuestro teorema está demostrado.

N.T.E.D.

A partir de aquí, nuestras demostraciones van a ser simplificadas gracias a este teorema.

Insistiremos aún sobre el hecho de que $\cdot$ P en su formulación abreviada, es P con puntos a la izquierda de cada letra minúscula y cada conector, lo que nos asegura con $L_{3\text{-}1}$ una perfecta duplicación de la sintaxis del cálculo proposicional clásico L_2.

Ahora bien · P siendo de hecho una expresión de L_3, tenemos que considerar el alcance de verdad dado a semejante enunciado por T_3, u otras equivalencias significativas producidas por esta teoría escrita con L_3.

En estas condiciones, queremos también asegurarnos, de que disponemos adecuadamente, con este sumergimiento $L_{3\text{-}1}$, bajo su aspecto lógico, por ejemplo con una teoría $T_{3\text{-}1}$, de una perfecta duplicación del cálculo de proposiciones de la lógica canónica clásica.

Por otra parte, no olvidemos que buscamos formalizar en L_3, T_3 el empleo del operador de verdad empírica de L_{2+1}.

Pasemos pues ahora a la escritura de la verdad en estos datos.

VI

LA VERDAD EN ESTA TOPOLOGÍA

Para responder a nuestro segundo punto, recurriremos a un operador, o conector monario, de verdad que debe cumplir la función de decir que “x es verdadero en la situación s” en $L_{3\text{-}1}$ para una interpretación supuesta transpuesta del cálculo de L_2 y de una semántica eventual.

Demostramos ahora que no será necesario definir la validez de las fórmulas de nuestro sumergimiento $L_{3\text{-}1}$ para alcanzar este resultado. Esta prueba se apoya en un argumento que nos vale un primer recordatorio.

0-. No olvidemos que L_2, T_2 es una lógica deductiva consistente y completa, cuya semántica de la validez que refuerza aún más estas características, podemos definir. Disponemos del aspecto semántico y deductivo coherente de la verdad en este sistema y hemos definido bien el empleo del carácter único $\vdash$ P

Subrayemos que no sabemos todavía por qué razón un enunciado de $L_{3\text{-}1}$ es una tesis puesto que no hemos ni siquiera, de momento, definido la teoría $T_{3\text{-}1}$. Vamos a mostrar que esta definición es superflua por el hecho de que disponemos ya de un procedimiento que responde de la verdad necesaria en este sistema. Todavía es necesario mostrarlo.

Hagámoslo ahora definiendo el empleo de un nuevo carácter del metalenguaje L_{3+1}, sea $\cdot \vdash$.

$T_{3\text{-}1}$, la verdad lógica de esta sumersión.

1.- Podemos definir en efecto para $L_{3\text{-}1}$, la teoría $T_{3\text{-}1}$ en el sentido de un sistema deductivo, o sea las condiciones de deducción de $\cdot$ P como tesis sin recurrir a ninguna interpretación semántica. Es decir introducir un nuevo carácter $\cdot \vdash$ bien definido para escribir $\cdot \vdash \cdot$ P en el lugar de la expresión: “$\cdot$ P es una tesis de $L_{3\text{-}1}$, $T_{3\text{-}1}$”. Sin buscar saber lo que eso quiere decir, ni en ese sistema, ni en L_3, T_3, de otro modo que eso quiere decir que existe una deducción que conduce por el empleo de principios demostrativos de los axiomas a $\cdot$ P.

Es suficiente con tomar los principios demostrativos de T_2 pero transpuestos de las fórmulas de L_2 a las fórmulas de $L_{3\text{-}1}$:

Trans(pd_1) – el *modus ponens*:

$$\text{si} \cdot \vdash \cdot P \text{ y si} \cdot \vdash (\cdot P \Rightarrow \cdot Q) \text{ entonces} \cdot \vdash \cdot Q$$

Trans(pd_2) – la sustitución:

$$\text{si} \cdot \vdash \cdot P \text{ entonces} \cdot \vdash (\cdot Q \mid \cdot p) \cdot P.$$

Donde, $(\cdot\, Q \mid \cdot\, p) \cdot P$, es la fórmula obtenida reemplazando en $\cdot$ P todas las ocurrencias de una misma letra $\cdot$ p de esta expresión por una misma fórmula $\cdot$ Q.

Y como axiomas tomaremos las transcripciones impropias de los axiomas de T_2, **Trans (lc_i)** con **i = 1 a 4.**

Sabemos que las derivaciones se hacen de manera puramente sintáctica y serán por consiguiente en $T_{3\text{-}1}$ las mismas que en T_2 aunque tratando de las transcripciones de las fórmulas de L_2. Sólo la presencia o ausencia de puntos marca el cambio de un sistema a otro.

Esta observación importante es muy simple, y puede parecer fácil, pero por este hecho el carácter $\cdot\vdash$ no es definido aquí como un carácter en L_3.

2.– Así como para el aspecto sintáctico de nuestro sumergimiento, este aspecto deductivo es susceptible de una fuerte simplificación gracias a un teorema.

Teorema$_2$: Para una fórmula cualquiera P de L_2 podemos marcar $\cdot\vdash\cdot$ P la fórmula $\cdot$ P que le corresponde en $L_{3\text{-}1}$, $T_{3\text{-}1}$ si y solamente si podemos marcarla $\vdash$P en L_3, T_3.

