Mónica Lidia Jacob

AXIOMA DE EXTENSION

A partir del Seminario 16 , Lacan comienza a trabajar con la teoría axiomática de conjuntos, para la construcción del lado femenino de las fórmulas de la sexuación , utilizando como textos de referencia los de Krivine .

A la altura del Seminario La lógica del fantasma , Lacan está utilizando el libro Teoría ingenua de conjuntos, de Halmos , del que voy a comentar en esta oportunidad el axioma de extensión .

Halmos inicia el capítulo 1 llamado **axioma de extensión** mencionando que una manada de lobos, un racimo de uvas o una bandada de pichones son ejemplos de conjuntos de objetos . Aclara que *"para el punto de vista semiaxiomático que aquí se adopta , se supone que el lector posee la ordinaria , humana , intuitiva y frecuentemente errónea idea de lo que son los conjuntos , y el propósito de la exposición es el de delinear algunas de las muchas cosas que uno puede hacer correctamente con ellos .*

Los conjuntos como se los concibe usualmente , tienen elementos o miembros. Y existe la posibilidad de formar conjunto cuyos elementos sean conjuntos . Por ejemplo , podemos tener un conjunto llamado recta, cuyos elementos son los puntos de la recta , y podemos tener a su vez un conjunto cuyos elementos son esas rectas

El concepto principal de la teoría de conjuntos , que en teoría axiomática se toma como primitivo , por lo tanto no definido, es el de pertenencia : si x es un elemento de A se escribe

$$x \in A$$

Y se lee x pertenece a A

Por una convención , en esta teoría , cosa que no se respeta en la teoría axiomática, se utilizarán letras minúsculas para designar los elementos y letras mayúsculas para los conjuntos .

Una relación posible entre conjuntos es la **IGUALDAD** que se escribe

$$A = B$$

Y que A no sea igual a B se escribe

$$A \neq B$$

La propiedad mas importante que conecta la pertenencia y la igualdad es el llamado

AXIOMA DE EXTENSIÓN

Dos conjuntos son iguales si y solo si , tienen los mismos elementos ; es decir que un conjunto está determinado por su extensión

Dados dos conjuntos A y B , si todo elemento de A, es elemento de B , decimos que A está incluido en B : $A \subset B$ .Se dice también que A es subconjunto de B

La inclusión satisface la propiedad antisimétrica , es decir que , si se verifica simultáneamente la inclusión de A en B y la de B en A , necesariamente A es igual a B

Ejemplos

Voy a tomar ejemplos de conjuntos cuyos elementos sean letras :
A tiene como elementos la letra a y la letra b ; el conjunto B tiene como elementos a tres letras : a,b,c

$A = \{a, b\}$

$B = \{a, b, c\}$

Claramente todo elemento de A es elemento de B , dado que a y b , elementos de A también son elementos de B .Según la definición que vimos, A está incluido en B

$A \subset B$

Si ahora consideramos

$A = \{a, b, c\}$

$B = \{a, b, c\}$

Tenemos que se verifica tanto $A \subset B$ como $B \subset A$, con lo cual $A = B$

Por la definición está claro que la relación de inclusión es reflexiva , es decir que todo elemento es subconjunto de sí mismo

$$A \subset A$$

Nos preguntamos si la pertenencia es reflexiva , o sea : ¿es cierto que $A \in A$?

Para poder responder esa pregunta, hay que pasar al axioma de especificación .