Segunda demostración:

2.1.- Como acabamos de hacerlo observar las derivaciones se hacen de manera puramente sintáctica.

Ellas serán, por consiguiente en $L_{3\text{-}1}$, $T_{3\text{-}1}$, las duplicaciones exactas, término a término, de las derivaciones en L_2, T_2 aunque tratando de fórmulas de $L_{3\text{-}1}$.

Así podemos afirmar que para una fórmula P de L_2 podremos señalar la fórmula $\cdot$ P correspondiente de ($L_{3\text{-}1}$, $T_{3\text{-}1}$) de tal manera que $\cdot\ \vdash\cdot$ P se escriba en L_{3+1}, si y solamente si podemos marcar P como tesis de L_2, T_2 de tal manera que $\vdash$P se escriba en L_{3+1} .

Esto consiste en decir que cada vez que una fórmula P de L_2 es una tesis de T_2 su transposición $\cdot$ P es susceptible de ser tomada en un enunciado $\cdot\ \vdash\cdot$ P que escribe que la fórmula $\cdot$ P de ($L_{3\text{-}1}$, $T_{3\text{-}1}$) es una tesis de $T_{3\text{-}1}$ es necesario y suficiente producir la fórmula P de L_2 correspondiente, disponemos de un procedimiento para eso con la doble trivialización [ver anexo nº 3] y decidir sobre su valor de tesis en L_2, T_2.

2.2.- Y esta adquisición de sentido en (L_2, T_2) resulta formulable como siendo de (L_3, T_3).

Para cualquier fórmula P de (L_2, T_2) podemos marcar $\vdash$P la fórmula en L_{3+1} si y solamente si podemos marcar $\vdash$ P como tesis de (L_3, T_3).

De donde estamos seguros de que nuestro teorema está demostrado.

N.T.E.D.

Podemos pues hablar de ($L_{3\text{-}1}$, $T_{3\text{-}1}$) y probar que ellas son sus tesis. Esta lógica es consistente y completa en el sentido sintáctico y deductivo que hemos dado de estos términos, pero no disponemos para ella de interpretación semántica. Vamos a mostrar que podemos prescindir de ello si nuestra referencia es siempre (L_2, T_2).

Los dos puntos de vista sintáctico y deductivo de una parte y la asimilación primera[16] que se encuentra más acá de la duplicación sintáctica nos permitiremos hablar

---

[16] Como los hacíamos observar en apartado del conector $\vdash_S$ que es susceptible de una interpretación sintáctica, pero que entonces sufre una asimilación primaria necesaria en (L_2, T_2).

en lo que concierne a ($L_{3\text{-}1}$, $T_{3\text{-}1}$) de la más perfecta traducción de (L_2, T_2) en (L_3, T_3) ya que se trata de la misma cosa. Hablamos a este propósito de sumergimiento.

Después de la verdad lógica de nuestro sumergimiento pasamos a la verdad en situación y sobre todo la manera de marcar las fórmulas en función de esta verdad particular.

Asimilación primaria que hemos renunciado a destacar ya que no estamos seguros de tratar de la lógica canónica que necesita esta primera asimilación si es definida por (L_2, T_2).

El conector $\cdot \vdash_s$ de verdad en situación existe ya en la sintaxis de nuestro lenguaje $L_{3\text{-}1}$ puesto que es suficiente definirlo mediante una de las transcripciones impropias con una expresión equivalente en (L_2, T_2) a la afirmación p. Damos aquí dos ejemplos:

$$[\cdot \vdash_S \cdot\, p =_{def} (p \Leftrightarrow (q \vee \neg q))\,]$$

$$\text{o} \quad [\cdot \vdash_S \cdot\, p =_{def} (\cdot \neg (\cdot \neg \cdot\, p))]$$

Podremos demostrar entonces, mediante un cálculo en L_3 , el teorema siguiente:

Teorema: en un caso cualquiera en que $\cdot \vdash_S \cdot\ p$ es una transcripción impropia de una fórmula equivalente en (L_2 , T_2) a la afirmación p podemos deducir en T_3 la tesis que admite ser abreviada en

$$\vdash [\cdot \vdash_S \cdot\, p \Leftrightarrow \cdot\, p]$$

Dejamos la demostración para el lector no sin advertirle que la equivalencia lógica escrita en esta fórmula no comporta punto, está escrita en L_3 y debe deducirse en T_3.

VII

LA FORMALIZACIÓN DEL MARCADOR DE LA VERDAD EMPÍRICA

Volvemos a nuestro segundo punto con una definición cuya pertinencia probaremos con el fin de nuestro propósito.

3.– Buscamos traducir el marcaje de la verdad en situación por un conector monario definido de L_3

Ahora bien disponemos de un símbolo abreviador, por haberlo definido antes, que es un operador monario en el metalenguaje L_3:

$$\vdash p =_{def} (p \Leftrightarrow \sim \overline{p})$$

Necesitamos discutir el uso que puede hacerse, con el fin de escribir una fórmula de L_2 que ella es verdadera en una situación s de T_2, tal que ella se transponga para ($L_{3\text{-}1}$, $T_{3\text{-}1}$) lo que nosotros anotaremos $\cdot \vdash_S \cdot P$; pero teniendo en cuenta que se trata de una sumergimiento en L_3, T_3.

Nosotros podemos formar siempre en L_3 enunciados del tipo siguiente:

$$\vdash \cdot P$$

y considerar el alcance de verdad de este enunciado en T_3. Esto puede hacerse mediante equivalencias en (L_3, T_3).

4.- Podemos empezar por comparar por la equivalencia tautológica en (L_3, T_3) las fórmulas $\vdash \cdot P$ con las fórmulas P.

$$\text{Sea } [P \dashv\vdash\ \vdash \cdot P]\text{, es decir } \vdash [(\vdash \cdot P \Leftrightarrow P)]$$

5-. Para eso partimos de una fórmula de L_3:

$$\vdash [(\vdash \cdot p \Leftrightarrow P)]$$

esta fórmula que utilizamos para probar la pertinencia semántica de nuestro operador monario de verdad vale para:

$$\textbf{(tm}_4\textbf{) -}\ \vdash ((\vdash (\sim\sim p \vee \overline{p}) \Leftrightarrow P)$$

que es verificada por el hecho de que disponemos de ella en T_3 como tesis.

6.- Por **(pd$_2$)** la sustitución que define T_3, de P a p en esta fórmula, ella nos da:

$$(P \mid p) [\vdash (\sim \sim p \vee \overline{p}) \Leftrightarrow p]$$

o sea

$$[\vdash (\sim \sim p \vee \overline{p}) \Leftrightarrow P]$$

y gracias a nuestro **Teorema 1**, podemos leer que esta última tesis vale para

$$\vdash [(\vdash \cdot P \Leftrightarrow P)]$$

que es la fórmula pedida.

Estamos seguros así, por sustitución en T_3 y habida cuenta de nuestro **Teorema 1**, que la equivalencia tautológica en T_3 que buscábamos establecer está verificada.

Pero podemos demostrar más precisamente en nuestro comentario, que el operador monario $\vdash$ definido en L_3 aplicado a una fórmula de $L_{3\text{-}1}$ o sea $\vdash \cdot$ P tiene efectivamente como función marcar que esta fórmula de L_{3-1} es verdadera para una situación s de una supuesta interpretación coherente con las deducciones de T_{3-1} es decir escribir la expresión $. \vdash_S \cdot P$.

Esto consiste en demostrar el teorema siguiente:

Teorema₃: Para una fórmula cualquiera $\cdot$ P de L_{3-1},

$$\vdash \cdot P \text{ si y solamente si } \cdot \vdash_S \cdot P$$

Tercera demostración:

3.1.- Podemos dar un alcance más preciso a nuestro operador monario $\vdash$ definido en L_3, demostrando que en el caso de una tesis $\cdot$ P de T_{3-1}, recordemos que es una fórmula de L_3 de la cual no sabemos si es una tesis de T_3, este operador aplicado a esta fórmula de L_{3-1}, transformándola en $(\vdash \cdot P)$, tiene como función transformarla en una tesis de T_3.

Esto retomando la equivalencia que acabamos de establecer:

$$\vdash [(\vdash \cdot P \Leftrightarrow P)],$$

podemos escribir en nuestro metalenguaje L_{3+1}:

$$\vdash (\vdash \cdot P) \text{ si y solamente si } \vdash P$$

Hemos admitido esta suerte de distributividad del carácter $\vdash$, practicable en L_{3+1}, a pesar de las reservas en la discusión sostenida más arriba a propósito de los métodos de lógica.

3.2.- Así según nuestro **Teorema₂**, podemos sustituir $\cdot \vdash \cdot P$ a $\vdash P$, anotando siempre que hablamos de la deductibilidad de $\cdot$ P en T_{3-1} en lugar de deductibilidad de P en T_3.

$$\vdash (\vdash \cdot P) \text{ si y solamente si } \cdot \vdash \cdot P$$

3.3.- A partir de esta expresión formulamos así nuestro razonamiento con el fin de que se preste a un casi cálculo.

-. La expresión $\vdash (\vdash \cdot P)$ escribe que para toda situación s de una interpretación coherente con T_3 ($\vdash \cdot P$ es verdadera en esta situación s).

-. La expresión $\cdot \vdash \cdot P$ escribe que para toda situación s de una interpretación coherente con T_{3-1} ($\cdot$ P es verdadera en esta situación s)

3.4.- Una interpretación coherente con T_{3-1} es coherente con T_3, pues no olvidemos que hacemos depender la deducción en T_{3-1} de la deducción en T_2 y por tanto de la deducción en T_3.

3.5.- Podemos concluir en nuestro comentario la equivalencia:

($\vdash \cdot$ P es verdadera en esta situación s)
si y solamente si
($\cdot$ P es verdadera en esta situación s)

O sea, lo que se escribe:

$$\vdash_S (\vdash \cdot P) \text{ si y solamente si } \cdot \vdash_S \cdot P$$

3.6.- Ahora bien decíamos hacer lógica como todo el mundo en (L_3,T_3), disponemos pues de la asimilación del enunciado $\vdash_S$ ($\vdash \cdot$ P) a la fórmula ($\vdash \cdot$ P) sea la equivalencia de la asimilación en (L_3, T_3),

$\vdash_S$ ($\vdash \cdot$ P) si y solamente si ($\vdash \cdot$ P)

Podemos pues concluir por transitividad de la relación de equivalencia con

($\vdash \cdot$ P) si y solamente si $\cdot \vdash_S \cdot$ P

que dice bien que el operador monario que proponemos marca bien delante de $\cdot$ P que este enunciado es verdadero en una situación s coherente con T_{3-1} en $T_{3.}$

De donde estamos seguros de que nuestro teorema está demostrado.

N.T.E.D.

Este es nuestro segundo punto

VIII

LA ASIMILACIÓN AL FIN FORMALIZADA

En esta parte del texto, adoptamos la actitud del lógico cuando tratamos de la teoría T_3 escrita en el lenguaje L_3.

Es decir que escribimos exclusivamente tesis de T_3 y que por consiguiente no utilizamos carácter en L_{3+1}, lo que indica que tales enunciados son tesis de T_3. En cambio si por casualidad tuviéramos necesidad de citar un enunciado de L_3 que no sea una tesis de T_3 lo indicaremos esta vez recurriendo a un asterisco[17] situado ante la fórmula así descartada.

En estas condiciones, vamos a comentar en L_3 la teoría T_{3-1} escrita en el lenguaje L_{3-1}. Por el momento, provisto de los elementos y de las demostraciones anteriores, estamos en condiciones de indicar en el lenguaje de comentario L_3, que un enunciado del lenguaje L_{3-1} es una fórmula verdadera en una situación particular s coherente con la teoría T_{3-1} por el empleo de un carácter $\vdash$, bien definido en L_3.

Estudiamos y discutimos este uso en la teoría T_3, puesto que es el lugar desde donde situamos nuestra explicación.

Estableceremos la consecuencia principal de la decisión de adoptar la asimilación para la teoría T_{3-1}. Actitud que llevará a dispensarse del empleo del carácter $\vdash$, una vez establecida la asimilación como un axioma suplementario, pero aquí al fin expresado por su formalización en (L_3, T_3).

Retomemos una fórmula de L_2, o sea P. La transcribimos de manera impropia en una fórmula de L_{3-1} o sea $\cdot$ P $=_{def}$ trans. P.

1 – disponemos de ella en L_3, o sea $\cdot$ P.

2 – disponemos del operador de verdad empírica coherente con T_{3-1}, o sea $\vdash \cdot$ P en L_3, donde nos encontramos igualmente un conector de equivalencia, $\Leftrightarrow$.

Podemos pues escribir el esquema de asimilación, aquí formulado en L_{3+1}

$$*[\vdash \cdot P \Leftrightarrow \cdot P]$$

que puede escribirse para todas las fórmulas $\cdot$ P de L_{3-1}, transcripción de una fórmula P de L_2.

Por ejemplo, escribir efectivamente en L_{3+1} el enunciado de L_3

$$*[\vdash (\cdot\, q \vee \cdot\, r) \Leftrightarrow (\cdot\, q \vee \cdot\, r)]$$

este tipo de enunciado sintácticamente correcto y bien definido, para toda fórmula de L_2, y así pues de L_{3-1}. Hay una infinidad de ellas.

---

[17] Como ya señalamos, nos unimos así a la práctica que se ha hecho corriente desde N. CHOMSKY en lingüística y que permite, gracias a este procedimiento del asterisco, exhibir enunciados agramaticales, incluso decididamente inaceptables en el corpus de referencia estudiado.

Vamos a resolver esta infinitud gracias a la sustitución **(pd_2)**.

El principio de sustitución nos asegura que podemos escribir en L_3 el axioma de asimilación a propósito de $T_{3\text{-}1}$, por la fórmula

$$*(\vdash \cdot\, p \Leftrightarrow \cdot\, p),$$

pues ella dará el esquema de axioma anterior mediante esta sustitución, pero esta nos da mucho más, puesto que ella puede extenderse a todas las fórmulas de L_3[18].

Pero obtendremos el esquema de axioma propuesto en todos los casos que nos interesa adoptando

$$(\mathbf{L_{as\,6}}) : (\vdash \cdot\, p \Leftrightarrow \cdot\, p)$$

escrito en L_3 como axioma suplementario en la teoría T_3, para producir el metalenguaje de la teoría $T_{3\text{-}1}$, o sea el lenguaje L_3 provisto de la teoría T_3 con la asimilación ($\mathbf{T_{as}}$).

Mediante esta precisión, la asimilación es expresada por el axioma suplementario **($\mathbf{L_{as\,6}}$)** de una subteoría de T_3 escrita en L_3, la teoría:

$$\mathbf{T_{as}} = (T_3 + \mathbf{L_{as\,6}})$$

con

$$(\mathbf{L_{as\,6}}) : (\vdash \cdot\, p \Leftrightarrow \cdot\, p).$$

cuyos principios deductivos son los de T_3: **(pd_1)** y **(pd_2).**

Debemos ahora estudiar las consecuencias de la escritura de esta teoría de la asimilación $\mathbf{T_{as}}$ obtenida por adjunción de este axioma a los axiomas de T_3.

[18] Como esta asimilación no es legítima más que en $T_{3\text{-}1}$ puede tentarnos hacer una teoría con asimilación más fuerte adoptando el axioma:

$$P \text{ está en } L_2 \text{ y } (P \mid p)\ (\vdash \cdot\, p \Leftrightarrow \cdot\, p)$$

que restringe el alcance de esta asimilación, pero que está también escrito en L_{3+1}.

IX

TRANSPARENCIA (LA TEORIA CON ASIMILACIÓN ESCRITA EN EL LENGUAJE DE LETRAS)

Desarrollamos las consecuencias de la teoría con asimilación $\mathbf{T_{as}}$, así definida.

Para esta nueva teoría, no utilizaremos un nuevo carácter, que indica que las expresiones son deducidas en $\mathbf{T_{as}}$. Emplearemos siempre el asterisco si tenemos que escribir enunciados que no sean tesis o que no son sintácticamente correctos.

Mostramos lo que adviene de la lógica modificada (L_3, T_3), cuando se convierte en (L_3,$\mathbf{T_{as}}$), la teoría con asimilación por el hecho de agregarle este axioma suplementario **($\mathbf{L_{as\,6}}$)**.

Teorema 4: Adoptar de entrada la asimilación trivializa la lógica modificada identificando la teoría con asimilación a la lógica canónica clásica.

Para escribirlo de otra manera: (L_3, $\mathbf{T_{as}}$) = (L_2, T_2).

Cuarta demostración:

4.1.- Establecer de entrada la asimilación es adoptar el axioma **($\mathbf{L_{as\,6}}$)**

$$(\vdash \cdot\, p \Leftrightarrow \cdot\, p)$$

Ahora bien

$$((\vdash \cdot\, p \Leftrightarrow \cdot\, p) \Leftrightarrow \sim \overline{p}),$$

pues, en T_3, encontramos

$$\textbf{(tm}_5\textbf{)} - \ ((\vdash (\sim\sim p \vee \overline{p}) \Leftrightarrow (\sim\sim p \vee \overline{p}) \Leftrightarrow \sim \overline{p}).$$

4.2.- Así, en $\mathbf{T_{as}}$ obtenemos por despeje **($\mathbf{pd_1}$)** la tesis:

$$\sim \overline{p}$$

ya que el axioma **($\mathbf{L_{as\,6}}$)** es la primera parte del enunciado de T_3.

4.3.- Pero según **($\mathbf{L_{m\,5}}$)** por sustitución **($\mathbf{pd_2}$)** de $\overline{p}$ a p, obtenemos en T_3

$$(\overline{p} \mid p) (\sim p \Rightarrow (\sim q \Leftrightarrow \neg\, q)$$

o sea

$$(\sim \overline{p} \Rightarrow (\sim q \Leftrightarrow \neg\, q).$$

4.4.- Y por despeje **($\mathbf{pd_1}$)** en $\mathbf{T_{as}}$ la tesis:

$$(\sim q \Leftrightarrow \neg\, q)$$

que nos dice bien que la única modificación de la lógica canónica clásica que hemos introducido, la primera negación modificada, equivale a la negación clásica en esta teoría con asimilación.

En estas condiciones, la teoría con asimilación (L_3,$\mathbf{T_{as}}$), es el cálculo de proposiciones de la lógica canónica clásica (L_2, T_2).

N.T.E.D.

Hablaremos de la trivialización de la lógica modificada como consecuencia del axioma **($\mathbf{L_{as\,6}}$)**.

Donde se ve que lo que llamamos trivialización de la topología del sujeto en lógica canónica clásica es más exactamente una consecuencia de los axiomas **($\mathbf{L_{as\,6}}$)** y **($\mathbf{L_{m\ 5}}$)**, éste caracterizando esta topología del sujeto. Este axioma **($\mathbf{L_{m\ 5}}$)** produce la abolición de la modificación desde el encuentro de un enunciado que comienza por la negación modificada, lo que es le caso en la teoría con asimilación por el hecho del axioma **($\mathbf{L_{as\,6}}$)**.

Teorema 5: Esta trivialización de la teoría $\mathbf{T_{as}}$ es doble.

Quinta demostración:

5.1.- Disponemos en T_3 de la tesis siguiente

$$(\mathbf{tm_7}) - \quad (\sim \overline{p} \Rightarrow ((\sim q \Leftrightarrow \neg\, q) \wedge \neg\, \overline{q}))$$

5.2.- Esta expresión produce bien la precisión suplementaria que llamamos doble trivialización, pues podemos deducir de ella por una serie de despejes,

$$(\neg\, \overline{q})$$

que dice que la segunda negación modificada se encuentra trivializada en otro sentido que la primera, puesto que ella es rechazada como dando lugar a una necesaria antilogía.

Para resumir diremos en (L_3, $\mathbf{T_{as}}$):

La primera negación modificada se identifica con la negación clásica ($\sim q \Leftrightarrow \neg\, q$).

La segunda negación modificada es identificada con la antilogía clásica $\neg\, \overline{q}$.

N.T.E.D.

Teorema 6: El riesgo de paradoja descubierto por Tarski es apartado en (L_3, $\mathbf{T_{as}}$), donde da lugar a una antilogía.

Sexta demostración:

6.1.- Es necesario señalar, a propósito de la paradoja puesta de relieve por Tarski, que podemos escribir en L_3

$$*(\cdot\, p \Leftrightarrow\ \vdash \cdot \neg \cdot p).$$

Esto es escribir que un enunciado es equivalente al enunciado que dice que es él mismo falso, como en el caso que hemos construido, como título de un parágrafo que enunciaba que era él mismo, este título, falso.

Ahora bien este enunciado no es una tesis ni de T_3 ni de $\mathbf{T_{as}}$.

6.2.- Por el contrario disponemos en T_3 del enunciado siguiente que abrevia **($\mathbf{tm_8}$):** $((\cdot\, p \Leftrightarrow\ \vdash \cdot \neg \cdot p) \Leftrightarrow (\ \overline{\sim}\ \overline{p}))$

Es necesario ver cuales son los avatares de esta expresión o de su equivalente $(\sim\ \overline{p})$ a través de la trivialización de la lógica modificada en lógica clásica.

6.3.- Así la fórmula de L_3 que provoca la paradoja aislada por Tarski

$$*(\cdot\, p \Leftrightarrow\ \vdash \cdot \neg \cdot p)$$

corresponde pues por equivalencia a una fórmula $*(\ \overline{\sim}\ \overline{p})$ de la que acabamos de decir que la trivialización la vacía, puesto que la asimilación nos ha hecho concluir en:

$$\neg\ \overline{q}$$

o sea por sustitución **($\mathbf{pd_2}$)** de ~p a q:

$$(\sim p \mid q)\ \ \neg\ \overline{q}$$

es decir

$$\neg\ (\ \overline{\sim}\ \ \overline{p})$$

La fórmula que asimila una fórmula a la fórmula que dice que esta fórmula es falsa, es pues una antilogía en $\mathbf{T_{as}}$ por el hecho de la doble trivialización.

N.T.E.D.

Esto corresponde bien al efecto de paradoja de este tipo de enunciado en lógica clásica (L_2, T_2). Debe ser pues eliminado.

7.0. - Pero en nuestra lógica (L_3, T_3), podemos afinar la relación que existe entre la asimilación y el hecho de volver a encontrar ($L_{3\text{-}1}$, $T_{3\text{-}1}$), una fórmula que dice de ella misma que es falsa. O sea, en L_3 las fórmulas

$$*(\cdot\, p \Leftrightarrow\ \vdash \cdot\, p) \text{ y } *(\cdot\, p \Leftrightarrow\ \vdash \cdot \neg \cdot p)$$

Puesto que son contrarias una de la otra, pues:

$$((\cdot\, p \Leftrightarrow\ \vdash \cdot\, p) \Leftrightarrow \neg\,(\cdot\, p \Leftrightarrow\ \vdash \cdot \neg \cdot p))$$

por el hecho de que en T_3

($\mathbf{t_{m10}}$) – $(((\sim\sim p \vee \overline{p}) \Leftrightarrow\, \vdash (\sim\sim p \vee \overline{p})) \Leftrightarrow (\neg\,((\sim\sim p \vee \overline{p}) \Leftrightarrow\, \vdash \neg\,(\sim\sim p \vee \overline{p}))))$

Pero podemos intentar escribir en este lenguaje una teoría donde esta situación se encuentra contrariamente a la asimilación de una fórmula en la fórmula que dice que esta es verdadera.

Es la teoría con desasimilación lo que estudiamos ahora.

X

ANTITRANSPARENCIA
(LA TEORIA CON DESASIMILACIÓN ESCRITA EN EL LENGUAJE DE LETRAS)

La teoría $\mathbf{T_{desas}}$ que adopta además de los axiomas de T_3 el axioma de desasimilación o sea la negación de $(\mathbf{L_{as\ 6}})$ en lugar de $(\mathbf{L_{as\ 6}})$

$$(\mathbf{L_{desas\ 6}}) : (\vdash \cdot\ p \Leftarrow\mid\Rightarrow \cdot\ p)$$

y los principios deductivos **(pd$_1$)** y **(pd$_2$)** de T_3.

Esta teoría puede escribirse en le lenguaje L_3 y no es contradictoria en nuestra lógica.

Llamaremos a esta teoría la antilógica canónica clásica, y vemos que acompaña en nuestra topología del sujeto, a la lógica canónica clásica como su sombra.

Su axioma propio nos dice que el enunciado que dice que un enunciado es verdadero, es diferente del propio enunciado. O sea que

"la nieve es blanca" es verdadero es diferente de la nieve es blanca

lo que es un mínimo.

Pero el rechazo de esta anti-lógica se aclara por el hecho de que en esta lógica, extremadamente sucinta puesto que es binaria, este axioma puede ser también interpretado como

$$(\mathbf{L_{desas\ 6}}) : (\vdash \cdot\ p \Leftrightarrow \neg \cdot\ p)$$

que parece decir también que

"la nieve es blanca" es verdadero si y solamente si la nieve no es blanca

lo que es un poco fuerte.

Esto implica admitir en contra de Aristóteles, que se puede escribir de manera coherente, como se lo hace notar Sade a Kant, y como nosotros se lo hacemos notar a Quine, si adoptamos una lógica canónica clásica por el hecho de su simplicidad y que además se escribe de manera coherente, podemos también escribir con toda simplicidad y de manera coherente

Decir de lo que es que no es
o decir de lo que no es que es, es verdadero,
mientras que decir de lo que es que es
o decir de lo que no es que no es, es falso

Para tranquilizar al lector, gracias a esta involución, podemos sacarle de este atolladero interpretando el signo que decía hasta aquí que tal enunciado era verdadero como siendo interpretable en la desasimilación, como el signo que dice que tal enunciado es falso.

Pero queda que este operador subraya separándolas las transcripciones de los enunciados tautológicos de la lógica canónica clásica, cuando se recurre al carácter que especifica la tesis del lenguaje L_3 en su metalenguaje.

Estudiamos ahora el efecto dinámico de esta opción bajo el aspecto de un teorema.

Pasamos así al último resultado que queremos dar aquí hasta tal punto puede parecer sorprendente a primera vista. Es cierto que después de la reflexión no lo es tanto como parece.

Teorema 7: Adoptar de entrada la desasimilación trivializa la lógica modificada identificando su teoría con desasimilación con la lógica canónica clásica.

Para escribirlo de otra forma: (L_3, $\mathbf{T_{desas}}$) = (L_2, T_2) y esta trivialización es doble.

Última demostración:

7.1.- Establecer de entrada la desasimilación, es adoptar el axioma **($\mathbf{L_{desas\,6}}$)**:

$$(\vdash \cdot\, p \Leftarrow \mid\Rightarrow \cdot\, p)$$

ahora bien disponemos en T_3 del enunciado siguiente que abrevia **($\mathbf{t_{m11}}$)**:

$$((\vdash \cdot\, p \Leftarrow \mid\Rightarrow \cdot\, p) \Leftrightarrow (\ \overline{\sim}\ \overline{p}))$$

7.2.- Así, en $\mathbf{T_{desas}}$ obtenemos por despeje **($\mathbf{pd_1}$)** la tesis:

$$\overline{\sim}\ \overline{p}$$

ya que el axioma **($\mathbf{L_{desas\,6}}$)** es la primera parte del enunciado **($\mathbf{t_{m11}}$)** de T_3.

7.3.- Pero disponemos en T_3 de la tesis siguiente

$$(\mathbf{t_{m12}}) - (\ \overline{\sim}\ \overline{p} \Rightarrow ((\ \overline{q} \Leftrightarrow \neg\, q) \wedge (\neg \sim q)))$$

que produce a partir del resultado anterior por una serie de despejes

$$(\ \overline{q} \Leftrightarrow \neg\, q)$$

y

$$\neg \sim q$$

o sea la doble trivialización de $\mathbf{T_{desas}}$**.**

7.4.- Desde entonces en (L_3, $\mathbf{T_{desas}}$):

la segunda negación modificada es identificada a la negación clásica ($\overline{q} \Leftrightarrow \neg\, q$).

la primera negación modificada es identificada a la antilogía clásica $\neg\sim q$.

Lo que acaba la demostración de nuestro teorema estableciendo la identidad (L_3, $\mathbf{T_{desas}}$) = L_2,T_2.

N.T.E.D.

Que deviene nuestro axioma (**$L_{desas\ 6}$**): $(\vdash \cdot\, p \Leftarrow\!|\!\Rightarrow \cdot\, p)$ en estas condiciones, que provocó él mismo.

Está en su forma explícita en L_3

$$\neg\, (\vdash (\sim \sim p \vee \overline{p}) \Leftrightarrow (\sim \sim p \vee \overline{p}))$$

con $\vdash p =_{def} (p \Leftrightarrow (\sim \overline{p})$

que deviene $\neg\, p$ en **T_{desas} ,** por el hecho de que nosotros hemos deducido en ella $\overline{\sim}\ \overline{p}$ y que por otra parte en T_3 encontramos

$$\textbf{(t}_{\textbf{m9}}\textbf{) -}\ \ ((\overline{\sim}\ \overline{p}) \Leftrightarrow (\neg \sim \overline{p})),$$

justificando esto lo que decíamos más arriba, que en una interpretación standard d ela lógica, este operador marca los enunciados falsos.

Lo mismo sucede con la fórmula $(\sim \sim p \vee \overline{p})$, expresión de $\cdot\, p$, que deviene $\neg\, p$ por el hecho, en **T_{desas} ,** de la doble trivialización.

Así (**L_{desas6}**) es equivalente en esta teoría a

$$\neg\, ((\neg \neg p) \Leftrightarrow (\neg p))$$

si contamos bien el número de negaciones, o sea de hecho una perfecta tesis de (L_2, T_2).

Hemos pues acabado de explorar los arcanos de esta lectura por metalenguaje interpuesto.

XI

RESUMAMOS NUESTRO ITINERARIO HASTA AQUÍ

Resumamos nuestro itinerario y saquemos las consecuencias que se deducen de él.

Podemos ahora distinguir entre principios del pensamiento[19] y axiomas. Existe el principio de razón, el principio de identidad, el principio de no contradicción y el principio del tercero excluido. Estos principios no tienen el mismo estatuto en relación con las condiciones de su escritura, no tienen todos el mismo estatuto de escritos.

Queremos construir el lenguaje L_3 cuya existencia tomamos en serio, como metalenguaje L_{2+1} del cálculo de proposiciones. Aquí lo hemos conseguido. Se descubre entonces, a partir de esta experiencia, una novedad inimaginable antes por el pensamiento.

Con el fin de tratar de la asimilación adoptamos un lenguaje y una teoría (L_3, T_3), que admiten la asimilación, como todo el mundo lo hace, por una triple razón.

- una asimilación *primera* u originaria con diversas fórmulas identificadas con la afirmación p, tales como:

$$[(\neg \neg p) \Leftrightarrow p]$$
$$[(p \Leftrightarrow (q \vee (\neg q))) \Leftrightarrow p]$$

- una asimilación *primaria* que se traduce por el hecho de no utilizar carácter que podría marcar las fórmulas verdaderas en función de las situaciones empíricas particulares que se puede encontrar.

La expresión de la asimilación en L_3 que se escribiría en L_{3+1}:

$$(\vdash_S (P) \Leftrightarrow P)$$

- una asimilación *secundaria* que se traduce por el hecho de no utilizar carácter que podría marcar las fórmulas necesariamente verdaderas.

La expresión de la asimilación en (L_3, T_3) que se escribiría en L_{3+1}:

$$(\vdash (P) \Leftrightarrow P)$$

Estos tres modos de la transparencia de la verdad no son equivalentes, esta distinción constituye el objeto de la primera parte de nuestra discusión.

En el contexto de estos datos, construimos un lenguaje y una teoría (L_{3-1}, T_{3-1}), transcripción de la lógica canónica clásica (L_2, T_2), donde la asimilación originaria se encuentra asegurada y para los cuales queremos escribir la asimilación primaria. Podemos en efecto introducir un carácter de L_3 que señala las fórmulas verdaderas en cada situación particular.

---

[19] M. HEIDEGGER: *Le principe de raison* (1957) Gallimard, Paris 1962
"Principes de la pensée" (1958), en los *Cahiers de l'Herne,* Paris, 1983.

(L$_2$, T$_2$) **C. P. canónico clásico**		(L$_3$, T$_3$) **Topologia del sujeto** (L$_{3\text{-}1}$, T$_{3\text{-}1}$) $\subset$ (L$_3$, T$_3$) **Sumergimiento de C. P.**	
$\neg$ **P**	$\rightarrow$	$(\cdot \neg \cdot \mathrm{P}) = (\sim \mathbf{P} \vee - \overline{\mathbf{P}})$	$\vdash \cdot \mathrm{P}$
P	$\rightarrow$	$\cdot\, \mathrm{P} = (\sim\sim \mathbf{P} \vee \overline{\mathbf{P}})$	

Hay que observar que en estas condiciones la asimilación secundaria para (L$_3$, T$_3$), crean un equívoco entre el marcaje de la verdad empírica de (L$_{3\text{-}1}$, T$_{3\text{-}1}$) y el marcaje de la verdad necesaria para este sumergimiento de (L$_2$, T$_2$).

Transparencia.

Gracias a este carácter de L$_3$ podemos escribir la fórmula de la asimilación primaria para (L$_{3\text{-}1}$, T$_{3\text{-}1}$). Cuando agregamos esta fórmula a (L$_3$,T$_3$), a título de un axioma suplementario, obtenemos la teoría (L$_3$,$\mathbf{T_{as}}$) (respectivamente (L$_3$, $\mathbf{T_{desas}}$) para la negación de esta fórmula).

Esta asimilación provoca la abolición de la modificación que no permite ni siquiera ya expresar, es decir formar los enunciados que escriben, la asimilación sin embargo presente (respectivamente la desasimilación). Hay ahí una desaparición necesaria al modo de presencia de la asimilación que domina la lectura de las fórmulas, por identificación del conjunto de la construcción (L$_3$,$\mathbf{T_{as}}$) al lenguaje y a la teoría (L$_2$, T$_2$). Es la transparencia.

Diremos que este proceso crítico funda la asimilación como absoluta para (L$_2$, T$_2$).

Es un proceso diferente de la investigación de la consistencia relativa o absoluta (universalidad producida por la crítica en el sentido de Kant) lo que es aquí admitido por el hecho de la construcción de (L$_3$, T$_3$). El procedimiento juega aquí entre completud e incompletud pues (L$_3$, T$_3$), es completo desde el punto de vista semántico e incompleto desde en punto de vista sintáctico.

No se trata de un fundamente metonímico o sintático (recurrencia, orden y desplazamiento) sí hay por supuesto términos primitivos y axiomas por una parte, principios formativos y deductivos por otra.

Se trata de un fundamento metafórico o semántico (sustitución y condensación) donde el incondicional de la fijación al predicado de verdad (fálico) deviene condición absoluta de la verdad, es decir separada puesto que borrada.

En el punto que no puede ni siquiera ya ser cuestión puesto que ni esta asimilación (L$_3$,$\mathbf{T_{as}}$) ni su contraria (L$_3$,$\mathbf{T_{desas}}$) pueden ser enfocadas en (L$_2$, T$_2$), aunque, o porque, estas dos teorías sean identificables con esta, es lo que llamamos transparencia.

La lógica clásica, aunque fundada, pone de relieve un falicismo exacerbado en el sentido del pequeño Hans. Como acabamos de verlo, esta actitud se da, ciertamente, razón a sí misma por trivializar la topología del sujeto por asimilación en lógica canónica clásica. Esta opción machista está justificada en su amor por el todo.

Ahora bien ella hace más, como siempre. No solamente incita al aislacionismo (Quine), sino aún más prohibe una apertura a otra cosa: que la cuestión sea siquiera planteada (dificultad de Freud).

Debe haberse experimentado eso en su acto propio, para apreciar la posición freudiana que, mejor que la del lógico con sus modalidades, reconoce la necesidad de una escritura más delicada y matizada. Es la lógica modificada en nuestra topología del sujeto (L_3,T_3) en ese dominio restringido y su versión más reducida.

Podemos comprender la posición del profesor Quine de querer aislarse en ese contexto condensado, por no citar sino al mejor, por el hecho de que lo diga y lo argumente por la ausencia de paradoja, pero haremos notar que nosotros no introducimos ninguna paradoja con nuestra construcción.

Este formalismo de la verdad canónica no cae bajo el coste del segundo teorema de Gödel por no ser matemático pues no trata de predicado particular alguno (Quine), y por consiguiente no trata ciertamente del número. Mejor aún pone de relieve el primer teorema de Gödel que demuestra que la lógica clásica es completa.

Pero no puede, en razón, impedirnos dejar de pensar con ello como lo subraya Freud y habida cuenta de la continuación de la construcción que damos ahora.

Plaisance, marzo de 1994.